

Chapitre 3

La condensation de Bose-Einstein dans les gaz

Par *Claude Cohen-Tannoudji,*
Jean Dalibard et Franck Laloë

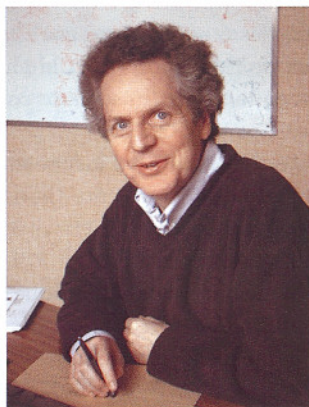
Sommaire

3.1	Le « gaz parfait saturé »	92
3.1.1	Dénombrement des états dans un gaz	92
3.1.2	La distribution de Bose-Einstein et le phénomène de condensation	95
3.1.3	Interprétation ondulatoire du seuil de condensation	98
3.2	Évolution des idées après 1925	99
3.2.1	Des particules qui ne sont plus indépendantes?	99
3.2.2	Une vraie condensation? La limite thermodynamique	100
3.2.3	Un lien avec la superfluidité?	102
3.2.4	Le renouveau des gaz quantiques	104
3.2.5	Un régime intermédiaire semi-quantique	106
3.3	La percée des alcalins	107
3.3.1	La manipulation d'atomes par laser	108
3.3.2	Vers la condensation	110
3.3.3	Interférences de condensats	113
3.4	Au-delà du gaz parfait	114
3.4.1	Description, manipulation et effets des interactions à l'équilibre	114
3.4.2	La superfluidité	117
3.4.3	Condensat en rotation et tourbillons quantiques	119
3.4.4	Du superfluide vers l'isolant de Mott	120
3.5	Conclusion et perspectives	122
3.6	Références générales	125



Claude Cohen-Tannoudji

Claude Cohen Tannoudji est professeur honoraire au Collège de France, membre de l'Académie des sciences. Toute sa carrière de chercheur s'est déroulée à l'École Normale Supérieure. Il a écrit quatre ouvrages sur la mécanique quantique, l'électrodynamique quantique, l'optique quantique et les statistiques de Lévy, ainsi que de très nombreux articles théoriques et expérimentaux sur divers problèmes de physique atomique et d'optique quantique. Il est en particulier l'auteur du formalisme universellement utilisé de l'atome « habillé » par le champ électromagnétique. Il a partagé en 1997 le Prix Nobel de physique avec Steve Chu et William Phillips pour ses travaux sur le refroidissement et le piégeage d'atomes par des faisceaux laser.



Jean Dalibard

Jean Dalibard est directeur de recherches au CNRS, chercheur au département de Physique de l'École Normale Supérieure (Laboratoire Kastler Brossel) et professeur à l'École Polytechnique. Il est membre de l'Académie des sciences. Ses travaux de recherche ont d'abord porté sur la manipulation et le refroidissement des atomes par laser. Il étudie désormais les gaz quantiques, en particulier les condensats de Bose-Einstein, en s'intéressant tout particulièrement à leurs propriétés de cohérence et de superfluidité.



Franck Laloë

Franck Laloë est directeur de recherche au CNRS, chercheur au département de physique de l'École Normale Supérieure, au sein du Laboratoire Kastler Brossel dont il est le directeur actuel. Ses travaux ont porté sur le pompage optique et l'orientation nucléaire dans l'hélium trois, puis sur le transport dans les fluides quantiques polarisés, en particulier les ondes de spin. Il a aussi contribué à la compréhension des fondements de la mécanique quantique et s'est intéressé à l'acoustique musicale. Il travaille actuellement sur les propriétés statistiques des gaz à très basse température.

La condensation de Bose-Einstein dans les gaz

L'INTERPRÉTATION DE LA DISTRIBUTION SPECTRALE DU RAYONNEMENT

En équilibre thermodynamique avec les parois d'une enceinte dans laquelle il est enfermé¹ a stimulé de nombreux travaux à la fin du XIX^e siècle. C'est pour en rendre compte que Max Planck introduisit en 1900, et pour la première fois en physique, l'idée de la quantification des échanges d'énergie entre oscillateurs matériels et rayonnement, ainsi que la constante h qui porte son nom. La formule de Planck, donnant la répartition spectrale du rayonnement du corps noir, peut ainsi être considérée comme marquant la naissance de la physique quantique. Plusieurs démonstrations de la formule de Planck ont été données. L'une d'entre elles fut trouvée en 1924 par le jeune physicien indien Satyendra Nath Bose qui traitait le rayonnement comme un gaz de particules identiques, les quanta lumineux. En cherchant la distribution la plus probable en énergie des particules d'un tel gaz, Bose retrouvait la loi de Planck. Albert Einstein, à qui Bose avait adressé son article, fut très intéressé par ce travail. Il traduisit l'article en allemand et aida Bose à le publier [1]. Il généralisa peu après cette approche à l'étude d'un gaz parfait de particules matérielles identiques, et dans deux articles parus en 1924 et 1925 [2], il établit l'expression de la distribution en énergie d'un gaz parfait monoatomique, connue maintenant sous le nom de distribution de Bose-Einstein².

Les formules établies par Einstein dans son second article le conduisaient à prévoir un effet curieux. Si, à volume V et à nombre total N d'atomes fixés, on diminue la température T du gaz, on trouve qu'en dessous d'une certaine température critique T_C les atomes doivent s'accumuler dans l'état fondamental de la boîte contenant les atomes. Cet état acquiert ainsi une population macroscopique, qui peut devenir de l'ordre de N quand on continue à diminuer la température. Les valeurs prévues pour T_C étaient cependant très basses, et à ces températures, tout corps ne semblait pouvoir exister qu'à l'état liquide ou solide. C'est pourquoi la condensation prévue par Einstein pour un gaz

¹Ce rayonnement est traditionnellement appelé rayonnement du corps noir.

²Pour plus de détails sur les échanges entre Einstein et Bose, voir [3].

parfait fut plutôt considérée comme un phénomène purement académique par les physiciens de l'époque, y compris Einstein lui-même³. Certes, des rapprochements furent suggérés plus tard par Fritz London entre la condensation prévue par Einstein et la superfluidité de l'hélium liquide ; nous y reviendrons plus en détail au paragraphe 3.2.3. Toutefois il fallut attendre jusqu'en 1995, soit 70 ans après l'article d'Einstein, pour que les progrès réalisés sur la manipulation d'échantillons de gaz alcalins ultrafroids et polarisés permettent d'observer la condensation de Bose-Einstein dans un gaz. Depuis cette date, on assiste à une véritable explosion de l'activité théorique et expérimentale dans ce domaine. Le but de ce chapitre est de décrire brièvement la genèse et le développement de ce domaine de recherche qui est devenu l'un des plus actifs de la physique.

Nous commençons (premier paragraphe) par rappeler les principaux résultats établis par Einstein : importance de l'indiscernabilité des particules dans le dénombrement des états microscopiques du gaz et dans l'établissement de la statistique de Bose-Einstein ; phénomène de condensation conduisant Einstein à considérer la partie non condensée du gaz comme un « gaz parfait saturé » ; interprétation ondulatoire du seuil de condensation. Nous décrivons ensuite (paragraphe 2) les débats qui ont été stimulés par l'article d'Einstein, les nouvelles idées qui ont été suggérées, le renouveau d'intérêt qui s'est manifesté pour l'étude des effets quantiques dans les gaz. Les premières observations de la condensation de Bose-Einstein sur les gaz ultrafroids d'atomes alcalins obtenus par refroidissement laser et refroidissement par évaporation sont présentées (paragraphe 3) ainsi que quelques expériences démontrant la cohérence des ondes de matière ainsi obtenues. L'importance des interactions entre atomes est abordée au paragraphe 4. On montre comment on peut les décrire et les manipuler. Le rôle qu'elles jouent dans divers effets physiques, comme la superfluidité, les tourbillons quantiques et la transition superfluide-isolant de Mott est également analysé. Une conclusion (paragraphe 5) mentionne enfin quelques développements récents sur d'autres gaz quantiques dégénérés formés d'atomes fermioniques.

3.1 Le « gaz parfait saturé »

3.1.1 Dénombrement des états dans un gaz

L'élément essentiel dans l'établissement de la distribution en énergie d'un gaz parfait monoatomique mit un certain temps à être formulé de manière explicite⁴. Il concerne la manière de dénombrer le nombre d'états microscopiques distincts associés à un état macroscopique du gaz, défini par Einstein comme la donnée des nombres N_i d'atomes dans chaque domaine Δ_i d'énergie comprise entre E_i et $E_i + \Delta E_i$. Chacun de ces domaines peut être divisé

³Il écrivait à ce propos : « l'idée est belle, mais contient-elle une part de vérité ? » [4].

⁴Voir par exemple l'article d'Alfred Kastler sur ce sujet [5].

en g_i cellules différant par d'autres grandeurs physiques que l'énergie. Une cellule correspond tout simplement en mécanique quantique à un état individuel d'une particule ; elle occupe dans l'espace des phases un volume h^3 (où h est la constante de Planck). Chaque état macroscopique est alors défini par une certaine répartition des N_i particules parmi les g_i cellules, pour tous les domaines Δ_i . L'état d'équilibre est l'état macroscopique qui est réalisé par le plus grand nombre d'états microscopiques, compte tenu des contraintes imposées au système (on fixe le nombre de particules et l'énergie totale).

En mécanique statistique classique, des particules identiques sont considérées comme discernables. On peut numérotter à chacune des particules à l'instant initial et suivre individuellement au cours de l'évolution temporelle chacune de ces particules qui conserve ainsi le numéro qui lui a été attribué. Deux états microscopiques se déduisant l'un de l'autre par une permutation de 2 particules identiques se trouvant dans 2 cellules différentes doivent donc être considérés comme distincts dans le dénombrement des états microscopiques associés à un état macroscopique. On peut montrer que l'état macroscopique le plus probable, c'est-à-dire l'état d'équilibre, suit alors la distribution de Maxwell-Boltzmann.

Les calculs faits par Bose pour le rayonnement, puis par Einstein pour un gaz parfait monoatomique, correspondent à un autre type de dénombrement où des particules identiques sont considérées comme indiscernables : deux états microscopiques se déduisant l'un de l'autre par une permutation quelconque de particules identiques doivent être considérés comme un même état. Le dénombrement des états microscopiques correspondant à un état macroscopique est alors différent du précédent et c'est ce qui explique pourquoi la distribution d'équilibre ainsi obtenue, la distribution de Bose-Einstein, est différente de la statistique de Maxwell-Boltzmann. Dans le cas étudié par Bose, les « particules » du gaz sont des quanta d'excitation d'un mode du rayonnement, et il est assez naturel de les considérer comme indiscernables. L'extension d'un tel mode de dénombrement à un gaz d'atomes était moins évidente ; l'idée d'Einstein peut être considérée comme prémonitoire des statistiques quantiques résultant du postulat de symétrisation des fonctions d'onde.

Pour illustrer les considérations précédentes sur le dénombrement des états microscopiques de particules identiques discernables ou indiscernables, considérons l'exemple simple de trois particules réparties dans deux cellules (Fig. 3.1). Si les particules sont discernables, et donc numérotables (partie gauche de la figure), il y a un seul état où les 3 particules sont dans la cellule de gauche, un seul état où ces 3 particules sont dans la cellule de droite. Le résultat est le même quand les particules sont indiscernables (partie de droite de la figure). En revanche, si l'on met une particule dans la cellule de gauche et 2 dans la cellule de droite, 3 états distincts apparaissent quand les 3 particules sont discernables alors qu'un seul état existe lorsqu'elles sont indiscernables. Un résultat analogue est obtenu quand on met 2 particules dans la cellule de gauche et 1 particule dans la cellule de droite. Le nombre total

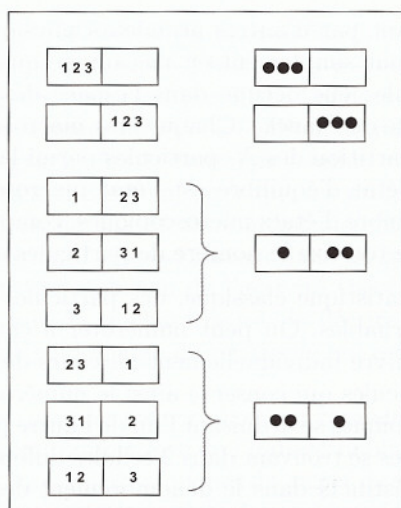


FIG. 3.1 – États microscopiques de 3 particules identiques réparties dans 2 cellules. La partie de gauche de la figure correspond au cas où les 3 particules sont discernables et repérées par un numéro ; la partie de droite au cas où les particules sont indiscernables.

d'états microscopiques est donc clairement différent dans les deux cas, 8 pour des particules discernables, 4 pour des particules indiscernables.

Une autre idée importante est également suggérée par cette figure. Les états microscopiques où toutes les particules sont dans la même cellule sont en même nombre dans les deux cas. En revanche, dès que les particules sont réparties dans des cellules différentes, les permutations de particules discernables donnent naissance à un nombre d'états microscopiques plus élevé que pour des particules indiscernables. Le poids relatif des états où les particules sont toutes dans la même cellule par rapport aux autres états où elles sont réparties dans des cellules différentes est donc plus important quand les particules sont indiscernables. Pour le cas de la figure 3.1, ce poids relatif vaut $2/8 = 1/4$ pour des particules discernables et $2/4 = 1/2$, soit 2 fois plus grand, pour des particules indiscernables. On peut ainsi comprendre pourquoi la statistique de Bose-Einstein va favoriser l'accumulation des particules dans une même cellule par rapport à ce qui se passe pour la statistique de Maxwell-Boltzmann.

Notons enfin que, dans tout ce qui précède, chaque cellule est supposée pouvoir contenir un nombre arbitraire de particules identiques, qu'elles soient discernables ou indiscernables. Deux années après la publication des articles de Bose et d'Einstein, paraissaient les travaux de Fermi et de Dirac introduisant l'idée qu'il pouvait exister des particules, obéissant au principe de Pauli, pour lesquelles les nombres d'occupation de chaque cellule ne pouvaient être égaux

qu'à 0 ou à 1. Le dénombrement des états microscopiques de telles particules, considérées elles aussi comme indiscernables, conduit à la statistique de Fermi-Dirac.

3.1.2 La distribution de Bose-Einstein et le phénomène de condensation

Considérons un ensemble d'atomes identiques, sans interactions mutuelles, en contact avec un thermostat. Il s'agit de trouver l'état macroscopique le plus probable du gaz pour des valeurs fixées du nombre total N d'atomes et de l'énergie totale moyenne E de ces atomes

$$\sum_i N_i = N \qquad \sum_i N_i E_i = E \qquad (3.1)$$

Nous ne détaillerons pas ici le calcul, fait la première fois par Einstein, du nombre d'états microscopiques distincts correspondant à un état macroscopique défini par l'ensemble $\{N_i\}$ des nombres N_i d'atomes dans les domaines Δ_i , calcul fait en supposant les atomes indiscernables. La recherche du maximum de ce nombre, compte tenu des contraintes (3.1) donne pour le nombre moyen d'occupation $n_i = N_i/g_i$ d'une cellule ou état quantique i d'énergie E_i le résultat :

$$n_i = \frac{1}{\exp[\beta(E_i - \mu)] - 1} \qquad (3.2)$$

qui est la distribution de Bose-Einstein. Dans cette expression, β et μ sont des constantes (« multiplicateurs de Lagrange ») provenant des contraintes (3.1). La première constante, β , est reliée à la température T du thermostat par l'équation $\beta = 1/k_B T$, où k_B est la constante de Boltzmann ; la seconde, μ , est le potentiel chimique, c'est-à-dire l'énergie à fournir pour ajouter un atome au gaz. Il est commode d'utiliser, au lieu de μ , la fugacité z définie par $z = \exp(\beta\mu)$, qui est donc un nombre réel et positif, de sorte que (3.2) peut encore s'écrire :

$$n_i = \frac{1}{z^{-1} \exp(\beta E_i) - 1} = \frac{z}{\exp(\beta E_i) - z} \qquad (3.3)$$

On peut toujours prendre pour zéro d'énergie l'énergie de l'état fondamental $i = 0$: $E_0 = 0$. On a alors $\exp(\beta E_0) = 1$. Comme N_0 ne peut pas être négatif, z est donc nécessairement plus petit que 1, ce qui donne pour les valeurs possibles de z le domaine

$$0 \leq z < 1 \qquad (3.4)$$

En reportant (3.3) dans la première équation (3.1), on obtient

$$N = \sum_i N_i = \sum_i g_i n_i = \sum_i g_i \frac{z}{\exp(\beta E_i) - z} \qquad (3.5)$$

équation qu'il faut ensuite inverser pour obtenir z en fonction de N et de T .

Considérons un gaz d'atomes contenu dans une boîte cubique de côté L et de volume $V = L^3$. Supposons qu'à température T et volume V fixés, on augmente progressivement le nombre d'atomes N contenus dans la boîte. Aux faibles valeurs de N , la résolution de l'équation (3.5) donne une valeur très petite pour z : $z \ll 1$. Dans le dénominateur de l'équation (3.3), on peut alors négliger z devant l'exponentielle, qui est toujours supérieure à 1, ce qui donne :

$$n_i \simeq z \exp(-\beta E_i) \quad (3.6)$$

La distribution de Bose-Einstein est alors très peu différente de la distribution classique de Maxwell-Boltzmann. Quand le nombre N d'atomes devient suffisamment grand, z se rapproche de la limite supérieure $z = 1$ de l'intervalle (3.4) et un comportement tout à fait nouveau apparaît. Pour le décrire, il est commode de séparer dans (3.5) la contribution N_0 de l'état fondamental supposé non dégénéré ($g_0 = 1$), contribution égale à $z/(1-z)$ puisque $E_0 = 0$, de celle des autres états excités $i \neq 0$:

$$N = \frac{z}{1-z} + \sum_{i \neq 0} g_i \frac{z}{\exp(\beta E_i) - z} \quad (3.7)$$

Quand z se rapproche de 1, $N_0 = z/(1-z)$ devient très grand. En revanche, la somme N_{exc} des populations des états excités $i \neq 0$ demeure toujours inférieure à une valeur N_{max} obtenue en remplaçant chacun des termes de la somme apparaissant au second membre de (3.7) par sa valeur maximale atteinte pour $z = 1$.

$$N_{\text{exc}} = \sum_{i \neq 0} g_i \frac{z}{\exp(\beta E_i) - z} \leq N_{\text{max}} = \sum_{i \neq 0} g_i \frac{1}{\exp(\beta E_i) - 1} \quad (3.8)$$

Le point important, qui permet de comprendre le phénomène de condensation, est que la valeur de N_{max} , qui peut être calculée, soit numériquement, soit après remplacement de la somme discrète par une intégrale, est finie. À température T et volume V fixés, quand le nombre total N d'atomes devient supérieur à cette valeur N_{max} , il est impossible pour les populations des états excités d'accueillir l'ensemble des atomes. L'excédent de populations $N - N_{\text{max}}$ se condense alors nécessairement dans l'état fondamental, puisque $N_0 = z/(1-z)$ peut prendre une valeur aussi élevée que l'on veut pour z suffisamment proche de 1. Une fois le seuil $N = N_{\text{max}}$ atteint, tout atome ajouté au gaz a une probabilité proche de 1 d'aller se condenser dans l'état fondamental⁵. Pour décrire le gaz d'atomes non condensés⁶ incapable d'accueillir une population supplémentaire, Einstein parle de « gaz parfait saturé ».

⁵La croissance de N_0 est régulière et commence avant que N atteigne la valeur « critique » N_{max} ; mais si l'on porte N_0/N en fonction de N/N_{max} , on obtient une courbe dont la pente passe discontinûment de 0 à 1 à la limite où V est très grand.

⁶Il est d'usage maintenant d'appeler « condensat » l'ensemble des atomes condensés dans l'état fondamental et « nuage thermique » l'ensemble des atomes non condensés.

La valeur de $N_{\max}$ dépend du problème considéré, par exemple gaz homogène contenu dans une boîte de volume V , ou gaz piégé dans un potentiel harmonique. Nous ne détaillerons pas ici les calculs correspondants et nous contenterons de donner les résultats. Au lieu de faire varier N à température et volume fixés comme plus haut, nous faisons varier maintenant T à N et V fixés. Quand on diminue progressivement T à partir d'une valeur élevée, la valeur de $N_{\max}$, initialement très grande, diminue et devient égale à N pour une certaine température T_C . Quand $T < T_C$, $N_{\max}$ devient inférieur à N , les populations des états excités sont saturées et l'excédent de population $N - N_{\max}$ se condense dans l'état fondamental. La température T_C introduite plus haut est donc la température critique en dessous de laquelle se produit la condensation de Bose-Einstein.

Pour un gaz parfait homogène de N atomes contenu dans une boîte de volume V , on trouve que la valeur T_C de la température critique est donnée par :

$$\frac{N}{V} = \zeta(3/2) \left[\frac{m k_B T_C}{2\pi \hbar^2} \right]^{3/2} \quad (3.9)$$

où m est la masse des atomes, $\hbar = h/2\pi$ et $\zeta(3/2)$ est un nombre sans dimensions $\zeta(3/2) \simeq 2,612$. Nous donnerons plus loin une interprétation ondulatoire de cette équation. Notons que la valeur de T_C donnée par (3.9) demeure finie et inchangée quand on fait tendre N et V vers l'infini en gardant la densité N/V constante (limite thermodynamique), pour le problème à 3 dimensions considéré ici. Une étude analogue peut être faite pour un gaz à 2 ou 1 dimensions. On trouverait alors que T_C tend vers 0 à la limite thermodynamique.

Il est également possible de calculer la fraction N_0/N d'atomes condensés quand T décroît au dessous de T_C . On trouve⁷ :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_C} \right)^{3/2} \quad (3.10)$$

Des calculs analogues peuvent être faits pour un gaz parfait piégé dans un potentiel harmonique isotrope où les atomes oscillent avec une fréquence (angulaire) ω . On trouve que la température critique T_C au dessous de laquelle $N_{\max}$ devient inférieur à N est donnée par l'équation :

$$k_B T_C = \hbar \omega \left[\frac{N}{\zeta(3)} \right]^{1/3} \quad (3.11)$$

⁷Ici aussi, un calcul plus précis montre que la croissance de N_0/N au voisinage de $T/T_C = 1$ n'est pas aussi brutale que l'indique l'équation (3.10). Elle s'effectue sur un intervalle de valeurs de T/T_C d'autant plus étroit que N est plus grand. Une discontinuité réelle dans la vitesse de variation de N_0/N n'apparaît qu'à la limite thermodynamique. Voir plus loin la discussion du paragraphe 3.2.2.

où $\zeta(3)$ est un nombre sans dimensions $\zeta(3) \simeq 1,202$. La fraction d'atomes condensés est donnée par une équation analogue à (3.10)

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_C} \right)^3 \quad (3.12)$$

Si les atomes obéissaient à la statistique de Maxwell-Boltzmann, l'occupation de l'état fondamental deviendrait importante quand la température T atteint une valeur telle que $k_B T$ devient de l'ordre de $\hbar\omega$. Pour des particules obéissant à la statistique de Bose-Einstein, cette accumulation d'atomes dans l'état fondamental apparaît d'après (3.11) à des températures T_C augmentées par un facteur $N^{1/3}$, qui peut être grand puisque $N \gg 1$. La condensation de Bose-Einstein ne doit pas donc être confondue avec l'effet thermique trivial qui apparaît quand l'énergie thermique $k_B T$ devient de l'ordre de la séparation $\hbar\omega$ entre l'état fondamental du système et le premier état excité.

3.1.3 Interprétation ondulatoire du seuil de condensation

Revenons au cas d'un gaz parfait homogène contenu dans une boîte de volume V et à l'expression (3.9) de la température critique T_C . Il est intéressant de réécrire cette expression en y faisant apparaître la longueur d'onde thermique λ_T des atomes, qui caractérise leur comportement ondulatoire, plus précisément la longueur de cohérence des paquets d'ondes qui leur sont associés :

$$\lambda_T = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}} \quad (3.13)$$

Comme N/V n'est autre que la densité spatiale ρ uniforme du gaz, l'équation (3.9) donne à $T = T_C$:

$$\rho [\lambda_{T_C}]^3 = \zeta(3/2) \simeq 2,612 \quad (3.14)$$

qui, compte tenu de (3.13), permet de calculer la température critique pour toute densité ρ ; plus cette dernière est faible, plus la température critique est basse.

La densité spatiale ρ est égale à d^{-3} , où d est la distance moyenne entre atomes. L'équation (3.14) exprime donc que, pour $T = T_C$, la distance moyenne d entre atomes est de l'ordre de la longueur d'onde de de Broglie thermique λ_{T_C} . Analysons alors l'évolution des phénomènes quand on fait décroître T d'une valeur supérieure à T_C à une valeur inférieure. Il est clair d'après (3.13) que λ_T est une fonction décroissante de T . Quand $T \gg T_C$, on a donc $\lambda_T \ll d$. Les paquets d'ondes des divers atomes sont alors séparés par une distance très supérieure à leur longueur de cohérence. L'aspect ondulatoire des atomes est peu important et on peut les traiter comme des objets classiques, ce qui explique pourquoi la statistique de Maxwell-Boltzmann est

une bonne approximation de la statistique de Bose-Einstein aux températures élevées. Quand T décroît, λ_T croît. Les paquets d'ondes se retrouvent séparés par une distance moyenne qui devient de l'ordre de grandeur de leur longueur de cohérence quand T devient de l'ordre de T_C . Ils peuvent alors interférer et cette interférence devient de plus en plus importante quand T décroît au dessous de T_C .

Il est intéressant de noter que, au moment où il écrivait son second article introduisant le phénomène de condensation, Einstein venait de recevoir la thèse de Louis de Broglie que Paul Langevin lui avait fait parvenir. Einstein invoque dans cet article l'interférence entre les ondes de de Broglie associées aux divers atomes pour expliquer, non pas le phénomène de condensation, mais un terme apparaissant dans l'expression des fluctuations du gaz parfait, terme analogue à celui trouvé auparavant pour les fluctuations du rayonnement et qui est relié aux interférences entre ondes lumineuses.

3.2 Évolution des idées après 1925

La condensation de Bose-Einstein a eu un destin historique plutôt inhabituel dans l'histoire de la physique. Habituellement, c'est assez rapidement que les grandes percées théoriques sont reconnues par les contemporains, et donnent lieu à des vérifications expérimentales. Ici, non seulement l'idée d'Einstein a été accueillie avec des doutes sérieux, mais environ 70 ans se sont écoulés avant que des observations expérimentales vraiment indiscutables permettent de confirmer clairement l'analyse théorique initiale.

Il faut en effet réaliser à quel point l'article original d'Einstein de 1924 [2] est apparu tôt dans l'histoire de la physique quantique, en fait avant même que les lois de la mécanique quantique aient vraiment émergé. Par exemple l'équation de Schrödinger, qui peut être considérée comme le fondement de la physique quantique moderne, n'a été introduite qu'un an plus tard. On peut même souligner un contraste réel entre l'introduction de la condensation de Bose-Einstein et la découverte la plus connue d'Einstein, la relativité restreinte. Cette dernière s'appuyait sur de longs travaux d'approche menés par des physiciens aussi célèbres que Lorentz et Poincaré. Il semble parfaitement possible que, sans Einstein, d'autres auraient assez rapidement introduit des idées très semblables. Rien de tel dans le cas de l'introduction de la condensation de Bose-Einstein, totalement en avance sur son temps ; comme nous l'avons déjà mentionné, son idée a été accueillie avec un certain scepticisme.

3.2.1 Des particules qui ne sont plus indépendantes ?

Dès 1925, Schrödinger écrit à Einstein pour lui dire à quel point il est surpris par la distribution (3.3), qui ne correspond pas à la distribution de Boltzmann bien connue, et qui sous-entend que les particules d'un gaz parfait (sans interaction) ne sont plus « indépendantes ». La question est parfaitement

naturelle; elle vient de ce que Schrödinger n'avait pas perçu la différence introduite implicitement par Einstein entre particules indiscernables, obéissant à la nouvelle statistique, et particules discernables, qui correspondent effectivement à la statistique de Boltzmann. Dans sa réponse, Einstein souligne que, dans la nouvelle statistique, les quanta ne doivent pas être traités séparément les uns des autres; les « molécules » n'apparaissent donc pas comme localisées indépendamment, chacune ayant une certaine propension à se placer dans la même « cellule » qu'une autre. C'est probablement la première discussion historique des propriétés très importantes, mais peu intuitives, des statistiques quantiques.

En termes modernes, on n'emploierait plus exactement les mêmes termes que Schrödinger; on dirait que les particules identiques de l'article d'Einstein sont bien indépendantes, puisqu'elles n'interagissent pas, mais qu'elles sont corrélées par leur statistique quantique. Comme mentionné au paragraphe 3.1, toute la physique de la transition de Bose-Einstein tient dans les nouvelles règles de comptage introduites par Bose, qui ne considère pas comme distincts deux états physiques où un état excité est occupé par deux particules numérotées différemment. On dirait donc maintenant que c'est le peu d'entropie associée à la présence d'excitations qui, dans un gaz de Bose-Einstein, permet l'apparition d'un condensat, contrairement à ce qui se produit pour des particules de Boltzmann.

3.2.2 Une vraie condensation ? La limite thermodynamique

Un ami proche d'Einstein, Paul Ehrenfest, est probablement celui qui éleva les objections les plus porteuses d'idées nouvelles. Einstein et Ehrenfest avaient l'habitude de se rencontrer lors de séjours à Leyde, aux Pays-Bas, traditionnellement un haut lieu de la physique (Huyghens, Lorentz et d'autres y vécurent). Il faut avouer que l'article d'Einstein laissait en sous-entendu bien des points délicats! En fait, dans son article ne figure pas de somme discrète sur les valeurs de i comme celle de (3.5) ou (3.8), mais directement la valeur limite où V est très grand; les sommes sur $i \neq 0$ peuvent alors être remplacées par le produit de V par une intégrale finie, limitée supérieurement comme mentionné plus haut (paragraphe 3.1.2). De là, Einstein déduit l'existence d'une saturation de la population non condensée, et donc d'une accumulation dans l'état fondamental à partir d'une certaine densité; en d'autres termes, il apparaît une singularité pour cette valeur de la densité (transition de phase). Or Ehrenfest faisait remarquer que, pour tout système physique donné, donc de taille fixe, il suffit de revenir tout simplement à la somme discrète initiale pour faire disparaître cet effet: tout est alors continu, régulier, aucune singularité ne se produisant quand la densité ou la température varient. Par exemple, la figure 3.2 représente le rapport entre le nombre de particules condensées N_0 et le nombre total de particules N en fonction de la température T , pour des systèmes contenant 10^2 , 10^3 ou 10^4 particules; aucune de ces courbes ne

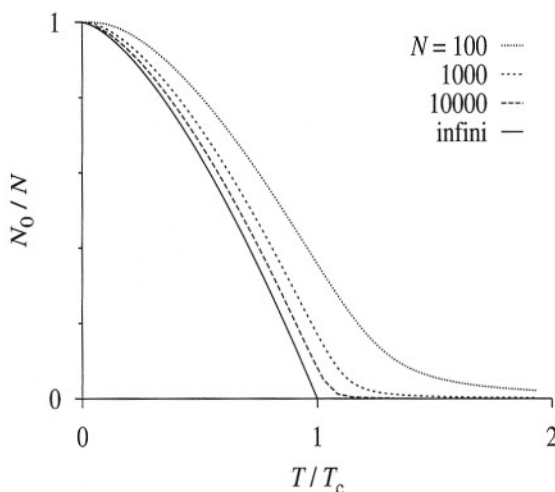


FIG. 3.2 – Variations du rapport entre le nombre de particules condensées N_0 et le nombre total de particules N en fonction de la température (en unités de la température critique prévue par l'équation (3.14)); la courbe supérieure correspond à $N = 100$, celle d'en dessous à $N = 10^3$ et la suivante à $N = 10^4$ particules. La courbe la plus basse correspond à la limite thermodynamique où N est infini, et présente un point anguleux caractéristique d'une transition de phase (la condensation de Bose-Einstein). Cette figure a été réalisée par Werner Krauth (LPS, ENS).

présente de point anguleux ou de discontinuité. Où était alors la transition dont Einstein prédisait l'existence? N'était-ce pas un pur artéfact d'une approximation non contrôlée, le remplacement d'une somme discrète par une intégrale?

Les réactions d'Einstein à cette objection ne sont pas connues, au moins des auteurs de ce texte. Dans l'article original, le passage de la somme à une intégrale est fait sans le moindre commentaire. Un homme aussi épris de logique pure s'est certainement construit une opinion sur le sujet, et l'a probablement exprimée oralement à son ami. Ce qui est clair est que cette période de l'histoire de la physique coïncide avec l'émergence d'une notion très importante, celle de limite thermodynamique, qui permet de répondre à l'objection d'Ehrenfest. C'est précisément dans le grand amphithéâtre de physique de Leyde qu'a eu lieu une discussion célèbre sur la question suivante : les transitions de phase sont-elles contenues dans le formalisme de la mécanique statistique, ou sont-elles intrinsèquement au-delà de ce formalisme, nécessitant l'adjonction de nouveaux postulats? On sait que les transitions de phase impliquent des singularités des fonctions thermodynamiques (le palier bien connu des isothermes de pression en fonction de la densité par exemple). Or l'expression que donne la mécanique statistique de l'énergie libre d'un système est une fonction régulière (analytique) des différents paramètres tels que T ou

le volume V . On a alors l'impression que cette expression ne peut jamais prédire l'existence d'une transition de phase. Qu'en est-il réellement ? On dit que la question était si vivement débattue, sans qu'un consensus entre les grands physiciens présents ne puisse être obtenu que, par amusement, il a été procédé à un vote !

Ces discussions signalent la difficile émergence de la notion générale de « limite thermodynamique », limite où le système physique devient de taille infinie à densité constante, c'est-à-dire à rapport N/V constant. On sait maintenant que ce n'est que dans cette limite qu'apparaissent les singularités caractéristiques des transitions de phase ; le physicien Hendrik Kramers a joué un rôle important dans l'apparition de cette idée. Par exemple, les courbes supérieures de la figure 3.2 sont régulières et analytiques, sans singularité, alors que la courbe inférieure correspond à la limite thermodynamique et présente effectivement un point anguleux pour $T = T_C$. On voit clairement comment, au fur et à mesure que N et V croissent en gardant un rapport constant, la courbe fait apparaître une région de courbure de plus en plus grande ; pour N infini, elle devient un point anguleux, ce qui signale la présence d'un changement de phase. Ceci illustre sur un cas particulier comment une transition de phase correspond à un phénomène où certaines propriétés physiques du système (ici par exemple la dérivée de N_0 par rapport à la température) varient d'autant plus rapidement sur un petit intervalle des paramètres que le système est grand.

La découverte d'Einstein a joué un rôle dans cette percée conceptuelle, en prédisant l'existence d'une transition dans un système suffisamment simple pour que des calculs mathématiques soient possibles (un gaz parfait). Auparavant, toutes les transitions de phase connues mettaient en jeu des interactions⁸, ce qui rendait les calculs beaucoup plus difficiles, voire infaisables. Le calcul exact d'Einstein a donc créé le cadre propice à l'apparition d'une notion nouvelle et universelle en physique [4, 6].

3.2.3 Un lien avec la superfluidité ?

La superfluidité d'un liquide est sa capacité à entretenir des écoulements sans friction, qui ne tendent donc pas à s'amortir rapidement par viscosité comme ils le font dans tous les liquides normaux. Depuis longtemps (1911), les expérimentateurs du laboratoire de Kamerlingh Onnes à Leyde avaient mis en évidence le phénomène de supraconductivité, phénomène assimilable à une superfluidité des électrons de conduction dans un métal, et se traduisant par une annulation brutale et complète de la résistivité électrique en dessous

⁸Comme rappelé plus haut, la transition de Bose-Einstein du gaz parfait est de nature purement entropique, pas énergétique (contrairement à la transition ferromagnétique par exemple, qui est induite par la tendance des spins à s'orienter les uns par rapport aux autres pour réduire leur énergie d'interaction ; elle met donc en jeu une compétition énergie-entropie).

d'une certaine température très basse (quelques kelvins)⁹. Puis, en 1937, est apparue la superfluidité de l'hélium 4 liquide : Kapitza d'une part, Allen et Misener d'autre part, observèrent qu'en dessous d'une température critique traditionnellement notée T_λ (environ 2,2 kelvins) apparaissent toute une série de phénomènes physiques qui seraient impossibles dans un fluide visqueux, comme par exemple l'écoulement rapide dans des films d'hélium liquide très minces. Ni dans un cas ni dans l'autre, les physiciens n'avaient de théorie satisfaisante pour expliquer ces phénomènes pourtant très frappants. En 1938, toutefois, Fritz London fait un premier pas, en émettant la conjecture selon laquelle la transition qui apparaît à T_λ provient d'une condensation de Bose-Einstein des atomes du liquide. Cette idée permit ensuite à Laslo Tisza de construire une théorie phénoménologique de l'hélium 4 liquide, dite du modèle à deux fluides, toujours en usage aujourd'hui.

Pour étayer son idée, London comparait la température T_λ à la température de transition T_C d'un gaz parfait de bosons de même masse et même densité qu'un liquide d'hélium 4 ; il trouvait pour T_C une valeur de 3,2 kelvins, du même ordre de grandeur que T_λ . C'était un excellent argument de plausibilité, mais cet accord relatif n'était-il pas le fruit d'un pur hasard ? En effet, dans un liquide, les atomes « roulent » en quelque sorte les uns sur les autres, restant en contact la plupart du temps ; il est donc évident que les interactions, au lieu d'être négligeables, jouent un rôle important, de sorte que le système est très différent d'un gaz parfait. De plus, on sait maintenant qu'un gaz sans interactions, comme celui considéré par Einstein, n'est jamais superfluide, ce qui montre bien les limites de l'intuition de London. La perplexité des physiciens sur la nature exacte du lien entre transition superfluide et condensation de Bose-Einstein était donc réelle. D'ailleurs le très grand physicien russe Lev Landau, souvent considéré comme le père de la théorie moderne des propriétés de l'hélium 4 superfluide, développa son approche sous une forme qui ne fait intervenir à aucun stade la notion de condensation de Bose-Einstein.

Il est amusant de remarquer que, au moment où London faisait sa suggestion, non seulement il était difficile pour les contemporains de dire s'il avait raison ou tort, mais personne ne savait définir précisément ce qu'il fallait entendre par condensation de Bose-Einstein dans un système en interaction. Ce n'est qu'en 1956 que des articles clarificateurs de Penrose et Onsager permirent de donner un sens précis à cette notion, en faisant intervenir à nouveau la notion de limite thermodynamique. Ces deux auteurs donnèrent même une

⁹La supraconductivité des métaux ne concerne pas des particules obéissant à la statistique de Bose-Einstein, mais de Fermi-Dirac. Nous savons maintenant grâce à la théorie BCS (du nom des trois physiciens Bardeen, Cooper et Schrieffer, qui l'ont introduite en 1957) que la condensation de paires de fermions dans la théorie BCS peut être vue comme une extension des idées d'Einstein sur la condensation dans un gaz de bosons. Ces paires sont faiblement interagissantes, ce qui ajoute des éléments théoriques essentiels non contenus dans l'article initial d'Einstein.

évaluation de la fraction condensée¹⁰ dans l'hélium liquide très proche de la valeur acceptée actuellement. Curieusement, la qualité de ce résultat numérique impressionnant est maintenant considérée comme un hasard [7], mais ceci n'ôte rien à la grande valeur des idées théoriques générales introduites par London, Penrose et Onsager.

3.2.4 Le renouveau des gaz quantiques

On peut se demander pourquoi, sitôt l'idée d'Einstein connue, les expérimentateurs ne se sont pas précipités pour tenter de refroidir des gaz dilués, jusqu'à ce qu'ils atteignent la température prévue pour la transition. La raison en est simple : bien avant qu'on atteigne cette température, toutes les substances gazeuses subissent une condensation tout à fait ordinaire vers une phase liquide, puis vers une phase solide ; on est alors en présence de systèmes denses où les interactions dominent, et où la théorie d'Einstein ne s'applique plus. L'impression générale était donc que cette théorie ne donnait de prédictions intéressantes que dans un domaine de paramètres inaccessible en pratique, ce qui limitait son intérêt en le rendant purement académique.

Toutefois, à partir de 1975 environ, un vif renouveau d'intérêt se fait sentir pour le sujet ; plusieurs raisons l'expliquent. En premier lieu, toute une série d'expériences sur les semi-conducteurs [8] tendent à indiquer l'existence d'une condensation de Bose-Einstein pour des particules de brève durée de vie, les excitons¹¹. Ces expériences sont très remarquées, mais leur interprétation reste délicate, du fait des nombreux paramètres qui interviennent dans des systèmes physiques aussi complexes. En second lieu, alors qu'il avait semblé sans espoir de tenter d'observer de « vrais » gaz à très basse température, apparaissent des suggestions pour éviter la condensation ordinaire vers un liquide, et maintenir des systèmes gazeux même à très basse température. Il s'agit de s'intéresser à des états gazeux métastables, mais de durée de vie suffisamment longue pour permettre des observations précises. En particulier, reprenant une suggestion de Hecht [9], un article de Stwalley et Nosanov [10] propose d'utiliser une polarisation des spins électroniques de l'hydrogène atomique pour bloquer la recombinaison moléculaire des atomes, et stabiliser ainsi un gaz d'hydrogène jusqu'à des températures arbitrairement basses. Ceci donnerait en principe accès à une condensation de Bose-Einstein dans un système dilué, donc proche des conditions où la théorie d'Einstein reste valable.

¹⁰Pour cette définition de la fraction condensée, des outils théoriques non disponibles à l'époque de l'article d'Einstein sont nécessaires. Penrose et Onsager donnent une définition générale, qui n'est pas limitée à un système sans interactions ou homogène (où la condensation se produit simplement dans le niveau d'énergie le plus bas accessible à une particule isolée). Il s'agit de considérer l'opérateur densité à N particules, de prendre la trace partielle sur $N - 1$ particules pour obtenir l'opérateur à une particule, et enfin de considérer les valeurs propres de ce dernier opérateur. S'il existe une valeur propre qui croît proportionnellement à N dans la limite thermodynamique, on dit qu'il y a condensation de Bose-Einstein.

¹¹Il s'agit de paires liées électron-trou, analogues à des atomes d'hydrogène légers, qui peuvent être formées dans des cristaux semi-conducteurs.

Quelques années plus tard (1980) un groupe expérimental, à Amsterdam, montre qu'il est effectivement possible d'obtenir un tel gaz d'hydrogène atomique polarisé à une température de l'ordre de 0,3 kelvin, avec une densité numérique de quelques 10^{14} atomes par centimètre cube [11]. Cette performance était obtenue grâce un recouvrement des parois de la cellule contenant le gaz à basse température par l'hélium 4 liquide, afin d'éviter la recombinaison des atomes sur la paroi. Hélas, ces conditions sont toujours loin de la condensation de Bose-Einstein, puisque qu'avec ces chiffres le facteur $\rho\lambda_T^3$ est seulement de l'ordre de 10^{-6} , bien inférieur à la valeur 2,6 de la formule (3.14). C'est le début d'une longue course à la fois vers des températures plus basses et des densités plus élevées, afin de franchir enfin les conditions permettant d'obtenir le but final, la condensation de Bose-Einstein. Cette quête durera presque 30 ans et fournira au passage toute une série de résultats passionnants.

Plusieurs groupes expérimentaux entreprirent de réussir cet exploit [11,12]. Une première nécessité était de réduire encore les problèmes difficiles de recombinaison sur la paroi, subsistant malgré l'utilisation des enduits d'hélium liquide. Le piégeage magnétique, initialement développé par W. Paul dans les années 70 pour confiner des neutrons, fut adapté aux atomes neutres. Dans ces pièges, les atomes sont maintenus en lévitation grâce à un champ magnétique inhomogène, au centre d'une enceinte où règne un vide très poussé (10^{-9} Pa). Chaque atome porte un moment magnétique μ , qui se couple au champ magnétique local pour donner naissance à l'énergie d'interaction $E = -\mu \cdot \mathbf{B}$. Cette énergie joue le rôle d'une énergie potentielle pour le mouvement du centre de masse de l'atome, et la force magnétique qui en résulte permet de confiner l'atome. Considérons par exemple un atome au voisinage d'un point O où l'amplitude $|\mathbf{B}(\mathbf{r})|$ du champ magnétique est minimale. Si le moment magnétique de l'atome a une direction opposée à celle du champ magnétique local, l'énergie magnétique s'écrit $E(\mathbf{r}) = -\mu \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = |\mu||\mathbf{B}(\mathbf{r})|$. Cette énergie potentielle est elle-même minimale en O , et l'atome effectue des oscillations stables autour de ce point. Dans les conditions usuelles de fonctionnement des pièges magnétiques, ces oscillations se font à une fréquence relativement basse, de l'ordre de la centaine de Hertz, et l'approximation qui consiste à supposer que les orientations de μ et $\mathbf{B}$ restent en permanence opposées est très bien vérifiée.

Des techniques de piégeage magnétique furent donc mises en œuvre pour éviter tout contact du gaz avec des parois solides (techniques également appliquées aux atomes alcalins). Une autre idée qui devait s'avérer très importante pour l'observation de la condensation de Bose-Einstein dans les alcalins était celle de mesurer des profils de densité d'un gaz soumis à un gradient de champ magnétique, afin d'obtenir une signature claire du phénomène [13,14]. Sur-tout, une autre grande percée vint de l'idée proposée par Hess [15] : utiliser la méthode dite du refroidissement par évaporation, où l'on sacrifie volontairement une partie des atomes, ceux dont l'énergie est la plus grande, à qui l'on fait quitter le piège magnétique. Ceci a pour effet de laisser dans le piège un gaz composé d'atomes dont l'énergie moyenne est plus faible, donc un gaz plus

froid. Mais les expériences avec l'hydrogène sont tellement difficiles qu'il fallut attendre presque 20 ans avant que l'observation de la condensation de Bose-Einstein dans l'hydrogène atomique soit réalisée [16]! Entre-temps, comme nous allons le voir, une grande percée avait été effectuée avec les atomes alcalins.

3.2.5 Un régime intermédiaire semi-quantique

En attendant le succès des expériences de condensation de Bose-Einstein, tout un courant de recherches apparut en parallèle, portant également sur les gaz en régime quantique, mais dans une situation moins difficile à réaliser expérimentalement. L'idée est de s'intéresser à un régime intermédiaire, celui où la longueur d'onde thermique (3.13) des atomes est petite devant leur distance moyenne de séparation, mais grande par rapport à la portée du potentiel interatomique. Dans ces conditions, les propriétés d'équilibre sont données avec une bonne approximation par la mécanique statistique classique¹², mais les effets quantiques jouent fortement sur les propriétés des collisions, et donc sur les propriétés de transport dans le gaz, la conduction calorifique par exemple.

Au début des années 60 régnait un certain mystère concernant les propriétés de transport dans l'hélium gazeux, en particulier l'hélium 3. Il s'agissait pourtant de systèmes dilués où on aurait pu attendre un excellent accord entre théorie et expérience! Lorsque deux atomes dans le gaz subissent une collision, la section efficace de ce processus est affectée par la statistique quantique. Pour deux atomes d'hélium 4 à très basse température, on montre que l'effet de la statistique de Bose-Einstein est simplement un doublement de la section efficace de collision – nous reviendrons sur ce sujet au paragraphe 3.4.1; effectivement, on constate expérimentalement que la viscosité et la conduction calorifique sont deux fois plus faibles que la valeur qu'elles auraient pour un gaz de Boltzmann. Mais, pour l'hélium 3, l'accord théorie-expérience n'était pas bon. Les atomes de cet isotope obéissent à la statistique de Fermi-Dirac, et ont deux états internes de spin. Lorsque ces atomes sont dans le même état interne, cette statistique intervient fortement et modifie la section efficace qui, par exemple, s'annule à la limite des basses énergies. En revanche, lorsque les atomes sont dans des états internes différents, ils sont en principe discernables et la section efficace est la même que pour des particules de Boltzmann (qui ne s'annule pas à cette limite). Comme il y a, dans chaque collision, une chance sur deux pour que les deux atomes soient dans le même état de spin, il est naturel de pondérer également les deux processus de collision pour le calcul du coefficient de transport. Cette façon de faire donnait effectivement des résultats théoriques en bon accord avec les expériences pour la conduction calorifique et la viscosité, mais en net désaccord pour la diffusion de spin. Il y avait donc un réel problème à résoudre!

Pour résoudre ce paradoxe, Emery [17] proposa en 1964 d'utiliser des sections efficaces différentes selon les coefficients de transport étudiés : la

¹²La condensation de Bose-Einstein est donc exclue.

pondération qui vient d'être mentionnée s'applique pour la conduction calorifique et la viscosité ; pour le calcul du coefficient de diffusion de spin, c'est uniquement la section efficace de particules discernables qu'il faut prendre en compte. L'approche d'Emery était basée sur des arguments physiques simples et convaincants, mais ne disait pas de façon systématique quelle section efficace devait être utilisée dans chaque cas ; de plus, elle supposait implicitement que la polarisation moyenne de spin du gaz était nulle.

Pour bien comprendre le problème, il fallait donc une théorie quantique générale du transport dans un gaz classique, mais en régime de collisions quantiques. Elle fut proposée en 1982 [18] sous une forme qui fournit, non seulement une confirmation et une généralisation des idées de Emery, mais l'apparition de plusieurs idées nouvelles. La première était de contrôler la valeur de la viscosité ou de la conduction calorifique d'un gaz d'hélium 3 en variant sa polarisation nucléaire [19], prédiction qui fût bientôt confirmée par des expériences [20] utilisant les méthodes du pompage optique pour créer cette polarisation. La seconde, plus surprenante encore, était qu'en présence de polarisation nucléaire le phénomène de diffusion de spin perdait son caractère purement dissipatif et devenait oscillant ; en d'autres termes, il existe des ondes de spin quantiques même dans un gaz dilué dont les propriétés d'équilibre restent classiques. Ces prédictions concernent aussi bien les fermions que les bosons, et furent bientôt vérifiées par des expériences dans l'hélium 3 et l'hydrogène atomiques polarisés [21, 22]. Ainsi les physiciens s'habituèrent-ils progressivement à manipuler ces gaz inhabituels et progressaient-ils vers l'obtention de la fameuse transition de Bose-Einstein !

3.3 La percée des alcalins

Au cours des vingt dernières années, le développement des méthodes de refroidissement des atomes par laser a ouvert une voie originale vers la préparation d'un condensat de Bose-Einstein. En tirant parti des échanges d'impulsion entre lumière et matière, il est désormais possible de diminuer considérablement l'agitation thermique d'une assemblée d'atomes, sans jamais la mettre en contact avec une paroi matérielle refroidie. Les températures qu'on atteint par refroidissement laser sont dans le domaine du microkelvin, et correspondent à une vitesse d'agitation de quelques millimètres par seconde seulement. Par comparaison, à température ordinaire, la vitesse d'agitation thermique des atomes est de plusieurs centaines de mètres par seconde.

Pour refroidir efficacement une vapeur atomique grâce à un faisceau laser, la seule contrainte est de disposer d'une source lumineuse relativement intense, de longueur d'onde voisine de la fréquence de résonance des atomes. Cette condition a conduit les physiciens à remettre en cause le choix naturel de l'atome d'hydrogène que nous avons évoqué au paragraphe précédent, pour s'intéresser plutôt aux atomes alcalins. La raie de résonance de ces atomes est en effet située dans le domaine visible ou infra-rouge proche du spectre

électromagnétique, pour lequel des sources laser fiables sont disponibles. Au contraire, la raie de résonance de l'hydrogène est située dans l'ultra-violet lointain, ce qui rend cet élément extrêmement difficile à manipuler par laser.

3.3.1 La manipulation d'atomes par laser

Plusieurs forces entrent en jeu dans la manipulation d'atomes par la lumière. La plus connue est la force de pression de radiation, qui avait été présentée par Kepler pour expliquer l'orientation de la queue des comètes par rapport au soleil. Un atome placé dans un faisceau laser est poussé comme une poussière dans un courant d'air. La force exercée par le laser est d'autant plus grande que sa fréquence est voisine de la fréquence de résonance de l'atome. Ceci est mis à profit dans le « refroidissement Doppler », le plus simple des mécanismes de refroidissement d'atomes par laser, proposé en 1975 par T. Hänsch et A. Schawlow pour des atomes neutres et par D. Wineland et H. Dehmelt pour des ions. Une description plus détaillée des divers aspects des méthodes de piégeage et de refroidissement laser peut être trouvée dans les conférences Nobel 1997 (voir « références générales » à la fin de ce texte).

La mise en œuvre du refroidissement Doppler est schématisée sur la figure 3.3. Pour simplifier, nous considérons le mouvement des atomes selon une seule direction. On éclaire les atomes par deux ondes laser de même fréquence et de même intensité, ces deux ondes se propageant en sens opposé. La fréquence des ondes lumineuses est choisie légèrement inférieure à la fréquence de résonance des atomes. Considérons d'abord un atome immobile; par symétrie, les deux forces de pression de radiation sont de même intensité et de sens opposé. Elles se compensent et l'atome ne ressent aucune force résultante. Considérons maintenant un atome en mouvement, par exemple vers la droite. En raison de l'effet Doppler, l'atome « verra » l'onde venant à sa rencontre avec une fréquence augmentée, donc plus proche de résonance. La force de pression de radiation créée par cette onde sera donc plus grande que pour un atome au repos. En revanche, l'onde venant de la gauche, allant dans le même sens que l'atome, est vue par l'atome avec une fréquence plus basse que sa fréquence réelle. La force qu'elle engendre est diminuée par rapport à celle agissant sur un atome immobile. Au final, l'équilibre entre les deux forces

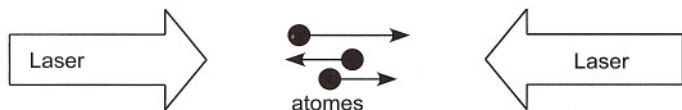


FIG. 3.3 – Principe du refroidissement d'atomes par laser, dans une géométrie unidimensionnelle. La fréquence des faisceaux laser est choisie légèrement inférieure à la fréquence de résonance atomique. En raison de l'effet Doppler, un atome en mouvement subit une force de pression de radiation opposée à sa vitesse, et cette force le freine.

est rompu pour un atome en mouvement, au profit du faisceau laser venant à la rencontre de l'atome. La force résultante est opposée à la vitesse atomique ; elle correspond donc à une force de friction. Il en ira de même si on considère un atome en mouvement vers la gauche, qui ressentira une force dirigée vers la droite.

Le raisonnement ci-dessus se transpose sans difficulté à trois dimensions. Les photons du laser créent pour l'atome un milieu visqueux, et les atomes y sont englués comme une cuillère dans un pot de miel. Ce milieu visqueux, dont le volume typique est de l'ordre du centimètre cube, a été baptisé « mélasse optique ». On y capture typiquement un milliard d'atomes, qui sont refroidis à une température de l'ordre d'une centaine de microkelvins en quelques millièmes de secondes. En disposant la mélasse optique dans un gradient de champ magnétique, et en choisissant convenablement la polarisation des faisceaux laser, on crée, en plus de la force de friction qui diminue la vitesse, une force de piégeage qui tend à accumuler les atomes au centre de la mélasse, là où le champ magnétique s'annule. Le dispositif correspondant s'appelle un piège magnéto-optique. Signalons également que d'autres mécanismes de refroidissement d'atomes par laser viennent renforcer le refroidissement Doppler décrit ci-dessus ; c'est le cas du refroidissement Sisyphé par exemple, ainsi baptisé car l'atome est placé dans une situation où il ne cesse de gravir des collines de potentiel jusqu'à ce qu'il s'immobilise. Les températures résiduelles sont alors de l'ordre du microkelvin.

Le mécanisme du refroidissement Doppler est une transposition presque directe d'un raisonnement d'Einstein publié en 1917. Einstein s'intéressait à l'époque aux échanges d'énergie et d'impulsion entre un atome et le rayonnement. Il avait introduit les trois processus de base de l'interaction lumière-matière : (i) l'absorption, quand un photon disparaît et l'atome est porté dans un niveau excité ; (ii) l'émission spontanée, quand un atome préparé dans un état excité en l'absence de tout champ extérieur, tombe dans un état moins excité en émettant un photon ; (iii) l'émission stimulée, où la même transition qu'au (ii) se produit pour l'atome, mais cette fois-ci en présence d'autres photons, ce qui augmente la probabilité de la transition. Pour justifier l'introduction de ces trois processus, Einstein s'était posé le problème du mouvement d'un atome dans le rayonnement du corps noir, c'est-à-dire un bain de photons à l'équilibre thermodynamique. Einstein, qui avait entière confiance dans la mécanique statistique, savait que les échanges d'impulsion entre l'atome et les photons devaient conduire à une thermalisation de l'atome. Il montra que c'était effectivement le cas ; le mouvement atomique est un mouvement brownien, avec une force de friction d'origine identique à celle vue plus haut : à cause de l'effet Doppler, l'atome en mouvement dans le rayonnement du corps noir absorbe préférentiellement des photons venant à sa rencontre ; il est donc freiné et sa vitesse moyenne s'annule. Le caractère aléatoire des processus d'absorption et d'émission entraîne quant à lui une diffusion de l'impulsion atomique. La compétition entre ces deux composantes, friction et diffusion, conduit à un état d'équilibre ; la répartition des vitesses atomiques est donnée

par la distribution de Maxwell-Boltzmann, de même température que le bain de photons. Ce raisonnement d'Einstein est un véritable tour de force, dans lequel il parvient à identifier les trois processus fondamentaux de l'interaction lumière-matière sans disposer de la théorie quantique du champ électromagnétique (cette dernière ne sera fondée qu'une dizaine d'années plus tard par Dirac).

3.3.2 Vers la condensation

L'utilisation exclusive du refroidissement laser n'a pas encore permis d'atteindre la condensation de Bose-Einstein. En effet, si on cherche à augmenter la densité atomique au sein des mélasses optiques pour atteindre le seuil de condensation, l'irradiation laser favorise la formation de molécules : quand deux atomes sont proches l'un de l'autre, l'absorption d'un photon peut conduire à la formation d'un dimère qui s'échappe ensuite de la mélasse optique. Fort heureusement, les progrès qui avaient été réalisés dans les années 1980–1990 pour la condensation d'un gaz d'hydrogène atomique ont indiqué la voie à suivre pour contourner cet obstacle : une fois la mélasse optique obtenue, on transfère les atomes dans un piège magnétique, on éteint tous les faisceaux laser, et on procède au refroidissement par évaporation pour atteindre la condensation.

Le piège magnétique utilisé pour les atomes alcalins est identique dans son principe à celui mis en œuvre pour l'étude de la condensation de l'hydrogène. On réalise un minimum local du champ magnétique $\mathbf{B}$ et on oriente le moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$ des atomes dans la direction opposée au champ magnétique. L'énergie d'interaction entre le moment magnétique atomique et le champ magnétique, $E = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$, est minimale au même endroit que $|\mathbf{B}|$ et les atomes sont confinés dans cette cuvette de potentiel.

Pour évaporer les atomes, on modifie la hauteur du puits de potentiel magnétique grâce à une onde radio de pulsation ω ajustable. Cette onde fait basculer les moments magnétiques résonnants avec elle, c'est-à-dire ceux situés sur une surface de champ magnétique constant, telle que $\hbar\omega = \mu B$. On choisit une grande valeur initiale de ω : ceci correspond à une profondeur élevée pour le puits de potentiel, et permet de confiner même des atomes d'énergie importante. Le refroidissement par évaporation se fait ensuite en diminuant progressivement ω . La profondeur du puits de potentiel en fin d'évaporation est très faible, de l'ordre de quelques microkelvins seulement.

Il faut enfin détecter le condensat qu'on espère avoir formé. L'utilisation d'atomes alcalins facilite considérablement cette tâche par rapport aux expériences menées avec l'hydrogène. Il suffit en effet d'éclairer le nuage d'atomes par une brève impulsion lumineuse résonnante, comme indiqué sur la figure 3.4. On mesure l'absorption ou le déphasage de cette lumière par l'assemblée atomique grâce une caméra rapide. On a ainsi accès à la distribution spatiale des atomes dans le potentiel magnétique. On peut également couper le piège magnétique et laisser l'assemblée atomique s'étaler pendant une durée

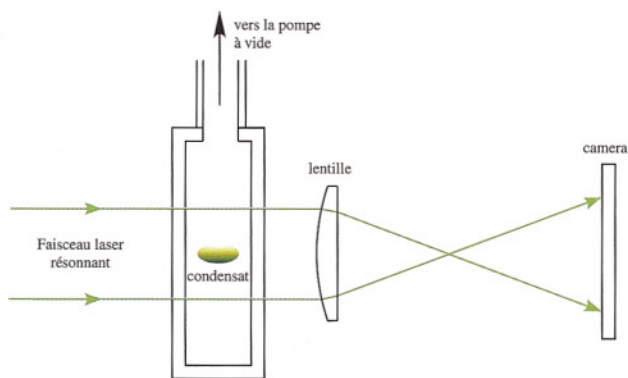


FIG. 3.4 – Principe de la détection d'un condensat. On envoie sur le nuage atomique une brève impulsion lumineuse, résonnante avec les atomes. On mesure grâce à une caméra très sensible l'ombre portée par le nuage atomique sur le faisceau laser. On peut alors en déduire les principaux paramètres du nuage : répartition spatiale, nombre d'atomes, température.

de quelques dizaines de millisecondes, avant d'envoyer l'éclair lumineux. De l'étendue du nuage atomique après étalement, on déduit la distribution en vitesse initiale.

La figure 3.5 montre un exemple de distributions en vitesse d'un gaz d'atomes de sodium piégés, pour différentes températures. À relativement haute température (Fig. 3.5a, quelques microkelvins), la distribution est donnée par la loi classique de Maxwell-Boltzmann. Quand on abaisse la température en dessous de la température critique T_C de condensation (Fig. 3.5b), une fraction significative des atomes s'accumule dans le pic central étroit correspondant au condensat de Bose-Einstein. On peut également choisir les paramètres du refroidissement par évaporation pour ne conserver que les atomes du pic condensé (Fig. 3.5c) : les atomes sont alors tous dans le même état, décrit par la même fonction d'onde $\psi(\mathbf{r})$. On dispose alors d'un condensat de Bose-Einstein pur.

C'est en 1995 que les premiers condensats atomiques ont été observés, à Boulder dans le groupe de E. Cornell et C. Wieman (atomes de rubidium), puis au MIT dans l'équipe de W. Ketterle (atomes de sodium) ; pour une description plus détaillée, voir les conférences Nobel de ces auteurs dans la rubrique « références générales » à la fin de ce texte. Ce type d'expérience a ensuite été reproduit avec plusieurs autres espèces atomiques. Tous les alcalins stables (lithium, sodium, potassium, rubidium, césium) ont été condensés ainsi que l'ytterbium. Un condensat d'atomes d'hélium, préparés dans un niveau électronique métastable, a également été produit. Enfin, signalons que la condensation de l'atome d'hydrogène a finalement été observée en 1998 [16] : c'était un juste retour des choses pour un système sur lequel plusieurs concepts

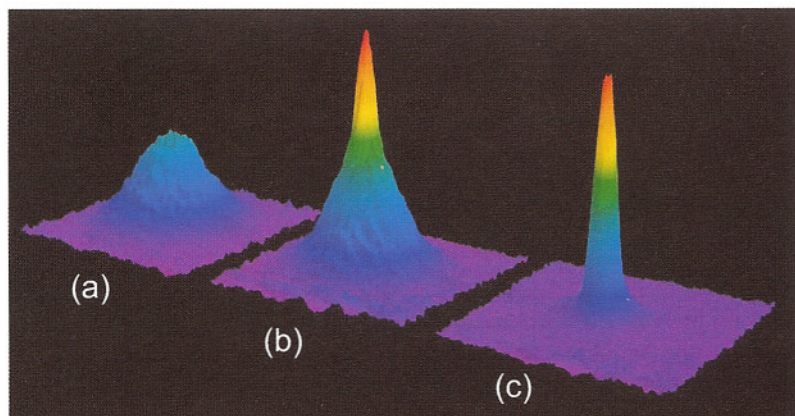


FIG. 3.5 – Évolution de la distribution en vitesse d'un gaz d'environ 1 million d'atomes de sodium lors du refroidissement par évaporation dans un piège magnétique. La photo (a) correspond à une température de quelques microkelvins, supérieure à la température de condensation ; la répartition des vitesses atomiques est proche d'une distribution de Maxwell-Boltzmann. La photo (b) correspond à une température légèrement inférieure à la température de condensation (de l'ordre du microkelvin). Le pic central étroit correspond aux atomes condensés ; ce pic est superposé à un piédestal plus large, correspondant aux atomes non condensés. La photo (c) a été obtenue en poussant encore plus loin le refroidissement par évaporation : le nuage atomique est alors quasi-totalement condensé (photographie fournie par W. Ketterle, MIT).

importants (piégeage magnétique, évaporation) avaient initialement été développés.

L'observation de nuages atomiques aussi froids que ceux de la figure 3.5 peut sembler choquante du point de vue de l'équilibre thermodynamique. À une température de l'ordre du microkelvin, l'état d'équilibre d'une assemblée d'atomes de sodium ou de rubidium est un solide. Comment est-il possible d'observer un gaz d'atomes dans ces conditions ? La réponse à cette question provient de la faible densité spatiale de ces assemblées d'atomes. Pour former des molécules ou des agrégats qui conduiront ultimement à un bloc de rubidium solide, il faut des collisions impliquant au moins trois partenaires. Ainsi, si on cherche à former un dimère dans une collision entre deux atomes, il faut qu'un troisième atome soit au voisinage des deux premiers (typiquement à quelques nanomètres, qui correspond à la taille du dimère) pour emporter l'énergie libérée lors de la formation de la molécule. Or, pour ces systèmes dilués, la probabilité d'avoir trois atomes au voisinage immédiat les uns des autres est très faible. Il s'ensuit que la formation de molécules est extrêmement lente. Elle ne constitue donc pas un obstacle à l'observation d'un condensat atomique gazeux : ce condensat n'est que métastable, mais sa durée de vie est

en pratique suffisamment longue pour qu'on puisse lui appliquer les principes habituels qui régissent l'équilibre thermodynamique.

3.3.3 Interférences de condensats

L'accumulation de la majorité des atomes dans le même état quantique confère aux condensats de Bose-Einstein des propriétés de cohérence spectaculaires. Le seul équivalent connu est la lumière laser, constituée d'un grand nombre de photons dans le même mode du champ électromagnétique.

Une très belle illustration de cette cohérence a été apportée par une expérience d'interférence entre condensats menée au MIT. En éclairant le centre du piège magnétique par une nappe de lumière (Fig. 3.6a), on peut réaliser un double puits de potentiel. La nappe lumineuse joue le rôle d'une barrière répulsive, qui empêche en pratique tout passage d'atomes condensés entre la partie gauche et la partie droite. On prépare par évaporation un condensat dans chacune de ces deux régions, puis on coupe le potentiel magnétique, ainsi que la barrière lumineuse. Les deux condensats s'étalent, se recouvrent, et on prend une photo de la distribution spatiale des atomes (Fig. 3.6b). Cette distribution présente des franges d'interférence avec un fort contraste (70 %), ce qui prouve la cohérence relative des sources atomiques constituées par chacun des deux condensats.

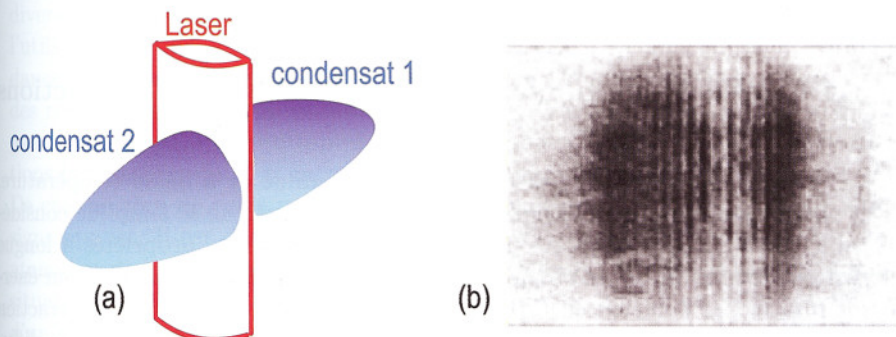


FIG. 3.6 – (a) On réalise un double puits de potentiel en disposant au centre du piège magnétique un faisceau lumineux, de fréquence supérieure à la fréquence de résonance atomique. Ce faisceau crée une barrière de potentiel, qui permet d'obtenir après évaporation deux condensats indépendants. (b) Lorsqu'on coupe le piège magnétique et la barrière lumineuse, chaque condensat s'étale. Dans la zone de recouvrement entre les deux condensats, on observe une figure d'interférence d'ondes de matière. Le contraste élevé des franges d'interférences est une conséquence directe de l'accumulation des atomes de chaque condensat dans un même état quantique (photographie fournie par W. Ketterle, MIT).

Pour rendre compte de manière quantitative de la figure d'interférence, on décrit chaque condensat par un champ d'onde de matière, comme on le fait en optique pour un faisceau lumineux monochromatique. L'évolution des deux ondes de matière après la coupure du piège est donnée par l'équation de Schrödinger, qui remplace ici les équations de Maxwell décrivant la propagation des faisceaux lumineux. La répartition spatiale des atomes à l'instant de la photo 3.6b s'obtient en additionnant les amplitudes des deux ondes, ce qui permet d'expliquer la figure d'interférence obtenue. Notons toutefois qu'on ne peut pas prévoir a priori la position de la frange brillante centrale. Celle-ci dépend de la phase relative initiale entre les deux condensats, qui fluctue d'une réalisation de l'expérience à une autre : si l'on refait plusieurs fois cette expérience, on obtiendra pour chaque réalisation un profil d'interférence semblable à celui de la figure 3.6b, mais son système de franges sera décalé aléatoirement.

3.4 Au-delà du gaz parfait

Dans cette partie, nous discutons la façon dont les interactions entre atomes modifient les propriétés physiques d'un gaz condensé. Ces interactions, lorsqu'elles sont répulsives, font apparaître la superfluidité. Cette dernière se signale à la fois par l'existence de courants permanents et celle de tourbillons quantifiés dans le fluide. Nous commençons par quelques considérations théoriques, puis décrivons ensuite quelques expériences.

3.4.1 Description, manipulation et effets des interactions à l'équilibre

Pour les atomes d'un gaz qui est à la fois dilué et à basse température, la théorie générale des collisions en mécanique quantique se simplifie considérablement. On peut alors ne prendre en compte que les propriétés à longue distance des interactions binaires entre atomes, et utiliser le fait que leur énergie relative de collision est très faible. Toutes les propriétés de l'interaction binaire sont alors contenues dans une seule quantité, la « longueur de diffusion », traditionnellement notée a ; par exemple, la section efficace de collision entre atomes discernables est simplement $4\pi a^2$. Si a est positif, l'effet de l'interaction entre atomes sur les propriétés macroscopiques du gaz est répulsif (augmentation de la pression par rapport à celle du gaz parfait par exemple) ; si a est négatif, l'effet est attractif. Bien sûr, pour des atomes alcalins, le véritable potentiel d'interaction est en fait toujours attractif (sauf à très courte distance), ce qui permet l'existence de nombreux états moléculaires liés (pour un gaz dilué, nous avons déjà vu que la formation de ces états liés est fortement bloquée). Mais il suffit que a soit positif pour que l'effet global des interactions dans un gaz dilué soit le même que si le potentiel était réellement répulsif.

À la limite thermodynamique, on peut montrer qu'un gaz de Bose-Einstein devient fortement instable si a est négatif : il perd toute résistance à la compression et s'effondre sur lui-même (implosion). C'est la raison pour laquelle on ne s'intéresse généralement qu'aux valeurs positives de a , ou alors aux valeurs négatives uniquement dans le cas de systèmes suffisamment petits pour éviter l'instabilité. Prenons par exemple l'extension spatiale d'un condensat gazeux dans un piège harmonique. En l'absence d'interactions, son extension est simplement celle de l'état fondamental d'un atome unique placé dans le potentiel harmonique. Si a est positif et si un nombre suffisant d'atomes sont condensés, les interactions entre atomes du condensat entrent en jeu, et augmentent considérablement l'extension spatiale du condensat afin de réduire son énergie potentielle. Cet effet est calculable à partir de l'équation de Gross-Pitaevskii à laquelle obéit la fonction d'onde $\Psi(\mathbf{r})$ du condensat ; on montre que la densité spatiale du condensat prend alors une forme caractéristique en parabole inversée, qui dépend de a . Si maintenant la longueur de diffusion a est négative, et si le gaz est contenu dans un piège qui le confine suffisamment, on montre que le condensat peut être stabilisé par le potentiel harmonique ; sous l'effet de l'attraction entre atomes, il prend une taille plus petite que pour le gaz parfait. Cependant, dès qu'on dépasse une certaine valeur critique du nombre total d'atomes dans le piège, le condensat implose et disparaît.

La longueur de diffusion ne doit pas être considérée comme une donnée intangible pour un gaz atomique donné : il est en effet possible d'utiliser diverses méthodes pour en contrôler la valeur. La plus efficace semble être l'utilisation d'une « résonance de Feshbach ». Cet effet met en jeu la dépendance en champ magnétique de la position des niveaux atomiques, ainsi que des résonances énergétiques entre niveaux moléculaires ; nous ne le décrirons pas ici en détail. Pour certaines valeur du champ B , il se produit des variations très rapides de a , et même une divergence pour une valeur précise de B . De chaque côté de cette valeur, a prend des valeurs qui sont grandes mais de signe opposé. Il est donc possible de contrôler le paramètre d'interaction des atomes et de le varier en fonction du temps ; on peut par exemple passer d'une situation de répulsion à une situation d'attraction, par la simple manœuvre d'un paramètre extérieur aussi accessible que le champ magnétique. C'est une très grande souplesse qui n'existe pas dans le cas des systèmes denses.

De plus, même pour une valeur donnée de a , plusieurs types de collisions peuvent se produire, suivant que chacun des deux atomes est, soit dans le condensat, soit dans le nuage thermique. En mécanique quantique, une façon de tenir compte de la statistique de Bose-Einstein est d'effectuer une opération de symétrisation du vecteur d'état (ou de la fonction d'onde) de particules numérotées. Partant de particules dans des états quantiques orthogonaux, on constate que cette symétrisation crée des corrélations entre les positions : deux particules de Bose ont plus de chances de se trouver proches l'une de l'autre que d'être éloignées, même en l'absence d'interactions. Il se trouve plus précisément que la probabilité de les trouver au même point est deux fois plus

grande qu'avant la symétrisation¹³. Comme les atomes doivent nécessairement être proches pour interagir, du fait de la courte portée de leur potentiel, cet effet double leur probabilité d'interaction¹⁴. En revanche, si les deux particules numérotées occupent le même état quantique individuel, la symétrisation n'a aucun effet particulier et ne change rien à leurs interactions.

Dans le nuage thermique, les atomes ont effectivement accès à un grand nombre d'états quantiques individuels, de sorte que leur probabilité d'interaction est effectivement doublée par cet effet. En revanche, des atomes dans le condensat occupent tous le même état quantique individuel de sorte que l'interaction reste inchangée. Enfin, pour les interactions entre deux atomes condensé et non condensé, l'augmentation d'un facteur 2 se produit également puisque les états quantiques individuels sont différents. On comprend ainsi que des interactions répulsives tendent à favoriser le condensat, puisque l'évaporation d'un atome hors du condensat le fait passer dans un état où son énergie d'interaction répulsive est plus élevée. En d'autres termes, l'argument entropique¹⁵ du paragraphe 3.1.2 se double maintenant d'un argument énergétique ; l'occupation d'un seul état quantique par un nombre macroscopique d'atomes est favorisée. Dans un gaz dilué de densité donnée, on s'attend donc à ce que la population du condensat soit une fonction croissante de a .

De même que la pression d'un gaz de Bose dépend de a , c'est le cas des autres propriétés thermodynamiques à l'équilibre ; la température critique T_C est déplacée par rapport à la valeur T_C^0 prévue par l'équation (3.9) du gaz parfait. Quelle est alors la correction d'ordre le plus bas en a à la température critique, analogue à la seconde correction du viriel pour la pression ? Il est curieux qu'un problème physique d'apparence aussi simple ait donné lieu à tant d'erreurs dans la littérature, conduisant à prédire des variations de la température critique selon des puissances différentes de a , et même avec des signes opposés. Le problème n'a en fait été résolu que récemment, ce qui montre bien que sa simplicité n'est qu'apparente.

Si l'on appelle $\Delta T_C = T_C - T_C^0$ le déplacement de température critique introduit par les interactions à densité constante, le but de la théorie est de calculer le rapport sans dimension $\Delta T_C/T_C$ en fonction d'un nombre sans dimension caractérisant les interactions. Pour ce dernier, il est naturel de choisir le rapport entre la longueur de diffusion a et la distance moyenne entre atomes, c'est-à-dire simplement $a\rho^{1/3}$. Lorsque ce paramètre est petit, le gaz est presque parfait ; on pourrait alors s'attendre a priori à ce que $\Delta T_C/T_C$ puisse être exprimé comme une série de puissances de $a\rho^{1/3}$, comme

¹³Pour deux atomes, c'est un facteur 2! qui intervient, pour trois un facteur 3!, etc.

¹⁴Pour des fermions, c'est le contraire qui se produit, car ce n'est pas une symétrisation qu'il faut appliquer, mais une antisymétrisation. On voit alors que les fermions sont eux aussi corrélés statistiquement, mais d'une façon qui les empêche de se trouver au même point de l'espace. Ainsi leurs interactions à courte portée sont inhibées par la statistique quantique. Il en résulte des effets physiques fort intéressants qui sont brièvement mentionnés dans la conclusion.

¹⁵L'argument du paragraphe 3.1.2 porte sur le décompte des états accessibles au système physique. Un système physique possède une entropie d'autant plus grande qu'il a accès à un grand nombre d'états quantiques distincts.

habituellement en théorie des perturbations. Or une théorie détaillée [23] (née pour un gaz homogène dans une boîte et à la limite thermodynamique) montre que ce n'est pas le cas. Certes, le premier terme de correction relative à la température critique s'écrit simplement sous la forme $c_1 (a\rho^{1/3})$, comme si c'était le début d'un développement limité en puissances de a . Mais il est possible de montrer que cette correction linéaire en a ne peut pas être obtenue dans le cadre d'une théorie des perturbations en puissances de a , ce qui se traduit en pratique par une grande difficulté à déterminer le coefficient c_1 ; il a fallu des calculs numériques récents pour trouver $c_1 \simeq 1,3$. Le terme de correction suivant, lui, s'exprime sous une forme plus compliquée puisqu'il est proportionnel à $(a\rho^{1/3})^2 \ln(a\rho^{1/3})$, manifestant ainsi clairement la singularité du problème. On retrouve là une conséquence du fait qu'un gaz parfait, pour lequel a est nul, est en fait un système marginalement stable, puisqu'un gaz s'effondre (à la limite thermodynamique) dès que a prend une valeur négative, si petite soit-elle. Il n'est donc pas étonnant que le comportement du système donne lieu à des singularités mathématiques.

3.4.2 La superfluidité

Venons-en maintenant aux propriétés hors d'équilibre du gaz. Nous allons voir pourquoi un gaz condensé à basse température peut être le siège de courants permanents, sans amortissement par viscosité, en d'autres termes pourquoi il peut être superfluide. La présence d'interactions répulsives entre les atomes joue un rôle crucial dans ce phénomène. Le premier élément à noter est que cette répulsion tend à stabiliser le condensat contre son évaporation vers le nuage thermique, pour les raisons que nous venons de mentionner. Nous caractériserons l'état quantique unique occupé par les particules du condensat par une fonction d'onde $\Psi(\mathbf{r})$.

Cette tendance à occuper un état unique ne signifie pas que $\Psi(\mathbf{r})$ soit rigide, par exemple qu'il doive toujours correspondre à l'état fondamental de l'hamiltonien à une particule; au contraire, il reste une certaine souplesse dans le choix de $\Psi(\mathbf{r})$. Nous avons déjà vu que, pour un gaz à l'équilibre contenu dans un piège harmonique, l'état unique vers lequel s'accumulent les particules est affecté par les interactions, puisqu'il occupe un volume plus grand que l'état fondamental à une particule. Mais c'est encore plus vrai pour des états hors d'équilibre où l'on peut jouer, non seulement sur l'extension spatiale de $|\Psi(\mathbf{r})|$, mais aussi sur sa phase. Il est commode de poser :

$$\Psi(\mathbf{r}) = |\Psi(\mathbf{r})| \exp[i\theta(\mathbf{r})] \quad (3.15)$$

où $\theta(\mathbf{r})$ est la phase de $\Psi(\mathbf{r})$. Un gradient de $\theta(\mathbf{r})$ implique la présence d'un courant de masse associé à une vitesse d'écoulement :

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (\hbar/m) \nabla\theta(\mathbf{r}) \quad (3.16)$$

On voit ainsi que les atomes peuvent se condenser vers un état stationnaire, mais non-immobile puisqu'il est le siège de courants se refermant sur

eux-mêmes. Bien sûr, il ne faut pas imposer à $\theta(\mathbf{r})$ des variations spatiales trop rapides, impliquant des vitesses élevées, car cela correspondrait à une forte élévation d'énergie cinétique. Mais supposer des variations lentes de $\theta(\mathbf{r})$, à l'échelle de l'extension spatiale du récipient contenant le gaz, reste relativement sans conséquences, car l'élévation d'énergie cinétique supplémentaire par atome du condensat est très faible¹⁶. Nous allons voir que les états physiques ainsi obtenus sont, non pas l'état fondamental du système, mais des états métastables de très grande durée de vie, ce qui implique l'existence de courants permanents.

Considérons pour simplifier un gaz contenu dans un récipient en forme de tore; supposons que, par un moyen ou un autre, on ait mis le condensat en mouvement, et que la phase $\theta(\mathbf{r})$ de sa fonction d'onde varie de 2π lorsque le point $\mathbf{r}$ effectue un tour dans le tore. Le nuage thermique est libre de relaxer à l'échelle microscopique, puisqu'il a accès à de très nombreux états individuels. Il se met donc rapidement à l'équilibre par rapport aux parois du récipient par un effet habituel de viscosité, comme le ferait un gaz ordinaire. Le condensat, quant à lui, est lié par la contrainte forte d'occuper un seul état, et ce dernier est décrit par une fonction d'onde unique $\Psi(\mathbf{r})$ dont la valeur initiale $\Psi_i(\mathbf{r})$ possède un gradient de phase – c'est l'origine du courant circulaire de particules. Comment dans ces conditions le condensat peut-il relaxer progressivement vers un état au repos? On pourrait envisager de prendre pour $\Psi(\mathbf{r})$ une superposition :

$$\Psi(\mathbf{r}) = \alpha \Psi_i(\mathbf{r}) + \beta \Psi_0(\mathbf{r}) \quad (3.17)$$

où $\Psi_0(\mathbf{r})$ est une fonction d'onde de phase constante, nulle par exemple; en faisant tendre progressivement α vers zéro et β vers un, tout en maintenant la somme $|\alpha|^2 + |\beta|^2$ constante pour conserver la norme de $\Psi(\mathbf{r})$, on peut mathématiquement ramener le condensat vers un état immobile. Mais il faut pour cela nécessairement passer par des situations intermédiaires où ni α ni β ne sont nuls; il existe alors dans le tore des points où les deux fonctions d'onde sont en phase, ce qui implique un maximum de densité, et d'autres (diamétralement opposés sur le tore) où elles sont en opposition de phase, ce qui implique un minimum. Ceci reste vrai quel que soit le choix de α et β puisque, si l'on change la phase relative de ces deux coefficients, on déplace le maximum de densité sans changer sa valeur. Or, du fait de ses interactions répulsives, le gaz est peu compressible : une telle variation de densité entraîne nécessairement une variation positive d'énergie mécanique élastique. On voit ainsi qu'il existe une barrière de potentiel répulsive macroscopique, créée par la répulsion entre atomes, qui s'oppose à une relaxation progressive de la fonction d'onde $\Psi_i(\mathbf{r})$ vers $\Psi_0(\mathbf{r})$. L'état initial est donc métastable, protégé par une barrière d'énergie dont le franchissement prend un temps d'autant plus grand que le système est grand, infini à la limite des tailles infinies. On comprend ainsi l'existence de courants permanents, caractéristiques de la superfluidité.

¹⁶Elle tend vers zéro à la limite thermodynamique.

Une propriété importante de ces courants permanents est la quantification de leur circulation. Dans le cas que nous avons considéré, la phase $\theta(\vec{r})$ varie de 2π lorsque le point $\mathbf{r}$ fait un tour dans le tore, de sorte que l'équation (3.16) permet de montrer que l'intégrale de la vitesse sur tout chemin fermé faisant un tel tour vaut $2\pi(\hbar/m)$. Mais nous aurions également pu supposer que la variation par tour de la phase de la fonction d'onde du condensat est égale à $2p\pi$, où p est un nombre entier quelconque. La circulation de la vitesse est donc quantifiée en multiples entiers de $2\pi(\hbar/m)$, ce qui est très différent de la situation pour un fluide classique, où elle peut varier continûment et prendre n'importe quelle valeur.

3.4.3 Condensat en rotation et tourbillons quantiques

Considérons maintenant un tore comme le précédent, mais de section rectangulaire au lieu de circulaire ; rien ne change évidemment aux arguments précédents. À la limite où le rayon intérieur du tore tend vers zéro, l'état métastable superfluide que nous avons décrit acquiert une singularité sur l'axe du tore, et devient ce que l'on appelle un vortex, ou tourbillon. La circulation de la vitesse autour de la singularité, souvent appelée « cœur » du tourbillon, est quantifiée en unités $2\pi(\hbar/m)$. Comme le récipient qui contient le superfluide n'a plus de trou intérieur, le cœur est maintenant libre de se déplacer latéralement, mais cela ne fait pas disparaître le tourbillon. On peut ensuite ajouter une seconde singularité, et donc un second tourbillon, puis d'autres. Des arguments hydrodynamiques montrent que de tels tourbillons ne sont pas indépendants, mais interagissent entre eux, de sorte qu'ils tendent pour minimiser leurs interaction à se placer sur des réseaux réguliers, appelés « réseaux d'Abrikosov ».

Pour étudier ces tourbillons dans un condensat, on utilise un « agitateur », par exemple un faisceau laser. Le condensat est confiné dans un piège magnétique circulaire et l'agitateur laser tournant va mettre ce condensat en rotation, comme une cuillère fait tourner un liquide dans une tasse. Si la rotation de l'agitateur est suffisamment rapide, on crée des vortex, qu'on observe ensuite en mesurant la répartition spatiale des atomes. Puisque les vortex correspondent à des endroits où la densité du condensat s'annule, ils apparaissent comme des trous dans le nuage atomique. Un résultat caractéristique, obtenu au laboratoire Kastler Brossel à Paris, est indiqué sur la figure 3.7.

De nombreuses études ont été menées ces dernières années sur ces vortex. Outre le caractère spectaculaire intrinsèque des photos ainsi obtenues (on « voit » directement une fonction d'onde quantique), ces tourbillons quantiques posent de nombreuses questions intéressantes et difficiles, aussi bien sur le plan physique que mathématique : quelle est la forme d'une ligne de vortex, quels sont les paramètres du réseau régulier de la figure 3.7d, que se passe-t-il quand on tourne encore plus vite ? Une voie de recherche actuellement très explorée est le lien entre ces condensats en rotation et la physique de l'effet Hall quantique, qui se produit lorsqu'on place dans un grand champ magnétique

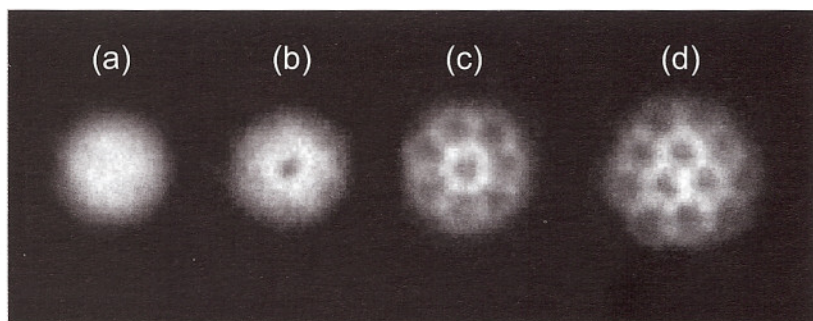


FIG. 3.7 – Profil de densité après expansion balistique d'un condensat mis en rotation avec un agitateur laser. (a) La fréquence de rotation est en dessous de la fréquence critique et rien ne se produit. (b) Juste au-dessus de la fréquence critique, le premier vortex apparaît. (c,d) La fréquence de rotation est notablement supérieure à la fréquence critique et un réseau régulier de vortex se forme (réseau triangulaire d'Abrikosov).

un matériau semi-conducteur confinant un gaz d'électrons bi-dimensionnel. Même si les ordres de grandeur sont très différents (la masse d'un atome est 100 000 fois plus grande que la masse d'un électron), les analogies entre les deux situations semblent fortes ; on peut donc espérer utiliser ces condensats en rotation pour modéliser des systèmes complexes de physique du solide, en tirant parti de l'universalité de la physique quantique à très basse température.

3.4.4 Du superfluide vers l'isolant de Mott

Jusqu'ici, nous nous sommes intéressés à un condensat de Bose-Einstein confiné dans un piège magnétique, bien décrit par un potentiel harmonique. Des faisceaux laser peuvent également être utilisés pour confiner les atomes. La palette des potentiels disponibles s'en trouve alors considérablement accrue. En particulier, on peut utiliser une onde lumineuse stationnaire, qui présente une répartition périodique de nœuds et de ventres d'intensité. Si la fréquence du faisceau laser est inférieure à la fréquence de résonance atomique, les atomes vont se localiser autour des zones où l'intensité lumineuse est maximale, c'est-à-dire les ventres de l'onde stationnaire. Ce « réseau optique » est un véritable cristal artificiel ; il constitue un système modèle pour étudier le problème de la conduction électrique, dans lequel un ou plusieurs électrons bougent dans le potentiel périodique créé par les atomes d'un solide.

Une expérience spectaculaire, menée à Munich, a consisté à placer un condensat de Bose-Einstein dans un réseau optique avec des nombres d'atomes et de sites similaires. Les chercheurs de Munich ont alors observé la transition entre l'état « condensat de Bose-Einstein » et l'état « isolant de Mott ».

Ce dernier est obtenu en disposant exactement un atome en chaque site du réseau périodique. C'est un isolant puisqu'aucun transport de matière n'est possible si on ne s'autorise pas à avoir au moins quelques sites doublement occupés et d'autres vides.

Pour explorer cette transition, il est essentiel de contrôler la facilité pour un atome de sauter d'un site à l'autre. Cette mobilité des atomes dépend de l'intensité lumineuse : pour une intensité faible, la barrière de potentiel entre deux sites adjacents n'est pas très haute et chaque atome peut facilement sauter d'un site à l'autre, grâce à l'effet tunnel. Dans ce cas, les interactions entre atomes jouent un rôle négligeable, et l'assemblée d'atomes reste dans l'état « condensat de Bose-Einstein », comme pour un confinement dans un piège harmonique. En particulier, l'ensemble des atomes est toujours décrit par une fonction d'onde unique, délocalisée sur l'ensemble du réseau.

Au contraire, si on augmente l'intensité lumineuse, l'effet tunnel est considérablement réduit. Les sauts entre sites deviennent plus difficiles et l'interaction entre deux atomes occupant le même site devient comparativement plus importante. Or, cette interaction a un prix : il est plus coûteux d'avoir deux atomes sur le même site et un site voisin vide, que d'avoir un atome dans chacun des deux sites. Plus précisément, il existe un seuil au-delà duquel il n'est plus favorable d'un point de vue énergétique de sauter d'un site à l'autre (voir Fig. 3.8). Au-delà de ce seuil, la cohérence collective du gaz d'atomes

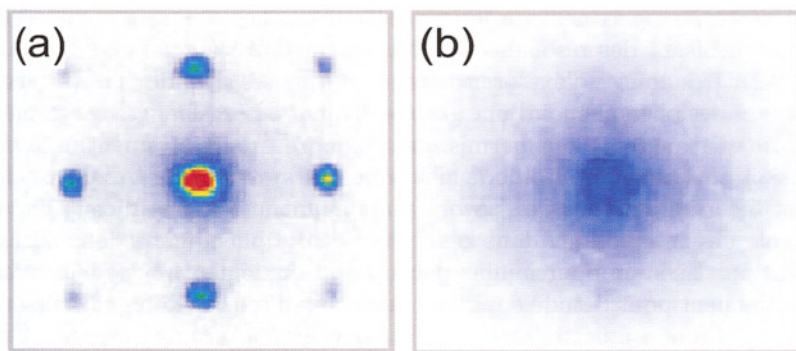


FIG. 3.8 – Observation de la transition condensat de Bose-Einstein-isolant de Mott pour un gaz d'atomes placé dans le potentiel périodique créé par un réseau optique. On mesure la distribution spatiale des atomes après expansion ballistique. La figure (a) correspond à la phase condensat, obtenue pour une faible valeur du potentiel périodique de confinement. Les différents pics d'interférence révèlent la cohérence de la fonction d'onde atomique sur plusieurs sites du réseau. La figure (b) correspond à la phase isolant de Mott, obtenue pour des sites deux fois plus profonds qu'en (a). Le réseau est alors rempli avec exactement un atome par site et la cohérence du gaz d'atomes sur l'ensemble du réseau est perdue (photographies fournies par I. Bloch, Munich).

disparaît, et la règle du « chacun chez soi » l'emporte : on a produit un isolant de Mott. Ce régime, qui comporte un nombre défini d'atomes sur chaque site du réseau, ouvre des perspectives très prometteuses dans le domaine du stockage et du traitement de l'information quantique.

3.5 Conclusion et perspectives

L'étude de la condensation de Bose-Einstein dans les gaz est ainsi devenue l'un des domaines de recherche les plus actifs en physique. Pour donner une idée du niveau de cette activité, mentionnons simplement qu'elle se traduit par la publication d'environ un millier d'articles par an. Les raisons d'un tel intérêt pour les gaz de bosons condensés sont simples à comprendre. L'effet des interactions entre atomes qui joue, comme nous l'avons vu plus haut, un rôle si important dans des effets quantiques macroscopiques comme la superfluidité, est beaucoup plus simple à décrire et à interpréter pour des systèmes gazeux que pour des phases liquides ou solides. On peut dans la plupart des cas se limiter à des interactions à deux corps (collisions élastiques entre atomes, bien séparées dans le temps), ce qui est évidemment impossible pour des systèmes plusieurs milliards de fois plus denses, comme l'hélium liquide. Nous avons mentionné plus haut (paragraphe 3.4.1) les simplifications de la description des collisions dans un gaz dilué à basse température, avec l'existence d'un seul paramètre pertinent, la longueur de diffusion, et la possibilité de le varier en utilisant des résonances de Feshbach. Il a été ainsi possible au cours des dernières années d'explorer de très nombreuses situations physiques différentes et des phénomènes d'une grande diversité. Les échanges constants entre théorie et expérience ont permis que s'élabore progressivement une compréhension plus satisfaisante de la physique des systèmes de bosons condensés. Il est incontestable que nous avons maintenant une vue beaucoup plus claire du rôle des interactions dans ces systèmes. Le phénomène de condensation prédit par Einstein pour un gaz parfait s'est finalement révélé intéressant essentiellement pour l'étude des effets nouveaux auxquels donnent naissance les interactions.

La moisson de résultats obtenus sur les gaz d'atomes bosoniques a bien sûr stimulé des études analogues sur les gaz d'atomes fermioniques. La statistique de Fermi-Dirac conduit à une répartition tout à fait différente des atomes dans les niveaux d'énergie du piège qui contient le gaz (supposé parfait) de fermions. Chaque état quantique ne peut contenir au maximum qu'un seul fermion. À température nulle, les N fermions remplissent les N premiers états d'énergie du piège. L'énergie E_F du niveau le plus excité qui est occupé est appelée énergie de Fermi et permet de définir la température de Fermi T_F par la relation $E_F = k_B T_F$ (voir Fig. 3.9). Un gaz de fermions est dit dégénéré si sa température T est très inférieure à la température de Fermi T_F . La transition entre niveaux occupés et niveaux vides ne se fait plus brusquement comme

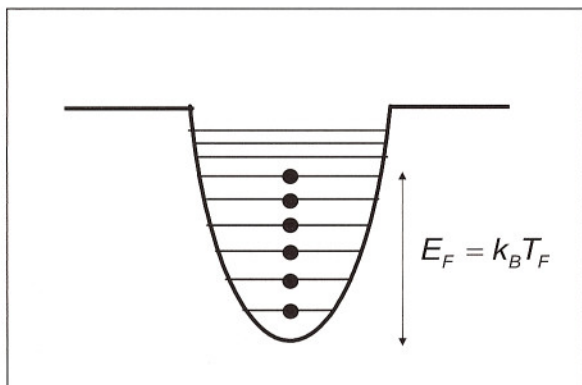


FIG. 3.9 – À température nulle $T = 0$, les atomes d'un gaz parfait de fermions occupent, à raison d'un seul atome par état, les niveaux d'énergie les plus bas du piège qui les contient. L'énergie du dernier niveau occupé est l'énergie de Fermi E_F qui permet de définir la température de Fermi T_F par la relation $E_F = k_B T_F$.

sur la figure 3.9, mais sur un intervalle d'énergie de l'ordre de $k_B T$, beaucoup plus petit que E_F .

Les premiers travaux réalisés sur des gaz de fermions ont essayé d'atteindre ce régime de dégénérescence en refroidissant les atomes à des températures aussi basses que possible. Le refroidissement laser peut bien sûr être utilisé pour les fermions mais, comme pour les bosons, il ne permet pas à lui seul d'atteindre le régime de dégénérescence quantique. C'est là qu'une difficulté nouvelle surgit quand on essaie d'étendre aux fermions le refroidissement par évaporation, si efficace pour les bosons. Les fermions sont polarisés dans le piège magnétique qui les contient et le principe de Pauli interdit à deux fermions dans le même état de spin de s'approcher trop près l'un de l'autre. Leur distance minimale d'approche est de l'ordre de la longueur d'onde de de Broglie, beaucoup plus grande que la portée du potentiel d'interaction entre atomes. Les interactions entre fermions identiques polarisés, et en particulier les collisions élastiques essentielles pour l'évaporation, sont donc inhibées par le principe de Pauli. Une solution ingénieuse a été trouvée pour résoudre cette difficulté. Elle consiste à mélanger le gaz de fermions avec un gaz de bosons, qui peuvent être refroidis par évaporation, et à utiliser les interactions entre les deux gaz pour refroidir les fermions par contact thermique avec les bosons ultrafroids¹⁷. Une telle méthode de refroidissement, déjà utilisée pour les ions piégés, est appelée « refroidissement sympathique ». Elle a permis d'atteindre des degrés de dégénérescence caractérisés par des valeurs de T/T_F aussi basses que 0,05.

¹⁷Il est également possible aussi d'utiliser des mélanges de fermions dans des états de spin différents, pour lesquels les collisions élastiques entre 2 fermions dans des états de spin différents ne sont pas inhibées et permettent l'évaporation.

Contrairement aux bosons, les fermions ne subissent pas une transition de phase spectaculaire quand ils sont dégénérés. En revanche, les interactions entre fermions ultrafroids de spins opposés donnent naissance à des effets nouveaux particulièrement intéressants. Les fermions de spins opposés peuvent s'apparier et les paires de fermions ainsi obtenues, qui sont des bosons, peuvent former des condensats de Bose-Einstein pour des températures suffisamment basses. Un premier exemple de telles études concerne les molécules formées à partir de deux fermions de spins opposés lorsque la longueur de diffusion est réglée à une valeur positive au moyen d'une résonance de Feshbach. Dans ce cas, il existe un état lié peu profond dans le puits de potentiel décrivant l'interaction entre les deux atomes, puits de potentiel dans lequel, sous l'effet de collisions à trois corps, les deux atomes peuvent tomber pour former une molécule faiblement liée. La bonne surprise est que les molécules ainsi formées à partir de deux fermions de spins opposés sont beaucoup plus stables que les molécules analogues formées à partir de deux bosons. L'origine d'une telle stabilité est, là encore, liée au principe de Pauli qui ne permet pas à un autre fermion, soit libre, soit lié dans une autre molécule, de s'approcher suffisamment de la molécule considérée pour la faire relaxer vers un état plus profond dans le puits de potentiel. En effet, quel que soit son spin, ce fermion trouvera toujours dans la molécule dont il essaie de s'approcher un autre fermion de même spin que lui. Cette réduction des collisions explique la grande durée de vie des molécules, et par suite la possibilité de les obtenir avec des densités élevées. Comme ces molécules, formées à partir de fermions ultrafroids, sont elles-mêmes ultrafroides, le seuil de condensation de Bose-Einstein a pu être atteint par plusieurs équipes. Ainsi, c'est à partir de travaux portant sur des fermions que les premiers condensats moléculaires gazeux ont pu être réalisés!

Une autre situation très étudiée actuellement concerne des gaz de fermions de spins opposés pour lesquels la longueur de diffusion est réglée à une valeur négative au moyen d'une résonance de Feshbach. Dans ce cas, il n'existe pas d'état lié peu profond dans le puits de potentiel d'interaction des deux atomes, mais les interactions effectives entre atomes sont attractives. Les atomes fermioniques s'apparient alors dans l'espace des impulsions. Les paires obtenues sont analogues aux paires de Cooper formées par deux électrons dans un métal sous l'effet d'une faible attraction due à l'échange de phonons. On sait que ces paires de Cooper peuvent, en dessous d'une certaine température critique, donner naissance à une phase condensée superfluide, à l'origine de la supraconductivité. C'est la transition BCS, voir note (9). De nombreux problèmes peuvent être étudiés dans le cadre des recherches actuelles sur les fermions ultrafroids. Existe-t-il une transition de type BCS pour les gaz d'atomes fermioniques? Comment la caractériser? Peut-on, en balayant la résonance de Feshbach et en passant continûment d'une valeur positive à une valeur négative de la longueur de diffusion, étudier la transition continue entre un condensat moléculaire et un superfluide de type BCS? Dans la région centrale de la résonance de Feshbach, le module de la longueur de diffusion devient infini. Quelles approches théoriques peut-on utiliser pour analyser ce problème à N corps en

interaction forte ? Quels effets nouveaux peut-on espérer observer ? Toutes ces questions illustrent à quel point l'article d'Einstein de 1925 se révèle fécond par les développements auxquels il donne naissance 80 ans après sa parution.

3.6 Références générales

Pour un sujet aussi vaste, il semble impossible de donner une liste complète de références, qui serait bien trop longue. Mentionnons cependant quelques ouvrages généraux contenant eux-mêmes un grand nombre de références utiles :

C. Pethick, H. Smith, *Bose-Einstein condensation in dilute Bose gases*, Cambridge University Press (2002).

L. Pitaevskii, S. Stringari, *Bose-Einstein condensation*, Clarendon Press (2003).

J. Matricon, G. Waysand, *La guerre du froid*, Seuil (1994).

H.J. Metcalf, P. Van Der Straten, *Laser Cooling and Trapping*, Springer-Verlag (1999).

Conférences Nobel 1997 :

S. Chu, *The manipulation of neutral particles*, Rev. Mod. Phys. **70**, 685–706 (1998).

C. Cohen-Tannoudji, *Manipulating atoms with photons*, Rev. Mod. Phys. **70**, 707–719 (1998).

W. Phillips, *Laser cooling and trapping of neutral atoms*, Rev. Mod. Phys. **70**, 721–741 (1998).

Conférences Nobel 2001 :

E.A. Cornell, C.E. Wieman, *Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments*, Rev. Mod. Phys. **74**, 875–893 (2002).

W. Ketterle, *When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser*, Rev. Mod. Phys. **74**, 1131–1151 (2002).

Voir également :

C. Cohen-Tannoudji, cours au Collège de France :

[http://www.phys.ens.fr/cours/college-de-france/ cours des 5 années de 1997 à 2002.](http://www.phys.ens.fr/cours/college-de-france/cours%20des%205%20ann%C3%A9es%20de%201997%20%C3%A0%202002)

À ces ouvrages, nous ajoutons ci-dessous une liste d'articles, soit pour leur caractère historique, soit parce qu'ils ne se trouvent pas référencés dans les ouvrages généraux ci-dessus.

- [1] S.N. Bose, *Z. Physik* **26**, 178 (1924).
- [2] A. Einstein, *Preussische Akademie der Wissenschaften, Phys.-Math. Klasse, Sitzungsberichte*, p. 261–267 (1924) et 3–14 (1925). Traduction française dans *Albert Einstein, oeuvres choisies*, tome 1, Quanta, F. Balibar, O. Darrigol et B. Jech eds., Editions du Seuil et CNRS, « Théorie quantique du gaz parfait monotaomique », pp. 172–179 et « Théorie quantique du gaz parfait », pp. 180–192 (1989).
- [3] W.A. Blanpied, *Satyendranath Bose: co-founder of quantum statistics*, *Am. J. Phys.* **40**, 1212–1220 (1972).
- [4] A. Pais, *Albert Einstein, la vie et l'oeuvre*, Interéditions (1993); voir particulièrement § 23.d.
- [5] A. Kastler, *On the historical development of the indistinguishability concept for microparticles* dans *Old and New Questions in Physics, Cosmology, Philosophy and Theoretical Biology*, van der Merve (ed.), New York, Plenum Press, p. 607 (1983).
- [6] G.E. Uhlenbeck, *Proceedings Einstein Centennial Symposium 1979* (H. Woolf dir.), Reading (Mass.), Addison Wesley (1980).
- [7] P. Nozières, M. Le Bellac, communications privées.
- [8] A. Mysyrowicz, *Bose-Einstein condensation of excitonic particles in semiconductors* dans *Bose-Einstein condensation*, edited by A. Griffin, D.W. Snoke, S. Stringari, Cambridge University Press, p. 330 (1995).
- [9] C.E. Hecht, *The possible superfluid behaviour of hydrogen atom gases and liquids*, *Physica* **25**, 1159–1161 (1959).
- [10] W.C. Stwalley, L.H. Nosanow, *Possible "new" quantum system*, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 910–913 (1976).
- [11] I.F. Silvera, J.T.M. Walraven, *Stabilization of atomic hydrogen at low temperatures*, *Phys. Rev. Lett.* **44**, 164–168 (1980). Pour une discussion plus générale voir, par les mêmes auteurs, « Spin polarized atomic hydrogen », chap. 3 in *Progress in Low temperature physics*, D.F. Brewer ed., vol. X, North Holland (1986).
- [12] T.J. Greytak, D. Kleppner, *Lectures in spin-polarized hydrogen*, Les Houches summer school 1282, session XXXVIII, p. 1129, G. Grynberg and R. Stora eds., Elsevier (1984).
- [13] J.T.M. Walraven, I.F. Silvera, *The magnetization and density of spin polarized atomic hydrogen*, *J. Physique Coll.* **C7**, 147–149 (1980).
- [14] V.V. Goldman, I.F. Silvera, A.J. Leggett, *Atomic hydrogen in an inhomogeneous magnetic field: density profile and Bose-Einstein condensation*, *Phys. Rev.* **B24**, 2870–2873 (1981).
- [15] H. Hess, *Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized atomic hydrogen*, *Phys. Rev.* **B34**, 3476–3479 (1986).
- [16] D.G. Fried, T.C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S.C. Moss, D. Kleppner, T.J. Greytak, *Bose-Einstein condensation of atomic hydrogen*, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3811–3814 (1998).
- [17] V.J. Emery, *Spin diffusion in gases at low temperatures*, *Phys. Rev.* **133A**, 661–664 (1964).

- [18] C. Lhuillier, F. Laloë, *Transport properties in a spin polarized gas I and II*, J. Physique **43**, 197–224 et 225–241 (1982).
- [19] C. Lhuillier, F. Laloë, *L'hélium trois polarisé, un « nouveau » fluide quantique ?*, J. Physique **40**, 239–256 (1979).
- [20] M. Leduc, P.-J. Nacher, D. Betts, J. Daniels, G. Tastevin, F. Laloë, *Europhys. Lett.* **4**, 59 (1987). D.S. Betts, F. Laloë, M. Leduc, *Properties of strongly spin polarized Helium 3 gas*, Prog. Low Temp. Phys. vol XII, Elsevier (1989).
- [21] B.R. Johnson, J.S. Denker, N. Bigelow, L.P. Levy, J.H. Freed, D.M. Lee, *Observation of nuclear spin waves*, Phys Rev. Lett **52**, 1508–1511 (1984).
- [22] P.J. Nacher, G. Tastevin, M. Leduc, S.B Crampton, F. Laloë, *Spin rotation effects and spin waves in gaseous ^3He* , J. Phys. Lett. **45**, L-441–448 (1984).
- [23] M. Holzmann, J.N. Fuchs, G.A Baym, J.P. Blaizot, F. Laloë, *Bose-Einstein transition temperature in a dilute repulsive gas*, C.R. Physique **5**, 21–37 (2004).