

C. Ralentissement et refroidissement d'un jet atomique

- ④ 2<sup>ème</sup> amélioration possible : fréquence atomique fixe.  
fréquence du laser de refroidissement variable dans le temps

a) Idée de base [référence (17)]

Au fur et à mesure que l'atome est ralenti, la fréquence du laser est changée pour que l'atome reste en résonance avec le laser.

b) Balayage le plus rapide possible dans le temps

- Comme plus haut (§ C 3 c), on suppose que le laser reste constamment à résonance, et est suffisamment intense pour produire la décélération maximale

$$-a = -\frac{\hbar k}{m} \frac{\Gamma}{2} \quad (3.1)$$

On a donc  $dv = -a dt$  (3.2)

Comme la condition de résonance  $\omega_0 = \omega + kv$  est toujours satisfaite,  $dv$  est relié à  $d\omega$  par  $d\omega + kdv = 0$

$$\hookrightarrow d\omega = -kdv = ka dt \quad (3.3)$$

La vitesse de balayage en fréquence la plus rapide possible est donc

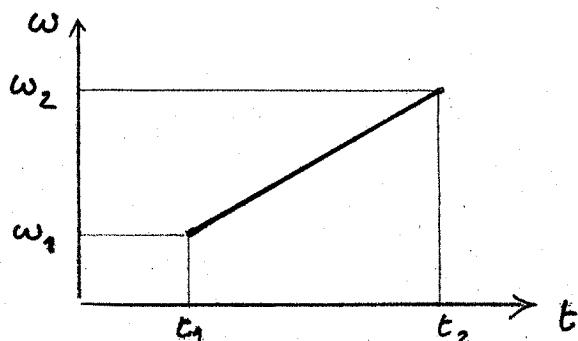
$$\left(\frac{dv}{dt}\right)_{\max} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{\max} = ka = \frac{\hbar k^2}{2m} \Gamma = \frac{E_{\text{recul}} \Gamma}{\hbar} \quad (3.4)$$

où  $E_{\text{recul}} = \hbar^2 k^2 / 2m$  est l'énergie de recul lors de l'absorption ou de l'émission d'un photon par l'atome.

- Si  $\frac{dv}{dt} > \left(\frac{dv}{dt}\right)_{\max}$ , la fréquence du laser change trop vite et l'atome ne peut pas "suivre"

Si  $\frac{dv}{dt} < \left(\frac{dv}{dt}\right)_{\max}$ , l'atome peut suivre, d'autant plus aisement que  $dv/dt$  est plus petit.

c) Ralentissement global obtenu



2 paramètres pour le balayage

$\omega_2 - \omega_1$  : Plage de balayage

$\frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1}$  : Vitesse de balayage

$$\omega_0 = \omega_1 + kv_1 = \omega_2 + kv_2$$

$$\omega_2 > \omega_1 \rightarrow v_2 < v_1$$

Si  $\frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} < \left(\frac{dw}{dt}\right)_{\max}$ , tous les atomes de vitesse comprise [III-2] entre  $v_1$  et  $v_2$  sont ralentis et recouplés en vitesse à la vitesse la plus basse  $v_2$ .

#### d) Ordres de grandeur pour le sodium

- Prenons  $v_1 = 10^3 \text{ m/s}$        $v_2 = 0$
- Temps minimum pour aller de  $v_1$  à  $v_2$ . Pour Na,  $a = 10^6 \text{ m/s}^2$   
 $\Delta t = \frac{v_1 - v_2}{a} = \frac{10^3}{10^6} = 10^{-3} \text{ s} = 1 \text{ msec}$
- $\omega_2 - \omega_1 = k(v_1 - v_2) = kv_1$   
 $\hookrightarrow \Delta\nu = \frac{kv_1}{2\pi} = \frac{v_1}{\lambda} = \frac{10^3}{0,59 \cdot 10^{-6}} = 1,7 \text{ GHz}$
- Vitesse de balayage maximale       $\frac{\Delta\nu}{\Delta t} = 1,7 \text{ GHz/msec}$

#### e) Comparaison avec la méthode du § C 3

- Dans la méthode du § C 3, où  $\omega_0$  varie avec  $z$ , on a, en chaque point  $z$ , des atomes ralentis avec une vitesse  $v(z)$  bien définie, ne dépendant que de  $z$ .  
 Dans la méthode du § C 4, où  $\omega$  varie avec  $t$ , les atomes ayant, à un instant donné, une vitesse qui leur permet d'être en résonance avec le laser, sont répartis sur tout l'axe  $z$ . Pas de corrélations entre  $v$  et  $z$ .
- Méthode du § C 3 : peut fonctionner en continu  
 "        "        " C 4 : ne peut fonctionner qu'en impulsions
- La méthode du § C 4 est plus simple ; l'amplitude et la vitesse de balayage peuvent être changées plus aisément que la configuration de champ  $B(z)$ .

#### f) Exemples de résultats expérimentaux [références (18) à (21)]

##### Premières expériences sur Na [(18) (19)]

- Pompage optique en  $0^+$  sur  $D_2$ , qui accumule les atomes dans le sous niveau  $3S_{1/2} F=2 M_F=2$  et les excite uniquement vers  $3P_{3/2} F'=3 M'_F=3$ .
- Utilisation de 2 jets atomiques, l'un en sens inverse du faisceau laser (jet atomique refroidi), l'autre perpendiculaire au faisceau laser (donnant des signaux de référence, sans déplacement ni élargissement Doppler)
- Balayage linéaire de  $\omega$  partant de la fréquence correspondant à la vitesse la plus probable du jet antiparallèle.
- 1 seul faisceau laser. Pas de séparation des fonctions de refroidissement et de détection. On observe la fluorescence induite sur les 2 jets par le laser de refroidissement.

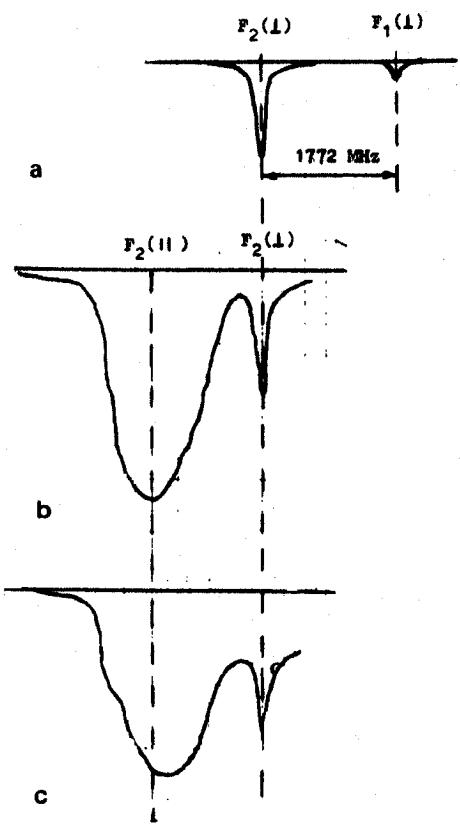


Fig. 15 [extraite de l'article de revue (19)] III - 3

- a - les 2 composantes hyperfinies de  $D_2$  partant de  $F_1 = 1$  et de  $F_2 = 2$  et détectées sur le jet atomique I au laser.
- b - Distribution de vitesses non déformée détectée sur la composante hyperfine partant de  $F_2 = 2$  pour le jet atomique antiparallèle au laser ( $F_2(II)$ ). Le signal  $F_2(I)$  sert de référence et donne la vitesse nulle.
- c - Effet d'un balayage en fréquence ( $\frac{dv}{dt} = 370 \text{ MHz/msec}$ ) du laser. Déplacement du maximum vers les faibles vitesses. Augmentation de la densité d'atomes aux faibles vitesses.

### Expériences plus récentes sur Na [(20) (21)]

- Ponçage optique en  $O^+$  sur  $D_2$  comme dans l'expérience précédente mais avec en plus un champ magnétique uniforme parallèle au jet ( $B_d = 640$  gauss) qui diminue les effets de défaut de polarisation.
- Ici, 2 faisceaux laser, l'un pour refroidir, l'autre pour analyser

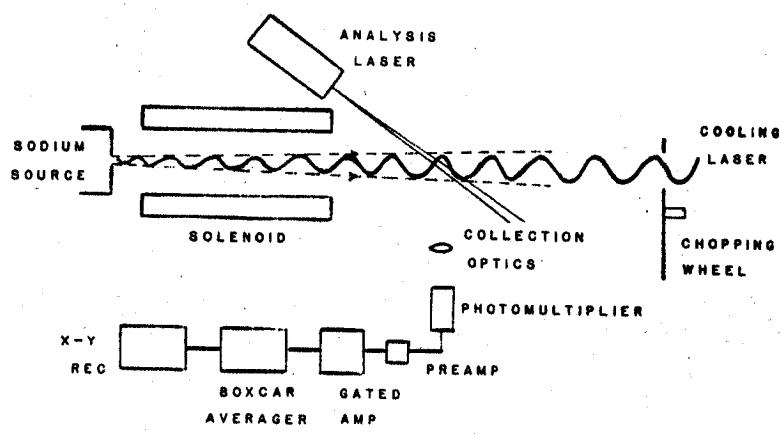
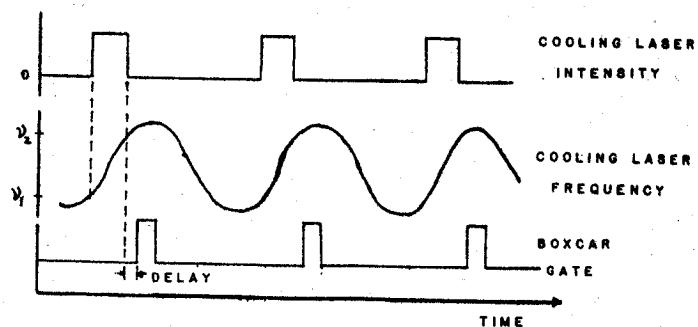


Fig. 16 [Extraite de (20)]

Montage expérimental et séquence temporelle

Pour plus de détails sur le balayage en fréquence du laser voir (22).



(a) Block diagram of experimental set up  
(b) Timing diagram

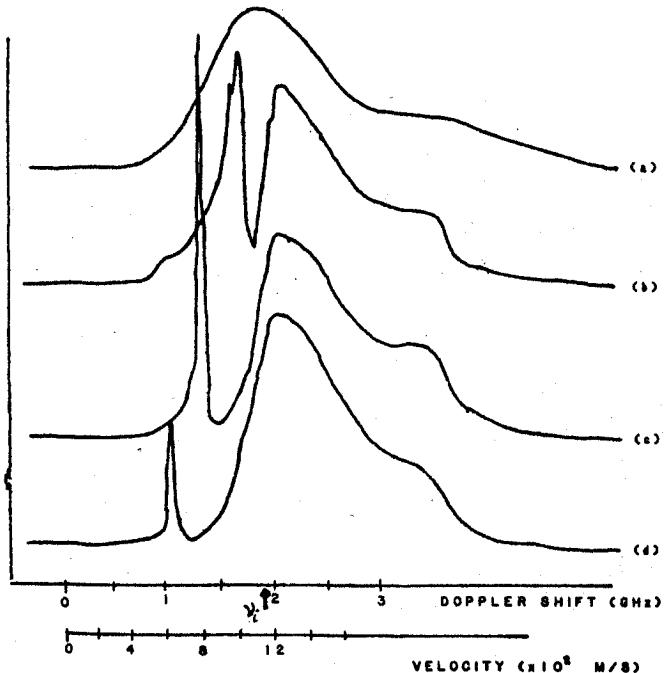


Fig. 17 [ extraite de (20) ]

[III - 4]

$$\frac{dy}{dt} = 0$$

$\times$  fixe

(Expérience analogue à celle décrite au § C-2  
Comparer avec la figure 8 page II-5)

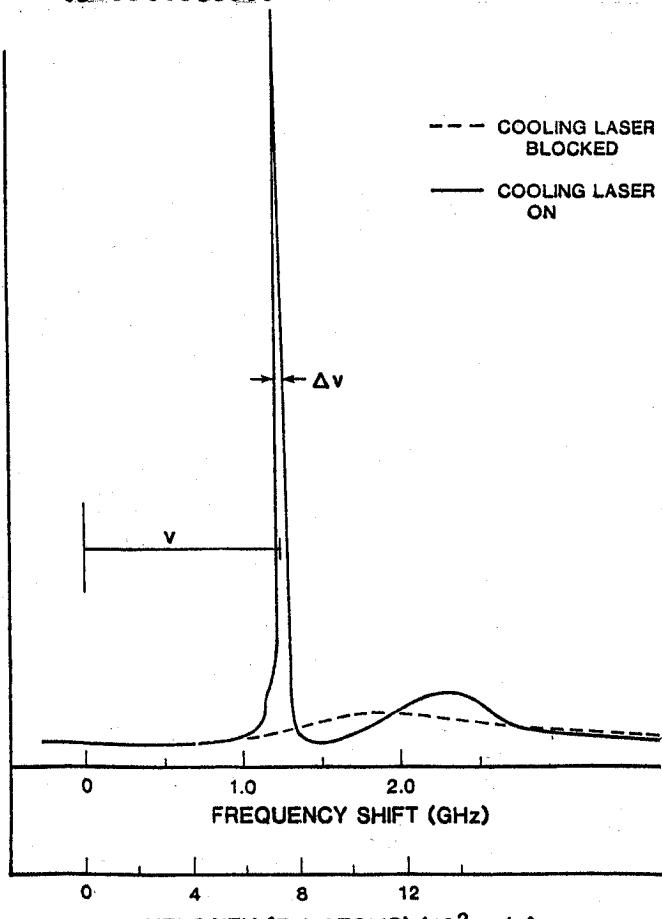
$$\frac{dy}{dt} = 0,64 \text{ GHz/m sec}$$

$$\frac{dy}{dt} = 1 \text{ GHz/m sec}$$

les auteurs n'ont pas pu encore descendre au dessous de 600 m/s pour une raison non encore comprise

## 5 Applications possibles

### a) Monochromatization d'un jet atomique



Le regroupement des vitesses des atomes d'un jet en un pic très étroit permet d'obtenir un jet monochromatique très intense. Au lieu de filtrer (avec un sélecteur mécanique par exemple) les atomes ayant une vitesse donnée, et de perdre ainsi tous les autres, qui sont beaucoup plus nombreux, on utilise ici tous les atomes.

Exemple de résultats sur la Fig. 18

Fig. 18 [ extraite de (21) ]

$$\frac{dy}{dt} = 1,18 \text{ GHz/m sec}$$

$$v = 720 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = 15 \text{ m/s}$$

$$\frac{\Delta v}{v} = 2 \%$$

Densité du jet dans le pic 20 fois supérieure à celle du maximum du jet thermique non refroidi

Dramatically modified atomic beam velocity distribution. Dotted line represents the unmodified distribution and the solid line, the distribution after being changed by the cooling laser. The cooling laser was scanned 890 MHz.

## b) Obtention d'atomes très lents

(III-5)

- Normalement, dans un jet thermique, il y a très peu d'atomes très lents (moins que ne le prévoit la distribution de Maxwell)
- La méthode du § C3 a permis d'obtenir des atomes très lents ( $v = 40 \text{ m/s}$ ) avec une densité estimée à  $10^5 \text{ atomes/cm}^3$  dans un intervalle de vitesse correspondant à la largeur naturelle
- Importance pour 2 types d'applications

### (i) Spectroscopie à ultra haute résolution

Augmentation du temps d'observation (par exemple, temps de passage entre 2 boules de Ramsey, jet "fontaine")  
Élimination de l'effet Doppler du 2<sup>e</sup> ordre

### (ii) "Alimentation" de pièges radioactifs

La profondeur des pièges radioactifs est très faible (voir § D suivant), et l'atome doit avoir une vitesse initiale très faible si on veut le piéger dans un tel piège

## D- Propriétés importantes de la force dipolaire $\vec{F}_2$

$$\vec{F}_2 = -\frac{\hbar(\omega-\omega_0)}{4} \frac{\vec{\nabla}\omega_i^2}{(\omega-\omega_0)^2 + \frac{P^2}{4} + \frac{\omega_i^2}{2}} \quad (3.5)$$

### 1- Caractéristiques

Direction : celle du gradient de l'intensité luminescente  $I$  ( $\propto \omega_i^2$ ).  
Dans un faisceau gaussien, les gradients d'intensité les plus importants sont dans le plan focal et transversaux (perpendiculaires à l'axe de propagation)

Variations avec le désaccord  $\delta = \omega - \omega_0$

Courbe de dispersion, nulle à résonance, changeant de signe avec  $\omega - \omega_0$  (Partie "réactive"  $\chi'$  de la susceptibilité)

$\omega > \omega_0$  atome poussé hors des régions de  $I$  élevée

$\omega < \omega_0$  " " vers les " " "

Largueur de la courbe de dispersion :  $\sqrt{P^2 + 2\omega_i^2}$

### Comportement quand $I \rightarrow \infty$

Pour une fréquence de Rabi  $\omega$ , donnée (avec  $\omega_i \gg P$ ), le maximum de la courbe de dispersion se situe vers  $|\omega - \omega_0| = \omega$ , et  $|\vec{F}_2|$  vont alors

$$|\vec{F}_2| \sim \hbar \left| \frac{\vec{\nabla}\omega_i^2}{\omega_i} \right| \sim \hbar |\vec{\nabla}\omega_i| \sim \frac{\hbar \omega_i}{L} \quad (3.6)$$

où  $L$  est la distance caractéristique de variation de  $I$  (rayon focal ou "waist"  $w_0$  pour une onde progressive, longueur d'onde pour une onde stationnaire). Si, pour une même configuration géométrique ( $L$  fixé),  $I$ , et donc  $\omega_i$ , augmentent,  $|\vec{F}_2|$  augmente indénormément. A la différence de  $\vec{F}_1$ , qui tend vers une limite finie,  $\hbar \vec{k}/2$ , quand  $I \rightarrow \infty$ , il n'y a pas de "saturation" pour  $\vec{F}_2$ .

Comparons  $|\vec{F}_2|$  et  $|\vec{F}_1|$  limite

$$\frac{|\vec{F}_2|}{|\vec{F}_1|_{\text{lim}}} \approx \frac{\hbar \omega_1}{L} \frac{1}{\hbar k \Gamma} \approx \frac{\omega_1}{\Gamma} \frac{\lambda}{L} \quad (3.7)$$

III-6

$\lambda/L$  est inférieur à 1, on de l'ordre de 1 (pour une onde stationnaire), mais  $\omega_1/\Gamma$  peut être très grand devant 1

$\vec{F}_2$  dérivé d'un potentiel  $U$

$$\vec{F}_2 = -\vec{\nabla} U \quad \text{avec} \quad U = \frac{\hbar(\omega - \omega_0)}{2} \log \left[ 1 + \frac{\frac{\omega_1^2}{2}}{(\omega - \omega_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \right] \quad (3.8)$$

qui on peut réécrire

$$U = \frac{\hbar \delta}{2} \log(1 + s) \quad (3.9)$$

où  $s = \omega - \omega_0$

$$s = \frac{\omega_1^2}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (\text{paramètre de saturation}) \quad (3.10)$$

## 2- Ordres de grandeur des paramètres relatifs au potentiel $U$

Puits de potentiel

Supposons  $\delta < 0$  ( $\omega < \omega_0$ )

$U$  est alors un "puits de potentiel" dont la profondeur est déterminée par la valeur maximale,  $\omega_1^{\max}$ , de  $\omega$ ,

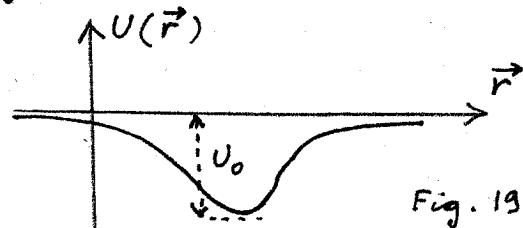


Fig. 19

$$\text{Profondeur } U_0 = -\frac{\hbar \delta}{2} \log(1 + s_{\max}) \quad (3.11)$$

$$s_{\max} = \frac{(\omega_1^{\max})^2 / 2}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \approx (\omega_1^{\max})^2 / 2\delta^2 \quad (3.12)$$

car nous allons voir que le  $s$  optimal est de l'ordre de  $\omega_1^{\max}$ , lui-même en général grand devant  $\Gamma$

Optimisation du désaccord  $s = \omega - \omega_0$

Pour une intensité laser donnée ( $\omega_1^{\max}$  fixé), ( $s$ )optimal est donné par

$$\frac{\partial}{\partial s} U_0 = 0 = \frac{\partial}{\partial s} \left[ -\frac{\hbar \delta}{2} \log(1 + s_{\max}) \right] \quad (3.13)$$

où  $s_{\max}$  est donné par (3.12). A partir de (3.13) on obtient

$$(s_{\max})_{\text{optimal}} = 4 \quad (3.14)$$

d'où, d'après (3.12)  $(s)_{\text{optimal}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} |\omega_1^{\max}| \quad (3.15)$

et, d'après (3.11)

$$(U_0)_{\text{optimal}} = \frac{\hbar |\omega_1^{\max}|}{4\sqrt{2}} \log 5 = 0,285 |\hbar \omega_1^{\max}| \quad (3.16)$$

Ordre de grandeur de la profondeur des puits

$$|\omega_1^{\max}| = |d \cdot \varepsilon_0^{\max}| / \hbar \quad (3.17)$$

$|\varepsilon_0^{\max}|$  amplitude maximale du champ électrique de l'onde laser  
 $|d|$  moment dipolaire de transmission  $\langle e | D | f \rangle$

- L'amplitude  $|E_0^{\max}|$  dépend de la puissance et de la géométrie du laser. Pour une onde laser gaussienne, progressive, de rayon focal  $w_0$  et de puissance  $P$ , on trouve III - 7

$$P = \frac{\pi w_0^2}{4} \epsilon_0 c (E_0^{\max})^2 \quad (3.18)$$

- Le moment dipolaire d'apparait dans l'expression de la largeur naturelle  $\Gamma$ , qui est aussi la probabilité d'émission spontanée par unité de temps. Pour un atome à 2 niveaux, de fréquence propre  $\omega_0$ , correspondant à la longueur d'onde lumineuse  $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ , la règle d'or de Fermi donne

$$\Gamma = \frac{d^2 w_0^3}{3\pi E_0 \hbar c^3} \quad (3.19)$$

- A partir de (3.18) et (3.19), on peut exprimer la fréquence de Rabi maximale  $|\omega_1^{\max}|/2\pi$  en fonction de  $P, w_0, \Gamma$

$$\frac{|\omega_1^{\max}|}{2\pi} = \left[ \frac{3}{2\pi^3} \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{\lambda_0^3}{\hbar c w_0^2} P \right]^{1/2} \quad (3.20)$$

- Application numérique pour Na

$$\lambda_0 = 5890 \text{ \AA} = 5,89 \cdot 10^{-7} \text{ m} \quad \frac{\Gamma}{2\pi} = 10 \text{ MHz} = 10^7 \text{ s}^{-1}$$

Prenons un faisceau laser

$$P = 1 \text{ W} \quad w_0 = 30 \mu \text{m} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

$$(3.20) \text{ donne alors } \frac{|\omega_1^{\max}|}{2\pi} = 2,35 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1} = 23,5 \text{ GHz}$$

On déduit alors de (3.16)

$$(U_0)_{\text{optimal}} = 4,44 \cdot 10^{-24} \text{ J}$$

En unités de température, c.-à-d en posant  $(U_0)_{\text{optimal}} = k_B T$   
on trouve

$$T = 0,32 \text{ K} = 320 \text{ mK}$$

Pour quelle vitesse  $v$  l'énergie cinétique d'un atome de sodium est-elle égale à  $(U_0)_{\text{optimal}}$ ?  $\frac{1}{2} M v^2 = (U_0)_{\text{optimal}}$

Comme  $M(\text{sodium}) = 3,84 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ , on trouve

$$v = 15,2 \text{ m/s}$$

Si la force  $\vec{F}_2$  était la seule à agir (et qu'on puisse ignorer la force de pression de radiation  $\vec{F}_1$  qui joue l'atome le long de la direction de propagation de l'onde progressive), seuls les atomes de vitesse inférieure à 15,2 m/s pourraient rester dans le faisceau. En fait, il faudrait en plus un mécanisme de refroidissement pour compenser l'échauffement due aux fluctuations des forces radiatives. Nous reviendrons ultérieurement sur tous ces points.

### 3 - Applications possibles de $\vec{F}_2$

- Modification des trajectoires d'atomes neutres. Focalisation de jets atomiques (voir § E suivant)
- Pièges radiatifs pour atomes neutres  
Non encore réalisés.

## E - Focalisation d'un jet atomique par les forces dipolaires [références (23) à (25)]

III-8

Principe de l'expérience : Fig. 20 extraite de (23)

Dans le plan focal, la force dipolaire  $F_2$ , dirigée suivant le gradient de  $I$

- attire les atomes vers l'axe si  $\delta < 0$  (équivalent d'une lentille convergente pour le jet atomique)
- repousse les atomes hors de l'axe si  $\delta > 0$  (lentille divergente)

Le profil du jet atomique est étudié au moyen d'un détecteur à fil chaud qui se déplace perpendiculairement au jet

Exemples de résultats expérimentaux

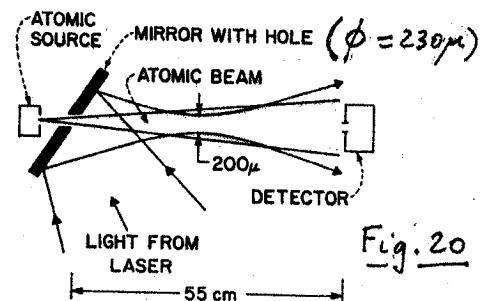


Fig. 20

Schematic diagram of experimental setup.  
Note the scale differences between the longitudinal and transverse directions.

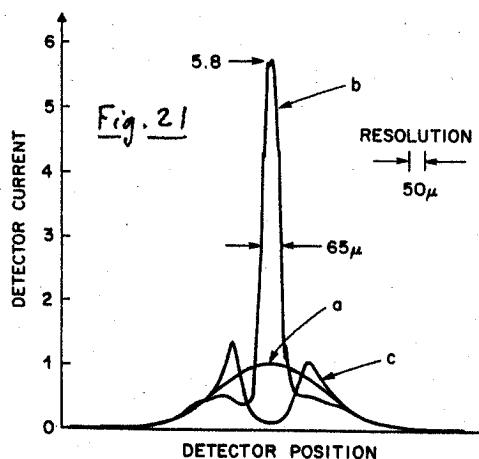


Fig. 21 extraite de (24)

Montre l'effet focalisant ou défocalisant des forces dipolaires suivant le signe du désaccord  $\delta$ .

La qualité de la focalisation est limitée en fait par l'échangeement transversal du jet due aux fluctuations de forces radiatives [voir (24) et (25)].

Atomic beam current measured by detector as a function of its transverse position; a, no light; b, laser tuned  $\sim 1\text{GHz}$  below resonance for focusing; c, laser tuned  $\sim 1\text{GHz}$  above resonance for defocusing. Peak beam current is approximately  $5 \times 10^8$  atoms/sec

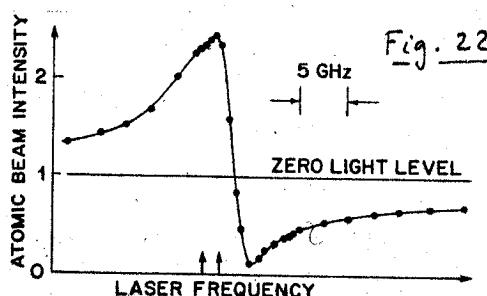


Fig. 22 extraite de (23)

Les variations de l'intensité du jet atomique sur l'axe commun au jet et au laser réfèrent celle de la force dipolaire  $F_2$ .

On observe bien une forme de dispersion

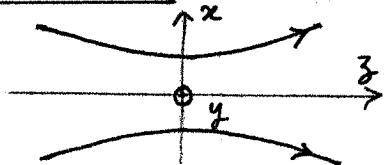
The on-axis atomic-beam intensity as a function of laser frequency. The arrows mark the frequencies of the two resonance transitions  $3^2S_{1/2}(F=2, 1) \rightarrow 3^2P_{3/2}$  and are separated by approximately 1.77 GHz. The shift of the curve zero crossing relative to these frequencies is consistent with the longitudinal Doppler shifts of the atoms.

## RÉFÉRENCES (suite de la liste de la page II-9)

- (17) V. S. Letokhov, V. G. Minagin, B. D. Pavlik, Opt. Comm. 19, 72 (1976)  
" " " " " Sov. Phys. JETP 45, 638 (1978)
- (18) V. I. Balykin, V. S. Letokhov, V. I. Mishin, JETP Lett. 29, 560 (1979)  
" " " " " Sov. Phys. JETP 51, 652 (1980)
- (19) V. S. Letokhov, V. G. Minagin, Physics Reports, 73, 1 (1981)

- (20) J.V. Prodan, W.D. Phillips in *Laser cooled and trapped atoms* [III-9]  
Ed. by W.D. Phillips N.B.S. Special publication 653, p. 137 (juin 1983)
- (21) W.D. Phillips, J.V. Prodan *Proceedings of the 5th international conference on Coherence and Quantum Optics (Rochester juin 1983)* à paraître
- (22) W.D. Phillips *Appl. Opt.* 20, 3826 (1981)
- (23) J.E. Bjorkholm, R.R. Freeman, A. Ashkin, D.B. Pearson  
*Phys. Rev. Lett.* 41, 1361 (1978)
- (24) Mêmes auteurs que (23) in *Laser Spectroscopy IV* Rottach Egern (1979)  
H. Walther and K. Rothe eds Springer Verlag 1979, p. 49
- (25) Mêmes auteurs que (23) *Optics letters* 5, 111 (1980)

APPENDICE : Onde laser gaussienne progressive, se propageant le long de  $Oz$  et polarisée suivant  $Ox$



- Dans le plan focal ( $z = 0$ )

$$\vec{E} = \vec{e}_x E_0 e^{-\rho^2/w_0^2} \cos \omega t \quad (\text{A.1})$$

$$\rho^2 = x^2 + y^2 \quad w_0 = \text{rayon focal ("beam waist")}$$

$E_0$  amplitude maximale de  $\vec{E}$

- Sur l'axe  $Oz$  ( $x = y = 0$ )

$$\vec{E} = \vec{e}_x \frac{E_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\rho}{z_R}\right)^2}} \cos(\omega t - kz + \phi) \quad (\text{A.2})$$

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad \text{longueur de divergence de Rayleigh} \quad (\text{A.3})$$

$$\phi = \text{Arctg} \frac{3}{z_R} \quad (\text{A.4}) \quad \text{Pour Na, si } w_0 = 30 \mu \text{m} \quad z_R = 4,8 \text{ mm}$$

- Puissance  $P$  = énergie passant à travers le plan focal / unité de temps

$$P = \epsilon_0 c \int_{\text{Plan focal}} \vec{E} \times \vec{B} \cdot \vec{e}_z dS = \epsilon_0 c E_0^2 \cos^2 \omega t \int_0^\infty 2\pi \rho e^{-2\rho^2/w_0^2} d\rho = \pi \frac{w_0^2}{4} \epsilon_0 c E_0^2 \quad (\text{A.5})$$

- Période d'oscillation au fonds des points dans les directions  $\perp$  à  $Oz$

Si l'on se déplace dans le plan focal à partir de  $O$ , d'une quantité petite  $\vec{p} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y$ , la force  $\vec{F}_2$  est une force de rappel (si  $S < 0$ ) proportionnelle à  $\vec{p}$ . En effet (3.5) peut s'écrire

$$\vec{F}_2 = -k_S \frac{s}{1+s} \vec{x} \quad \vec{x} = \frac{\vec{\nabla} \omega_1}{\omega_1} \quad (\text{A.6})$$

Nous avons choisi  $s = 4$  et  $s = -|\omega_1^{\text{max}}|/2\sqrt{2}$  [voir (3.14) et (3.15)]

$$\text{Comme, d'après (A.1), } \omega_1(\vec{p}) = \omega_1^{\text{max}} e^{-\rho^2/w_0^2} \quad (\text{A.7})$$

$$\vec{x} = \left( \frac{\vec{\nabla} \omega_1}{\omega_1} \right) \vec{p} \approx \frac{2\vec{p}}{w_0^2} \quad (\text{A.8})$$

$$\text{de sorte que } \vec{F}_2 \approx k_S \frac{8}{5} \frac{\vec{p}}{w_0^2} \text{ pour } \vec{p} \approx \vec{0} \quad (\text{A.9})$$

On en déduit la période des oscillations dans le plan focal

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} \quad \text{avec } \Omega^2 = \frac{8k_S |s|}{5w_0^2 m} = \frac{4k_S |\omega_1^{\text{max}}|}{5\sqrt{2} m w_0^2} \quad (\text{A.10})$$

Pour Na, avec  $w_0 = 30 \mu \text{m}$ ,  $m = 3,84 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ ,  $|\omega_1^{\text{max}}|/2\pi = 23,5 \text{ GHz}$ , on trouve  $T = 1,24 \cdot 10^{-5} \text{ sec} = 12,4 \text{ nsec}$ . On vérifie bien que le temps d'évolution des variables extérieures ( $T$ ) est plus long que celui des variables internes ( $\tau_R = T^{-1} = 16 \text{ ns}$ )