

TABLE DES MATIERES

	pages
<u>RESUME DU COURS 1976-1977</u>	I - 1
<u>INTRODUCTION GENERALE</u>	I - 3
<u>MODELE DE LANGEVIN POUR LE MOUVEMENT BROWNIEN</u>	II - 1
A - Description du modèle	II - 1
1 - <i>Le mouvement Brownien</i>	II - 1
2 - <i>Equation de Langevin</i>	II - 2
3 - <i>Problèmes posés par l'équation de Langevin</i>	II - 2
4 - <i>Hypothèses sur la force de Langevin</i>	II - 3
B - Discussion physique simple	II - 4
1 - <i>Réponse à une perturbation extérieure. Admittance mobilité</i>	II - 4
2 - <i>Evolution de la vitesse à partir d'un état initial bien défini</i>	II - 4
3 - <i>Relation fluctuation-dissipation</i>	II - 5
4 - <i>Evolution de la position à partir d'un état initial bien défini</i>	II - 5
5 - <i>Dynamique des fluctuations de vitesse dans l'état d'équi- libre. Fonction d'autocorrélation de la vitesse</i>	II - 6
6 - <i>Fonction d'autocorrélation de la force totale</i>	II - 10
C - Analyse harmonique	III - 1
1 - <i>Introduction</i>	III - 1
2 - <i>Conséquence de la stationnarité</i>	III - 2
3 - <i>Densité spectrale et fonction de corrélation</i>	III - 3
4 - <i>Relation fluctuation-dissipation dans l'espace des fré- quences : Théorème de Nyquist</i>	III - 4
5 - <i>Filtrage linéaire</i>	III - 6
<u>VUE D'ENSEMBLE SUR LES PROCESSUS ALEATOIRES CLASSIQUES</u>	IV - 1
A - Quelques notions valables pour tous les processus aléa- toires classiques	IV - 1
1 - <i>Définition d'un processus aléatoire</i>	IV - 1
2 - <i>Comment caractériser complètement un processus aléatoire?</i>	IV - 1
3 - <i>Egalités satisfaites par les densités de probabilité W_n</i>	IV - 1
4 - <i>Stationnarité</i>	IV - 1
5 - <i>Probabilités conditionnelles</i>	IV - 1
B - Processus de Markoff	IV - 2
1 - <i>Définition</i>	IV - 2
2 - <i>Comment caractériser complètement un processus de Markoff ?</i>	IV - 2
3 - <i>Equation de Smoluchowski</i>	IV - 3

4 - Etablissement d'une "équation pilote" à partir de l'équation de Smoluchowski	IV - 3
5 - Cas d'un processus à diffusion lente. Equation de Fokker-Planck	IV - 5
C - Processus aléatoires gaussiens	IV - 6
1 - Rappels sur les variables aléatoires gaussiennes	IV - 6
2 - Définition d'un processus gaussien stationnaire	IV - 7
3 - Conséquences sur les coefficients de Fourier	IV - 7
4 - Calcul de quelques probabilités conditionnelles	IV - 7
D - Processus à la fois markoffiens et gaussiens. Théorème de Doob	IV - 8
E - Application au modèle de Langevin du mouvement Brownien	IV - 9

REPONSES LINEAIRES

Introduction	V - 1
A - Présentation et discussion de quelques grandeurs physiques importantes	V - 2
1 - Réponse du système à une excitation faible dépendant du temps	V - 2
2 - Fonction spectrale - Dissipation	V - 5
3 - Relaxation à partir d'un état (légèrement) hors d'équilibre	V - 7
4 - Fonctions de corrélation symétrique et canonique	VI - 1
B - Etude de quelques applications	VI - 3
1 - Démonstration du (premier) théorème fluctuation-dissipation	VI - 3
2 - Utilisation des symétries du problème	VI - 5
3 - Etude, sur l'exemple simple du mouvement Brownien, du comportement aux temps t très longs ou aux fréquences ω très basses	VI - 8
4 - Règles de somme. Etude du comportement aux temps t très courts et aux fréquences ω très élevées	VII - 1
C - Equation de Langevin généralisée	VII - 4
1 - Introduction d'une friction retardée	VII - 4
2 - Calcul de la susceptibilité (ou admittance)	VII - 4
3 - Contraintes imposées par le 1er théorème fluctuation-dissipation. Démonstration du 2ème théorème fluctuation-dissipation	VII - 5
4 - Equation d'évolution de la fonction d'autocorrélation de la vitesse	VII - 5
5 - Autre manière d'écrire l'équation de Langevin généralisée	VII - 6

EQUATIONS DE MORI

Introduction	VIII - 1
A - Rappels mathématiques	VIII - 2
1 - Espace de Liouville \mathcal{L}	VIII - 2
2 - Evolution dans le temps. Opérateur de Liouville L	VIII - 2
3 - Produit scalaire dans \mathcal{L}	VIII - 3
4 - Projecteur sur un sous-espace de \mathcal{L}	VIII - 4

B - Etude, sur un cas simple, de la réduction des équations de Heisenberg en équations de Langevin généralisées	VIII - 4
1 - Hypothèse simplificatrice	VIII - 4
2 - But du calcul	VIII - 5
3 - Force $F(o)$ à l'instant initial	VIII - 5
4 - Force $F(t)$ à l'instant t	VIII - 5
5 - Composante $F_p(t)$ de $F(t)$ provenant de la projection $F_p(o)$ de la force initiale sur l'axe lent	VIII - 5
6 - Composante $F_q(t)$ de $F(t)$ provenant de la projection $F_q(o)$ de la force initiale sur le sous-espace rapide	VIII - 6
7 - Force de Langevin $F(t)$	VIII - 6
8 - Force de friction	VIII - 7
9 - Cas où L est hermitique vis-à-vis du produit scalaire choisi. Démonstration du 2ème théorème fluctuation-dissipation	VIII - 8
10 - Récapitulation des résultats obtenus	VIII - 8
C - Généralisation à plusieurs variables	VIII - 9

FUNCTION DE CORRELATION ET FONCTIONS DE MEMOIRE POUR UN SYSTEME EN EQUILIBRE THERMODYNAMIQUE

	IX - 1
A - Choix du produit scalaire	
1 - Système étudié. But final du calcul	IX - 1
2 - Comment ramener le calcul d'une fonction de corrélation à celui d'une amplitude de transition dans l'espace de Liouville ?	IX - 1
3 - Equations importantes et notations utilisées dans ce Chapitre	IX - 2
B - Evolution des valeurs moyennes à un temps	IX - 3
1 - Valeur moyenne de la force de Langevin dans l'état d'équilibre	IX - 3
2 - Evolution des valeurs moyennes à partir d'un état initial légèrement hors d'équilibre	IX - 3
C - Etude des fonctions de corrélation et de mémoire dans l'espace des fréquences	IX - 5
1 - Transformée de Fourier-Laplace des fonctions de corrélation et de mémoire	IX - 5
2 - Equations algébriques reliant fonctions de corrélation et fonctions de mémoire dans l'espace des fréquences	IX - 6
3 - Analogies entre fonctions de corrélation et propagateurs, fonctions de mémoire et self-énergies	IX - 6
4 - Développement en fractions continues de la fonction de corrélation	IX - 7
D - Notion de positivité	X - 1
1 - Buts de ce paragraphe	X - 1
2 - Lien entre le caractère dissipatif du système et la positivité	X - 1
3 - Digression : comment pourrait-on arriver à la notion de fonction de mémoire en utilisant uniquement la positivité ?	X - 2
E - Construction graphique de la densité spectrale $\mathcal{C}(\omega)$. Moments	X - 4
1 - Etablissement de la formule reliant $\mathcal{C}(\omega)$ à $\mathcal{M}(\omega)$	X - 4
2) Construction graphique	X - 5

3 - Moments γ_{2n} de la densité spectrale $\mathcal{E}(\omega)$	X - 5
4 - Moments μ_{2n} de la fonction mémoire. Lien entre μ_{2n} et γ_{2n}	X - 6
5 - Calcul des coefficients Δ^2 apparaissant dans le développement en fractions continues de $\mathcal{E}(\omega)$	X - 7
F - L'approximation Markoffienne	XI - 1
1 - Cas où il y a une seule variable lente A	XI - 1
2 - Cas où il y a plusieurs variables lentes	XI - 3
G - Aperçu sur des traitements non Markoffiens	XI - 6
1 - Idée générale	XI - 6
2 - Premier exemple : choix d'une fonction simple pour $M(\omega)$	XI - 6
3 - Deuxième exemple : utilisation du développement en fractions continues	XI - 8

QUELQUES REMARQUES COMPLEMENTAIRES

A - Force de Langevin et force instantanée	XII - 1
B - Exemple important de variable lente : grandeur obéissant à une loi de conservation	XII - 2
1 - Exemple simple de loi de conservation	XII - 2
2 - Pourquoi une grandeur conservée varie-t-elle lentement ?	XII - 3
3 - Modèle hydrodynamique	XII - 3
4 - Lien entre réponse linéaire et hydrodynamique	XII - 4
5 - Exemple de relation de Kubo	XII - 5
6 - Comment retrouver le modèle hydrodynamique à partir des équations de Mori	XII - 6
7 - Cas où il y a plusieurs variables lentes	XII - 7

QUELQUES REFERENCES

XII - 8