

Modèle simple d'amplification sans inversion de population. Étude par la méthode des sauts quantiques

Claude COHEN-TANNOUDJI, Bruno ZAMBON et Ennio ARIMONDO

Résumé – Un modèle simple, proposé récemment pour montrer la possibilité d'une amplification sans inversion de population, est analysé au moyen d'une méthode théorique, introduite dans une précédente Note, et décrivant l'évolution temporelle du système par une suite de périodes d'évolution cohérente séparées par des sauts quantiques. Les probabilités des diverses périodes conduisant à une amplification ou à une absorption du champ sonde sont calculées, ce qui permet de dégager les mécanismes physiques importants.

Quantum jump approach to a simple model of amplification without inversion

Abstract – A simple model, recently proposed for demonstrating the possibility of an amplification without population inversion, is analyzed with a theoretical method, introduced in a previous Note. This method pictures the time evolution as a sequence of coherent evolution periods separated by quantum jumps. The probabilities of the various periods leading to an amplification or to an absorption of the probe field are calculated, which allows one to point out the relevant physical mechanisms.

Abridged English Version – We keep the same notation and the same figures as in a previous Note [1], referred to as CR1 in the following. The three-level atom of Figure 1 of CR1, forming a Λ configuration driven by two resonant fields with frequencies ω_{L_1} and ω_{L_2} , has been proposed in [2], as a purely radiative and closed system demonstrating the possibility of an amplification of the field ω_{L_1} even if the lowest sublevel g_1 contains more than half of the total population. Rather than solving optical Bloch equations, we follow here the method presented in CR1, picturing the time evolution as a random sequence of coherent evolution periods (i, j) separated by quantum jumps (Fig. 3 of CR1). Each period (i, j) is defined by the state of entry i in a manifold $\mathcal{E}(N_1, N_2)$ of atom+laser photons states (Fig. 2 of CR1), and by the state of exit j , from this same manifold. Among the 9 possible periods (i, j) , with $i, j = 1, 2$ or e , only 4 contribute to a non zero variation of the number N_1 of photons ω_{L_1} (see Fig. 2 of CR1): the periods $(2, 1)$, corresponding to stimulated Raman processes, $|g_2, N_1, N_2 + 1\rangle \rightarrow |g_1, N_1 + 1, N_2\rangle$, with $\Delta N_1 = +1$, $\Delta N_2 = -1$; the periods $(1, 2)$, corresponding to the inverse Raman processes, $\Delta N_1 = -1$, $\Delta N_2 = +1$; the periods $(1, e)$, corresponding to the absorption of one photon ω_{L_1} , $|g_1, N_1 + 1, N_2\rangle \rightarrow |e, N_1, N_2\rangle$, with $\Delta N_1 = -1$, $\Delta N_2 = 0$; the periods $(e, 1)$ corresponding to the stimulated emission of one photon ω_{L_1} , with $\Delta N_1 = +1$, $\Delta N_2 = 0$. To calculate the mean variation $\langle \Delta N_1 \rangle$ of N_1 per period, given by (1), we need the 4 probabilities $\mathcal{P}(i, j)$ appearing in (1).

We restrict ourselves in this Note to the limiting case defined by (2)-(5). Condition (2) on the Rabi frequencies Ω_1 and Ω_2 is a weak excitation condition. Condition (3) expresses that the rate of absorption Γ'_2 of one ω_{L_2} photon from g_2 is large compared to the incoherent absorption rates R_1 and R_2 from g_1 and g_2 . Condition (4) follows from (2) and (3). Condition (5) means that the field ω_{L_1} can be considered as a weak probe field, not modifying the populations of the three levels. By contrast, condition (3) means that the field ω_{L_2} can deplete appreciably g_2 . The 2 parameters δ_1 and δ_2 defined by (2) of CR1 are taken equal to zero. We will also discuss the results when $|\delta_1|$ fulfills (6), *i.e.* when the Raman resonance between g_1 and g_2 is scanned.

Note présentée par Claude COHEN-TANNOUDJI.

As explained in CR1, we first calculate the conditional probabilities $\mathcal{P}(j/i)$. From the expression of H_{eff} , it follows that $(H_{\text{eff}})^* = (H_{\text{eff}})^\dagger$. This property may be shown to lead to $c_{ij}(t) = c_{ji}(t)$, where $c_{ij}(t)$ is given by (5 b) of CR1. Equation (7) then follows, where G_i is the departure rate from i given by (4) of CR1. A perturbative calculation, using conditions (2)–(5), gives the results (8). We then calculate the probabilities $\mathcal{P}(i)$ to start a period in i , which appear in equation (9), relating $\mathcal{P}(i, j)$ to $\mathcal{P}(j/i)$. Note first that (7) and (9) give (10), which is a general relation between the probabilities of two inverse periods (i, j) and (j, i) . Since all the $\mathcal{P}(j/i)$'s appearing in (1) and (8) are proportional to Ω_1^2 , it is sufficient here to calculate $\mathcal{P}(i)$ to order 0 in Ω_1 . Using (11), (6) and (10) of CR1, one gets (11), and then (12), since $\sum_i \mathcal{P}(i) = 1$. Note that (11 b) is exact, since the system can enter 1 or

2 only from e , with well defined rates $\tilde{\Gamma}_1$ and $\tilde{\Gamma}_2$ (see Fig. 2 of CR1). From (10) and (11 a), it follows that $\mathcal{P}(e, 1)$ is much smaller than $\mathcal{P}(1, e)$, by a factor $R_1/\tilde{\Gamma}$, so that one can neglect the gains due to stimulated emission, $\mathcal{P}(e, 1)$, in comparison with the losses due to absorption $\mathcal{P}(1, e)$. Finally, we need the populations Π_i of levels i , in the absence of the field ω_{L1} , i.e. to order 0 in Ω_1 . To the lowest order in $\Gamma'_2/\tilde{\Gamma}$, one finds that the Π_i 's, which satisfy $\sum_i \Pi_i = 1$, are proportional to $\mathcal{P}(i) T_i$, where T_i is the mean duration of a period starting in i , given by (13). The method of calculation we have just sketched, gives for the amplification condition, $\langle \Delta N_1 \rangle > 0$, and for the non inversion condition, $\Pi_1 > \Pi_2 + \Pi_e$, results in complete agreement with those derived in [2] from optical Bloch equations.

The quantum jump method provides interesting physical insights. The general equation (10) allows us to easily compare the probabilities of stimulated Raman gain $\mathcal{P}(2, 1)$ and loss $\mathcal{P}(1, 2)$, and leads to the inequality (14). If the incoherent fields responsible for the rates R_1 and R_2 are thermal fields with temperatures Θ_1 and Θ_2 , (14) is equivalent to $\Theta_1 > \Theta_2$, which corresponds to the inversion condition for the incoherent fields introduced in [2]. Another interesting point is the low value of $\mathcal{P}(e/1) = \Omega_1^2/\Omega_2^2$ found in (8 b). A naive argument would give an absorption rate from g_1 equal to $\Gamma'_1 = \Omega_1^2/\tilde{\Gamma}$ [equivalent to the rate Γ'_2 given in (3)], which, multiplied by the mean lifetime of g_1 , $T_1 = 1/R_1$, would lead to a value of $\mathcal{P}(e/1)$ equal to $\Gamma'_1/R_1 = \Omega_1^2/\tilde{\Gamma} R_1 = (\Omega_1^2/\Omega_2^2)(\Gamma'_2/R_1)$, much larger than Ω_1^2/Ω_2^2 according to (4). If this argument was correct, absorption losses would be much larger than stimulated Raman gains, and $\langle \Delta N_1 \rangle$ could never be positive. Actually, the error of this naive argument is to neglect interference effects between the 2 absorption amplitudes starting from g_1 and g_2 . Introducing the two orthogonal linear combinations (15) and (16), one sees that $|\psi_{\text{NC}}\rangle$ is not coupled to e by the atom-field interaction hamiltonian $V_{\text{AL}} (\langle e | V_{\text{AL}} | \psi_{\text{NC}} \rangle = 0)$, whereas $|\psi_{\text{NC}}\rangle$ is coupled to e . Inverting (15) and (16), one gets (17), which shows that $|1\rangle$ nearly coincides with $|\psi_{\text{NC}}\rangle$. It is only because $|1\rangle$ is slightly contaminated by $|\psi_{\text{C}}\rangle$ (with a weight Ω_1^2/Ω_2^2) that a small absorption can take place from g_1 . All this discussion can be extended to non zero values of the detuning $|\delta_1|$ [see (6)]. $\mathcal{P}(1/2)$ and $\mathcal{P}(2/1)$ are multiplied by a factor which decreases from 1 to 0, when $|\delta_1|$ increases from 0 over an interval of width Γ'_2 . This shows that $\mathcal{P}(1, 2)$ and $\mathcal{P}(2, 1)$ are related to a Raman resonance of width Γ'_2 . As for $\mathcal{P}(e/1)$, it increases from Ω_1^2/Ω_2^2 to $\Omega_1^2/\tilde{\Gamma} R_1$, over the same interval of variation of $|\delta_1|$. This shows that the quenching of absorption due to interference effects exists only for $|\delta_1| < \Gamma'_2$.

As a conclusion, one can say that amplification is due to stimulated Raman processes. Quantum interference effects play an essential role by quenching, in the limit $\Omega_1 \ll \Omega_2$, the absorption processes starting from g_1 [and described by $\mathcal{P}(1, e)$]. Within the same limit,

they don't change the absorption processes starting from g_2 [and described by $\mathcal{P}(2, e)$]. These absorption processes deplete g_2 , since we have assumed $\Gamma'_2 \gg R_2$. One can understand in this way why the atom spends most of its time in g_1 , which is thus more populated than g_2 , without introducing too large absorption losses which could prevent the amplification of the field ω_{L_1} .

INTRODUCTION. PRINCIPE DE LA MÉTHODE. — Dans une Note précédente [1], notée CR1, nous avons montré comment il était possible d'analyser les propriétés statistiques de la suite temporelle de sauts quantiques effectués par un système soumis à des processus dissipatifs comme l'émission spontanée de photons, ou l'excitation par un rayonnement incohérent à large bande spectrale. Nous avons illustré la discussion sur un système atomique à 3 niveaux en configuration Λ (voir fig. 1 de CR1), qui est précisément celui qui a été proposé récemment [2] comme modèle simple, purement radiatif et fermé, pouvant conduire à une amplification sans inversion de population. La résolution des équations de Bloch optiques du système montre en effet que, pour certaines valeurs des paramètres, le milieu peut devenir amplificateur pour le champ de fréquence ω_{L_1} , même si le niveau inférieur g_1 contient plus de la moitié de la population atomique totale [2]. Le but de la présente Note est de montrer qu'il est possible d'obtenir un éclairage physique nouveau sur ce problème, en utilisant le point de vue développé dans CR1. Nous utiliserons tout au long de cette Note les notations et les figures de CR1.

Comme le montre la figure 3 de CR1, l'évolution temporelle du système est une suite de périodes d'évolution cohérence dans une multiplicité donnée $\mathcal{E}(N_1, N_2)$ d'états quasidégenérés du système atome+photons ω_{L_1} et ω_{L_2} , séparées les unes des autres par des sauts quantiques faisant passer l'atome d'une multiplicité à une autre (voir flèches de la figure 2 de CR1). Chaque période d'évolution cohérence (i, j) est définie par l'état d'entrée i et l'état de sortie j . Lors de chaque saut quantique, N_1 et N_2 ne varient pas (voir fig. 2 de CR1). Les variations ΔN_1 et ΔN_2 de N_1 et N_2 , entre le saut d'entrée dans i et le saut de sortie à partir de j , donnent la contribution d'une période (i, j) à la variation du nombre de photons dans les deux champs ω_{L_1} et ω_{L_2} . Parmi les 9 périodes possibles (i, j) , avec $i, j = 1, 2$ ou e , 4 seulement conduisent à une variation non nulle de N_1 . Nous avons déjà mentionné dans CR1 qu'une période $(2, 1)$ faisait passer le système de l'état $|2\rangle = |g_2, N_1, N_2 + 1\rangle$ vers l'état $|1\rangle = |g_1, N_1 + 1, N_2\rangle$, et correspondait donc à un processus *Raman stimulé* faisant perdre un photon au champ ω_{L_2} ($\Delta N_2 = -1$) et en gagner un au champ ω_{L_1} ($\Delta N_1 = +1$). De même, une période $(1, 2)$ est un processus *Raman stimulé*, faisant perdre un photon au champ ω_{L_1} et en gagner un au champ ω_{L_2} ($\Delta N_1 = -1, \Delta N_2 = +1$). Nous devons également considérer les périodes $(1, e)$, où le système passe de $|1\rangle = |g_1, N_1 + 1, N_2\rangle$ vers $|e\rangle = |e, N_1, N_2\rangle$, et perd donc un photon ω_{L_1} par absorption ($\Delta N_1 = -1, \Delta N_2 = 0$), ainsi que les périodes $(e, 1)$ où le système gagne un photon ω_{L_1} par *émission stimulée* ($\Delta N_1 = +1, \Delta N_2 = 0$). En suivant la méthode décrite dans CR1, nous allons calculer ici les probabilités $\mathcal{P}(i, j)$ des diverses périodes (i, j) , et en déduire la variation moyenne $\langle \Delta N_1 \rangle$ du nombre de photons ω_{L_1} pour une période quelconque, tirée au hasard. On trouve ainsi :

$$(1) \quad \langle \Delta N_1 \rangle = \mathcal{P}(2, 1) + \mathcal{P}(e, 1) - \mathcal{P}(1, 2) - \mathcal{P}(1, e)$$

ce qui nous permet d'identifier les contributions respectives des divers processus de gain et de perte pour le champ ω_{L_1} .

SITUATION LIMITE ENVISAGÉE DANS CETTE NOTE. — Pour calculer les $\mathcal{P}(i, j)$, nous faisons les trois hypothèses suivantes sur les fréquences de Rabi Ω_1 et Ω_2 caractérisant le couplage des champs ω_{L_1} et ω_{L_2} avec les transitions $g_1 - e$ et $g_2 - e$, et sur les divers taux R_1 , R_2 , $\tilde{\Gamma}$ définis dans CR1 [voir *fig. 1* et équation (1) de CR1].

(i)

$$(2) \quad \Omega_1, \Omega_2 \ll \tilde{\Gamma}$$

qui exprime que les deux champs ont une intensité faible.

(ii)

$$(3) \quad R_2, R_1 \ll \Gamma'_2 = \Omega_2^2 / \Gamma$$

qui exprime que le taux de départ Γ'_2 de g_2 par absorption d'un photon ω_{L_2} est supérieur aux taux d'absorption R_1 et R_2 de rayonnement incohérent à partir de g_1 et g_2 . De (2) et (3), il découle que :

$$(4) \quad R_2, R_1 \ll \Gamma'_2 \ll \tilde{\Gamma}$$

(iii)

$$(5) \quad \Omega_1 \ll \Omega_2, R_1, R_2, \Gamma'_2, \tilde{\Gamma}$$

qui exprime que le champ ω_{L_1} est traité comme un champ sonde, d'intensité très faible, et dont on veut seulement déterminer s'il est amplifié ou absorbé. Les populations des trois niveaux g_1 , g_2 et e sont donc très peu perturbées par l'application du champ ω_{L_1} . Par contre, compte tenu de (3), l'application du champ ω_{L_2} dépeuple appréciablement g_2 .

Comme dans CR1, nous supposons la plupart du temps que les 2 champs ω_{L_1} et ω_{L_2} sont résonnants, les désaccords δ_1 et δ_2 [définis par l'équation (2) de CR1] étant nuls. Il nous arrivera toutefois de donner les résultats du calcul pour :

$$(6) \quad \delta_2 = 0, \quad 0 \leq |\delta_1| \ll \Gamma,$$

ce qui permet d'étudier comment les processus physiques varient quand on balaie la résonance Raman entre g_1 et g_2 , tout en restant résonnant sur la transition $g_2 - e$.

Notons enfin que la condition de faibles intensités (2), jointe à (6), entraîne que les états habillés du système atome+photons laser [3] ne sont pas séparés d'une quantité supérieur à leur largeur dans la multiplicité $\mathcal{E}(N_1, N_2)$. Il est alors impossible de séparer l'évolution des populations des états habillés de celle des cohérences entre états habillés, ce qui montre que la base des états habillés ne présente alors pas d'avantages particuliers par rapport à la base des états nus, que nous continuerons à utiliser.

PRINCIPE DU CALCUL. — Commençons par calculer les probabilités conditionnelles $\mathcal{P}(j|i)$ de terminer une période dans j si elle a commencé dans i . Il faut pour cela calculer les amplitudes $c_{ij}(t)$ associées à l'hamiltonien effectif H_{eff} [équations (5.b) et (3) de CR1] et utiliser la relation (8) de CR1. Il apparaît sur l'expression de H_{eff} que $(H_{\text{eff}})^* = (H_{\text{eff}})^\dagger$. Ceci permet de montrer que $c_{ij}(t) = c_{ji}^*(t)$, de sorte que :

$$(7) \quad \mathcal{P}(j|i) G_i = \mathcal{P}(i|j) G_j$$

où G_i est le taux de départ de i donné par l'équation (4) de CR1. On obtient ainsi après un calcul perturbatif utilisant les conditions (2) à (5) :

$$(8a) \quad \mathcal{P}(1/2) = (R_1/R_2) \mathcal{P}(2/1) \simeq \Omega_1^2 / \Omega_2^2$$

$$(8b) \quad \mathcal{P}(1/e) = (R_1/\tilde{\Gamma}) \mathcal{P}(e/1) \simeq (R_1/\tilde{\Gamma}) (\Omega_1^2 / \Omega_2^2)$$

Pour calculer les probabilités $\mathcal{P}(i, j)$ des périodes (i, j) , nous utilisons maintenant [voir équation (7) de CR1] :

$$(9) \quad \mathcal{P}(i, j) = \mathcal{P}(j|i) \mathcal{P}(i)$$

où $\mathcal{P}(i)$ est la probabilité de commencer une période dans l'état i . Notons tout de suite que (7) et (9) entraînent que :

$$(10) \quad \frac{\mathcal{P}(i, j)}{\mathcal{P}(j, i)} = \frac{G_j \mathcal{P}(i)}{G_i \mathcal{P}(j)}$$

ce qui montre, de manière générale, que le rapport entre les probabilités de deux périodes inverses (i, j) et (j, i) ne dépend que des probabilités d'entrée $\mathcal{P}(i)$ et $\mathcal{P}(j)$ et des taux de sortie G_j et G_i . Nous désirons calculer ici les probabilités $\mathcal{P}(i, j)$ apparaissant dans (1) à l'ordre le plus bas non nul en Ω_1 . Comme toutes les probabilités conditionnelles correspondantes, données en (8), sont déjà d'ordre 2 en Ω_1 , il suffit donc de calculer les $\mathcal{P}(i)$ à l'ordre 0 en Ω_1 . On obtient ainsi, à partir des équations (11), (6) et (10) de CR1 :

$$(11 a) \quad \mathcal{P}(1) \simeq \mathcal{P}(e).$$

Par ailleurs, il apparaît sur la figure 2 de CR1 que le système ne peut entrer dans un état 1 ou 2 qu'à partir d'un état e , avec des taux bien définis $\tilde{\Gamma}_1$ et $\tilde{\Gamma}_2$, de sorte que :

$$(11 b) \quad \mathcal{P}(1)/\mathcal{P}(2) = \tilde{\Gamma}_1/\tilde{\Gamma}_2$$

un tel résultat étant en fait exact et valable à tous les ordres en Ω_1 . En combinant (11 a) et (11 b) avec la condition de normalisation $\sum_i \mathcal{P}(i) = 1$, on obtient alors :

$$(12) \quad \mathcal{P}(1) = (\tilde{\Gamma}_1/\tilde{\Gamma}_2) \mathcal{P}(2) \simeq \mathcal{P}(e) \simeq \tilde{\Gamma}_1/(2\tilde{\Gamma}_1 + \tilde{\Gamma}_2).$$

Le report de (8) et (12) dans (9) donne alors les quatre probabilités $\mathcal{P}(2, 1)$, $\mathcal{P}(1, 2)$, $\mathcal{P}(1, e)$ et $\mathcal{P}(e, 1)$ intervenant dans le gain moyen (1). A partir de (10) et (11 a), on peut montrer que $\mathcal{P}(e, 1)/\mathcal{P}(1, e) \simeq R_1/\tilde{\Gamma} \ll 1$ d'après (4). Nous négligerons donc dans ce qui suit, les gains par émission stimulée $\mathcal{P}(e, 1)$ devant les pertes par absorption $\mathcal{P}(1, e)$.

Pour préciser la condition de non-inversion de populations, il faut enfin déterminer les populations Π_i des états i , en l'absence du champ ω_{L1} , c'est-à-dire à l'ordre 0 en Ω_1 . A l'ordre le plus bas en $\Gamma'_2/\tilde{\Gamma}$, on trouve que, dans une période commençant dans l'état i , le système passe la plus grande partie de son temps dans l'état i , de sorte que les populations Π_i (satisfaisant $\sum_i \Pi_i = 1$) sont proportionnelles à $\mathcal{P}(i) T_i$, où T_i est la durée moyenne d'une période commençant dans l'état i :

$$(13) \quad T_1 = 1/R_1, \quad T_2 \simeq 1/\Gamma'_2, \quad T_e \simeq 1/\tilde{\Gamma}.$$

Le calcul dont nous venons d'esquisser les grandes lignes permet ainsi de déterminer la condition d'amplification du champ ω_{L1} , $\langle \Delta N_1 \rangle > 0$, et la condition de non-inversion de population $\Pi_1 > \Pi_2 + \Pi_e$. Les résultats obtenus coïncident avec ceux de la référence [2], et montrent donc que les deux conditions précédentes ne sont pas incompatibles. Plutôt que de redonner ces résultats, nous préférons maintenant souligner les points physiques importants que la méthode des sauts quantiques permet de dégager.

DISCUSSION PHYSIQUE. — Dans l'expression (1), $\mathcal{P}(2, 1)$ et $\mathcal{P}(1, 2)$ décrivent les contributions respectives des gains par effet Raman stimulé $2 \rightarrow 1$ et des pertes par effet Raman stimulé $1 \rightarrow 2$. Pour que les gains Raman l'emportent sur les pertes Raman, il faut donc que $\mathcal{P}(2, 1) > \mathcal{P}(1, 2)$, c'est-à-dire encore compte tenu de (10), (11 b) et de l'équation (4)

de CR1 :

$$(14) \quad \mathcal{P}(2, 1) > \mathcal{P}(1, 2) \rightarrow R_1 \tilde{\Gamma}_2 > R_2 \tilde{\Gamma}_1.$$

La dissymétrie entre les 2 processus Raman stimulés $2 \rightarrow 1$ et $1 \rightarrow 2$ ne provient que de la dissymétrie entre les taux d'entrée et de sortie pour ces 2 états. Si l'on suppose que les rayonnements incohérents qui provoquent des transitions entre g_i et e sont des rayonnements thermiques, de températures Θ_i , on a $R_i = \Gamma_i n(\omega_{ei})$ où $n(\omega_{ei}) = [\exp(\hbar \omega_{ei}/k_B \Theta_i) - 1]^{-1}$, et la condition (14) se réduit à $\Theta_1 > \Theta_2$, qui est la condition d'inversion sur le rayonnement incohérent discutée dans la référence [2].

Discutons maintenant la contribution des pertes par absorption décrites par le terme $\mathcal{P}(1, e)$ de (1). Au premier abord, la valeur $\mathcal{P}(e/1) = \Omega_1^2/\Omega_2^2$ trouvée en (8 b) peut paraître anormalement faible. En effet, un raisonnement simpliste donnerait un taux d'absorption de g_1 vers e égal à $\Gamma'_1 = \Omega_1^2/\tilde{\Gamma}$ [analogue au taux Γ'_2 introduit en (3)] et qui, multiplié par le temps de vie moyen de g_1 qui est égal à $T_1 = 1/R_1$ (à l'ordre 0 en Ω_1), conduirait à une probabilité $\mathcal{P}(e/1)$ égale à $\Gamma'_1/R_1 = \Omega_1^2/\tilde{\Gamma} R_1 = (\Omega_1^2/\Omega_2^2)(\Gamma'_2/R_1)$, beaucoup plus élevée que Ω_1^2/Ω_2^2 d'après (4). Si un tel résultat était correct, les pertes par absorption seraient beaucoup plus élevées que les gains par effet Raman stimulé et $\langle \Delta N_1 \rangle$ ne pourrait jamais être positif, tout au moins dans la situation limite envisagée dans cette Note. En fait, l'erreur du raisonnement simpliste précédent consiste à étudier l'absorption à partir de g_1 , indépendamment de la présence du champ ω_{L2} qui excite l'atome de g_2 vers e . Considérons en effet la superposition linéaire suivante de $|1\rangle$ et $|2\rangle$:

$$(15) \quad |\psi_{NC}\rangle = (\Omega_2/\Omega)|1\rangle - (\Omega_1/\Omega)|2\rangle$$

où $\Omega = (\Omega_1^2 + \Omega_2^2)^{1/2} \simeq \Omega_2$ d'après (5). Les deux amplitudes d'absorption de $|1\rangle$ vers $|e\rangle$ et de $|2\rangle$ vers $|e\rangle$ interfèrent destructivement dans l'état non couplé $|\psi_{NC}\rangle$ ($\langle e|V_{AL}|\psi_{NC}\rangle = 0$, où V_{AL} est l'hamiltonien d'interaction atome-champ) alors qu'elles interfèrent constructivement dans l'état couplé :

$$(16) \quad |\psi_C\rangle = (\Omega_1/\Omega)|1\rangle + (\Omega_2/\Omega)|2\rangle$$

($\langle e|V_{AL}|\psi_C\rangle = \hbar\Omega/2 \simeq \hbar\Omega_2/2$). De (15) et (16) on déduit que :

$$(17) \quad |1\rangle = (\Omega_2/\Omega)|\psi_{NC}\rangle + (\Omega_1/\Omega)|\psi_C\rangle$$

ce qui montre que $|1\rangle$ coïncide pratiquement avec l'état non couplé, puisque $\Omega_1 \ll \Omega_2$ d'après (5). C'est uniquement la contamination de $|1\rangle$ par l'état couplé $|\psi_C\rangle$, dont le poids est $\Omega_1^2/\Omega^2 \simeq \Omega_1^2/\Omega_2^2$ d'après (17), qui permet à l'atome d'absorber le champ ω_{L1} à partir de g_1 et on peut comprendre ainsi pourquoi le résultat de l'approche simpliste est diminué par un facteur R_1/Γ'_2 .

Tous les résultats précédents sont établis pour des champs ω_{L1} et ω_{L2} résonnants ($\delta_1 = \delta_2 = 0$). Les calculs peuvent être également faits en supposant le champ ω_{L1} légèrement désaccordé et satisfaisant (6). On trouve alors que $\mathcal{P}(1/2)$ et $\mathcal{P}(2/1)$ sont multipliés par un facteur qui décroît de 1 à 0 quand $|\delta_1|$ croît à partir de 0 sur un intervalle de largeur Γ'_2 , alors que $\mathcal{P}(e/1)$ croît de Ω_2^2/Ω_2^2 à $\Omega_1^2/\tilde{\Gamma} R_1$ sur le même intervalle de variation de $|\delta_1|$. Un tel résultat exprime que les processus Raman stimulés sont liés à une résonance Raman entre g_1 et g_2 , de largeur Γ'_2 . C'est également quand cette condition de résonance Raman est satisfaite que les effets d'interférence entre les deux amplitudes d'absorption à partir de g_1 et g_2 ont une efficacité maximale. En dehors de cette résonance Raman, ces effets d'interférence deviennent négligeables et le résultat du raisonnement simpliste donné plus haut devient valable. Pour augmenter au maximum les gains par

effet Raman stimulé, et pour diminuer au maximum les pertes par absorption, on a donc intérêt à se placer au centre de la résonance Raman.

CONCLUSION. — Nous avons montré dans cette Note comment il était possible d'appliquer la méthode des sauts quantiques exposée dans [1] au modèle simple introduit par les auteurs de la référence [2]. Nous nous sommes contentés ici d'indiquer les grandes lignes du calcul et de discuter les résultats essentiels. Par rapport à la méthode des équations de Bloch optiques, l'avantage de la méthode des sauts quantiques est de permettre d'identifier les contributions de chaque processus physique. Nous avons aussi montré que l'amplification du champ ω_{L1} était due essentiellement à des processus Raman stimulés $g_2 \rightarrow g_1$ et que des effets d'interférence quantique jouaient un rôle essentiel pour inhiber, à la limite $\Omega_1 \ll \Omega_2$, les processus d'absorption partant de g_1 [et décrits par $\mathcal{P}(1, e)$]. Par contre, ces effets d'interférence ne modifient pas les processus d'absorption partant de g_2 [et décrits par $\mathcal{P}(2, e)$], processus qui vident g_2 puisque $\Gamma'_2 \gg R_2$ [voir (3)]. On peut comprendre ainsi pourquoi l'atome peut passer la plus grande partie de son temps dans l'état g_1 , qui devient donc plus peuplé que l'état g_2 , sans introduire des pertes par absorption qui pourraient empêcher l'amplification du champ ω_{L1} .

Nous avons bénéficié de discussions très fructueuses avec J. Dalibard, et nous tenons à le remercier pour ses commentaires et ses suggestions.

Note remise le 23 mars 1992, acceptée le 14 avril 1992.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] C. COHEN-TANNOUDJI, B. ZAMBON et E. ARIMONDO, *C. R. Acad. Sci. Paris*, 314, série II, 1992, p. 1139-1145.
- [2] A. IMAMOGLU, J. E. FIELD et S. E. HARRIS, *Phys. Rev. Lett.*, 66, 1991, p. 1154. Pour une revue des travaux sur l'amplification sans inversion, voir les exposés de O. KOCHAROVSKAYA et M. O. SCULLY dans *Proceedings of the XXth Solvay Conference on Physics on Quantum Optics*, à paraître dans Physics Reports.
- [3] Voir, par exemple, C. COHEN-TANNOUDJI, J. DUPONT-ROC et G. GRYNBERG, *Processus d'interaction entre photons et atomes*, InterEditions et Éditions du C.N.R.S., Paris, 1988, Traduction anglaise : Atom-Photon Interactions. Basic Processes and Applications, Wiley, New York, 1992, Chap. VI.

C. C.-T. : Collège de France et Laboratoire de Spectroscopie hertzienne de l'E.N.S.,
associé au C.N.R.S. et à l'Université Paris-VI,
24, rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05;

B. Z. et E. A. : Dipartimento di Fisica, Università di Pisa, I-56100, Italy.