

UNE IMPURETÉ DANS UN GAZ PARFAIT
D'ATOMES FROIDS : UN PROBLÈME MULTIFORME

*AN IMPURITY IN AN IDEAL GAS OF COLD ATOMS:
A MULTIFORM PROBLEM*

Yvan Castin

LKB, Ecole normale supérieure (Paris, France)

avec M. Antezza, C. Mora, L. Pricoupenko

Avant-propos / Foreword:

- éviter les excès du calcul numérique ou formel, de la projection/ *beware of numerics, of Mathematica, of Powerpoint*
- penser dans sa langue (CRAS ; HAL, arXiv multilingues)/ *use your primary language (arXiv is multilingual)*

1 Vue d'ensemble / Overview

1.1 Le problème / The problem

- une impureté A mobile, N atomes B discernables de A / *a mobile impurity A , N atoms B distinguishable from A*
- pas d'interaction BB , mais interaction AB / *no BB interaction, AB do interact*
- A va-t-elle se propager ou pas ? / *Will A propagate or not?*

1.2 Cas traités/*Considered cases*

1. $A=\text{photon}$, B aux nœuds d'un réseau/ $A=\text{photon}$, B on a *lattice*
2. $A=\text{atome}$, B distribués aléatoirement sur les nœuds d'un réseau (taux de remplissage faible)/ $A=\text{atom}$, B *randomly distributed on a lattice with small filling factor*
3. $A=\text{atome}$, trois fermions B mobiles/ $A=\text{atom}$, 3 *mobile fermions* B

1.3 Du côté des expériences/*From an experimental point of view*

toutes en principe faisables, aucune réalisée pour le moment/*in principle all doable, none done yet*

1.4 Du côté de la littérature scientifique/*What was in the literature*

1. bandes interdites photoniques connues avec des objets étendues, pas avec des atomes/*photonic band gap known for extended objects, not for atoms*
2. localisation d'Anderson attendue/*expected Anderson localisation*
3. effet Efimov (nombre infini d'états liés) connu à trois corps, pas à quatre/*Efimov effect(infinite number of bound state) known for three bodies, not for four bodies*

2 Bande interdite pour la lumière dans un réseau atomique/*Forbidden band gap for light in an atomic lattice*

2.1 Le problème classique/*The classical case*

2.2 Le théorème de Bloch/*Bloch theorem*

- Pas de convergence absolue/*no absolute convergence*
- La formule sommatoire de Poisson/*Poisson summation formula*
- régularisation physique : fluctuations gaussiennes des positions des atomes/*physical regularisation: Gaussian fluctuations of the atomic positions*

2.3 Résultats/Results

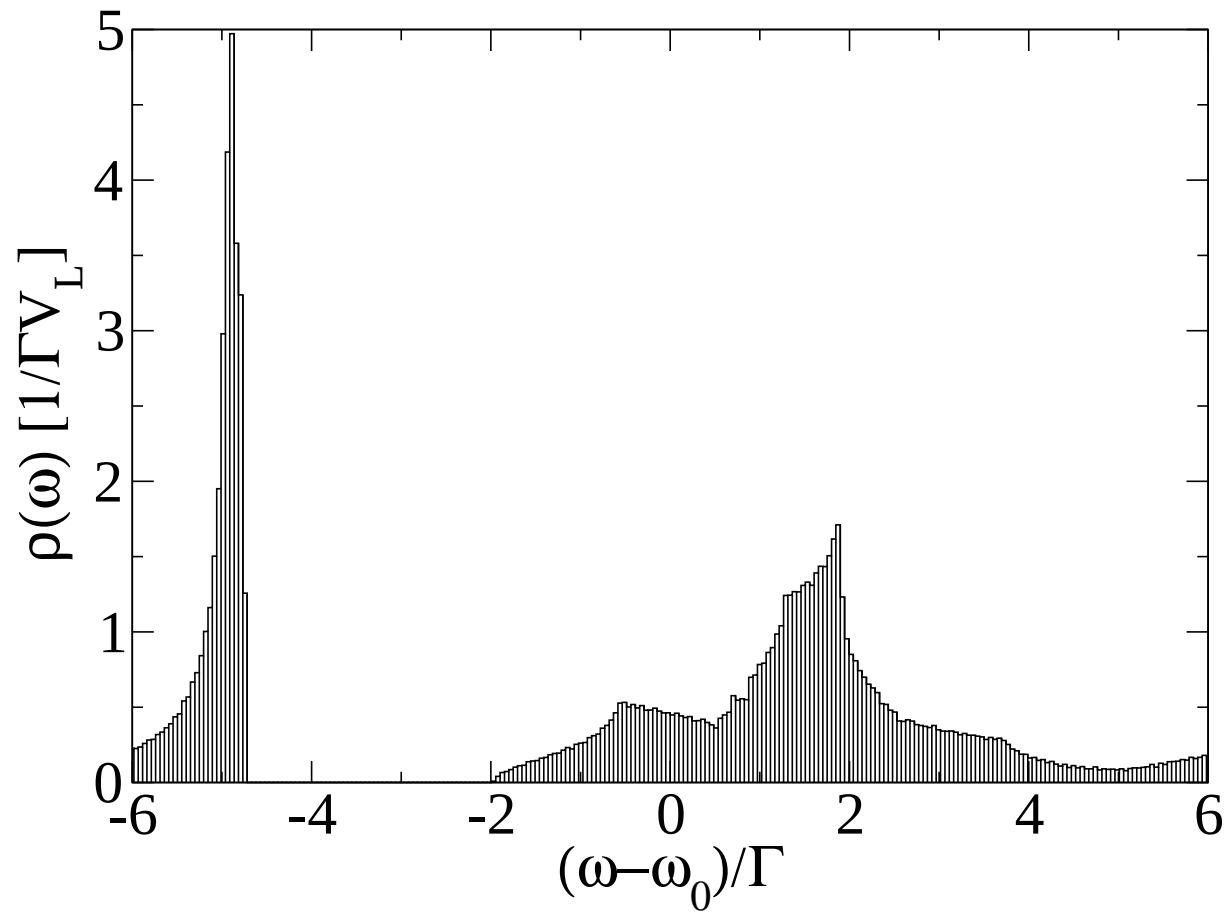
- pas de bande interdite pour des réseaux de Bravais/*no forbidden band gap for Bravais lattices*
- diamant de pas d (CFC + translaté de $\frac{1}{4}$ diagonale)/*diamond of lattice constant d (fcc + shifted by $\frac{1}{4}$ diagonal :*

$$\text{bande interdite si } \frac{\omega_0}{c}d < 5,14$$

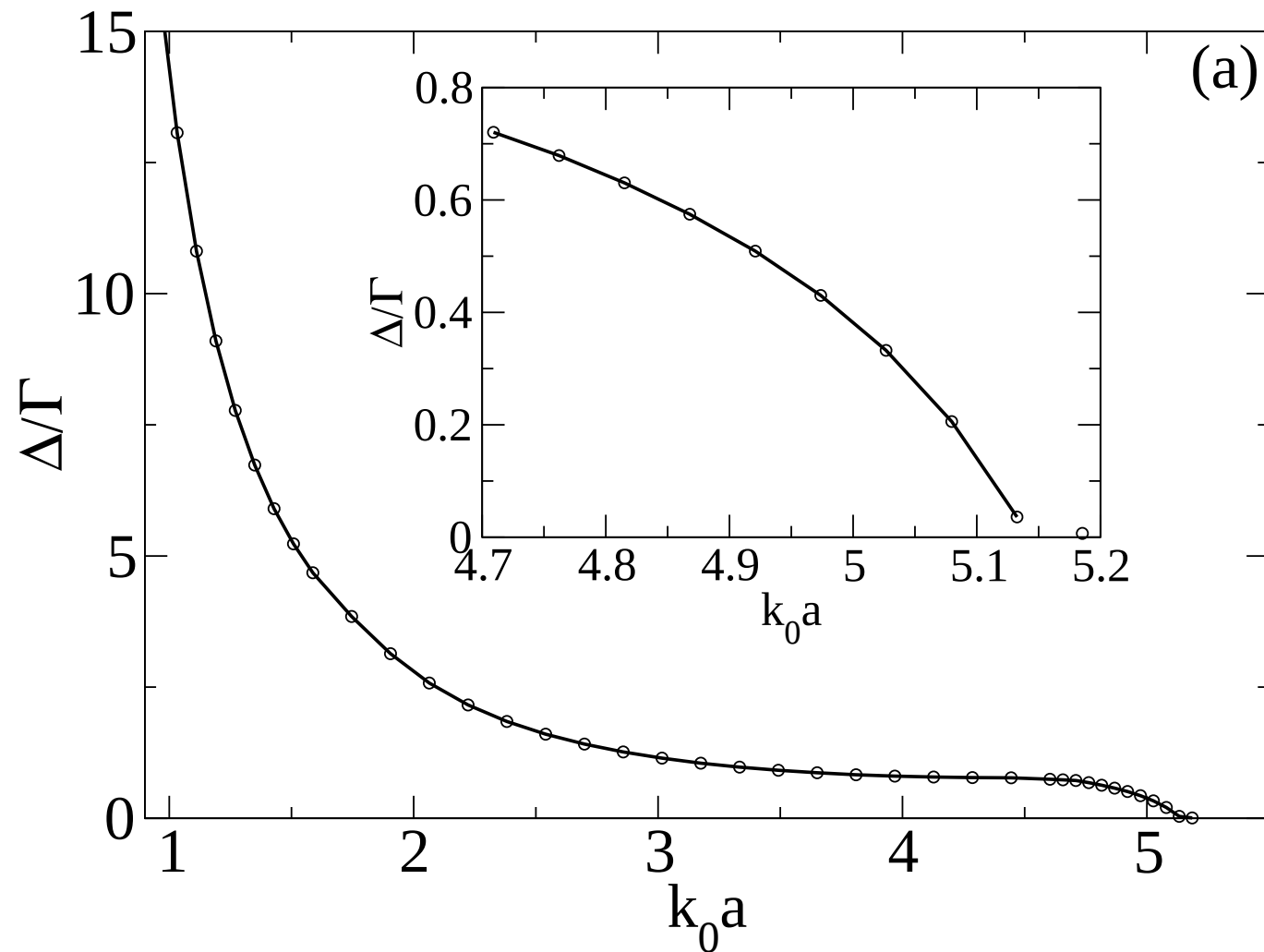
Densité d'états d'un photon dans le diamant

Photonic density of states for diamond

$$(\omega_0/c)d = 2$$



Largeur de la bande interdite
Forbidden band gap



2.4 Justification quantique/*Quantum treatment*

- avoir une transition $J = 0 \rightarrow J' = 1$ / *only for $J = 0 \rightarrow J' = 1$ transition*
- le dipôle quantique est non linéaire, mais ceci n'importe pas à l'ordre dominant d^2 / *non-linearity of quantum dipole does not matter at leading order d^2*

3 Localisation d'Anderson d'ondes de matière/*Anderson localisation of matter waves*

3.1 Modèle/*Model*

L'interaction AB est décrite par la longueur de diffusion a / *AB interaction is described by the scattering length a*

3.2 Condition sur les états stationnaires/*Equation for stationary states*

Les états sont

- soit étendus (spectre continu)/*either extended (continuous spectrum)*
- soit localisés (spectre discret)/*or localised (discrete spectrum)*

3.3 Résultats numériques/*Numerical results*

- localisation absente pour $a < 0$ ou $a \rightarrow \infty$, optimale pour $a \simeq$ demi-distance moyenne entre les B /*no localisation for $a < 0$ or $a \rightarrow \infty$, optimal for $a \simeq$ half-mean inter- B distance*
- originalité : trois seuils de mobilité/*what's new: three mobility edges*

4 L'effet Efimov à quatre corps/*The four-body Efimov effect*

4.1 Le modèle/*Model*

La longueur de diffusion AB est infinie/*Infinite AB scattering length*

4.2 Exploiter l'invariance d'échelle/*How to use the scaling invariance*

Séparabilité en coordonnées hypersphériques/*Separability in hyperspherical coordinates*

4.3 Discussion du résultat/*Discussion*

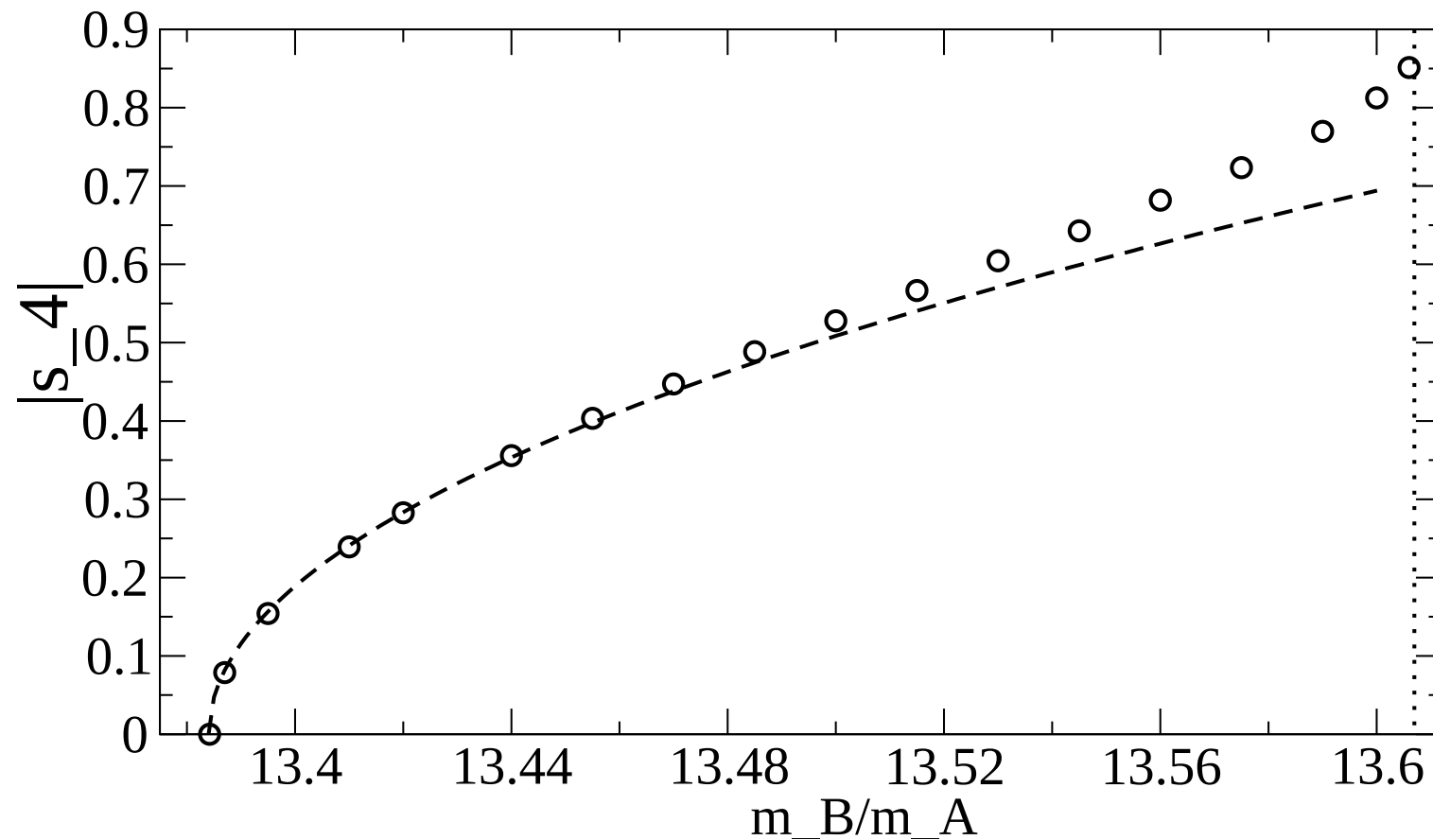
- $s^2 > 0$: pas d'état lié ou (si résonance à quatre corps) un état lié/*generically no bound state*
- $s^2 < 0$: un nombre infini d'états liés (longue portée du potentiel en $1/R^2$)/*infinite number of bound states due to long range of $1/R^2$*

4.4 Verdict numérique/*Numerical verdict*

Pour quels rapports de masse y a-t-il effet Efimov à 4 corps ?

Interval of mass ratio giving rise to 4-body Efimov effect

$$13,384 < \frac{m_B}{m_A} < 13,607$$



Références / References

- M. Antezza, Y. Castin, “Fano-Hopfield model and photonic band gaps for an arbitrary atomic lattice”, Phys. Rev. A 80, 013816 (2009)
- M. Antezza, Y. Castin, D. Hutchinson, “Quantitative study of two- and three-dimensional strong localization of matter waves by atomic scatterers”, Phys. Rev. A 82, 043602 (2010)
- Y. Castin, C. Mora, L. Pricoupenko, “Four-Body Efimov Effect for Three Fermions and a Lighter Particle”, Phys. Rev. Lett. 105, 223201 (2010)