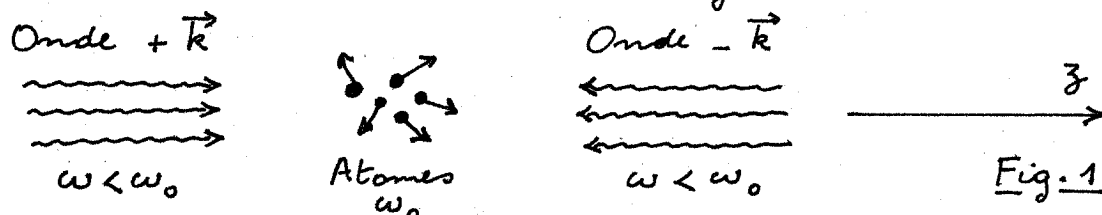


Buts de ce chapitre

- Décrire un mécanisme simple de refroidissement radiatif des degrés de liberté de translation d'un atome libre.
- Evaluer la vitesse de refroidissement correspondante ainsi que la diffusion d'impulsion liée au caractère discret des échanges d'impulsion entre matière et rayonnement.
- Déterminer la température la plus basse pouvant être atteinte compte tenu de la compétition entre le refroidissement radiatif et l'échauffement dû à la diffusion d'impulsion.

① - Etude d'un mécanisme simple de refroidissement radiatif

- Atomes libres (fréquence atomique ω_0) soumis à 2 ondes planes progressives $+\vec{k}$ et $-\vec{k}$, se propageant en sens inverse le long de Oz , de même fréquence ω , désaccordée en dessous de ω_0 ($\omega < \omega_0$), de même intensité [Fig. 1]

- Raisonnement qualitatif

Pour un atome de vitesse nulle le long de Oz , $v_z = 0$, les pressions de radiation exercées par les 2 ondes $+\vec{k}$ et $-\vec{k}$ s'équilibrent.

Pour un atome de $v_z > 0$, l'onde $-\vec{k}$ se rapproche de résonance par effet Doppler, alors que l'onde $+\vec{k}$ s'éloigne. La pression de radiation de l'onde $-\vec{k}$ l'emporte sur celle de l'onde $+\vec{k}$ et l'atome est ralenti.

Pour un atome de $v_z < 0$, c'est au contraire l'onde $+\vec{k}$ qui se rapproche de la résonance et l'onde $-\vec{k}$ qui s'en éloigne. Là encore, l'atome est ralenti.

Si l'on dispose 3 paires d'ondes analogues à celles de la figure 1, le long de Ox , Oy , Oz , l'atome est ralenti quelle que soit la direction de la vitesse $\rightarrow$ refroidissement de la vapeur atomique.

- Limites du raisonnement précédent.

Le raisonnement précédent suppose qu'on peut ajouter indépendamment les effets des 2 ondes se propageant en sens inverse (et celui des autres paires d'ondes le long de Ox et Oy). Il néglige donc les effets d'interférence entre ces ondes, qui sont responsables notamment des forces dipolaires liées aux gradients d'intensité de l'onde stationnaire résultant de la superposition des ondes.

Nous supposons ici que l'intensité est faible (transition atomique non saturée). On peut alors montrer que le raisonnement précédent conduisant à ajouter indépendamment les effets des 2 ondes conduit au résultat correct (voir par exemple cours 1982-83, page VI-5, T16 et T17). A plus haute intensité, un traitement théorique plus élaboré serait indispensable.

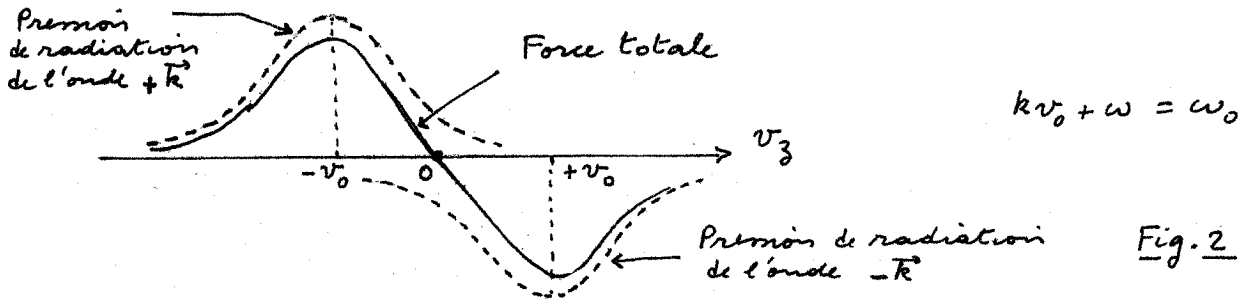


Fig. 2

La force totale est toujours de signe opposé à celui de v_z

Zone de variation linéaire autour de $v_z = 0$. On supposera dans ce chapitre que les atomes ont été au préalable suffisamment ralentis [par exemple, par les méthodes de ralentissement de jets atomiques décrites dans les cours II et III], pour que la distribution de vitesse initiale soit contenue entièrement dans cette plage linéaire.

- Bref historique

L'idée de refroidissement radiatif remonte aux premiers travaux sur le pompage optique. L'article initial de Kastler sur le pompage optique [1] propose des effets "luminescaloriques" et "luminesfrigoriques". La "température de spins" de l'état fondamental d'un atome paramagnétique placé dans un champ magnétique statique est abaissée par absorption de photons convenablement polarisés et réémission de photons de fréquence plus élevée (processus "anti-Stokes").

Dans le même ordre d'idées, on peut citer les méthodes de polarisation nucléaire dynamique [2], où l'irradiation de spins électroniques à une fréquence inférieure à la fréquence de Larmor électronique permet de refroidir des spins nucléaires couplés par interaction dipôle-dipôle aux spins électroniques.

La méthode consistant à utiliser l'effet Doppler pour refroidir directement les degrés de liberté de translation est exposé dans [3]. Dans cette référence, les 2 ondes de la figure 1 sont supposées non monochromatiques, ayant une largeur spectrale couvrant la demi-largeur Doppler inférieure de la vapeur. D'autres méthodes utilisant une onde balayée en fréquence sont proposées dans [4].

Le refroidissement ^{radiatif} des degrés de liberté de translation d'ions ou ^(électrons) piégés dans un piège électromagnétique a fait l'objet de nombreuses propositions et travaux théoriques [5 à 7] et réalisations expérimentales [8 - 9].

② Vitesse de refroidissement. Temps d'amortissement de la vitesse moyenne.

- Soient $n_+(v)$ et $n_-(v)$ les nombres moyens, par unité de temps, de cycles de fluorescence (absorption + émission spontanée) induits par les ondes $+\vec{k}$ et $-\vec{k}$ sur un atome de vitesse $v_z = v$. On a

$$n_+(v) = \Gamma \sigma_{ee}^+ \quad n_-(v) = \Gamma \sigma_{ee}^-$$

Γ : probabilité d'émission spontanée / unité de temps (largeur naturelle)

σ_{ee}^+ (σ_{ee}^-) : population de e sous l'effet de l'irradiation de l'onde $+\vec{k}$ ($-\vec{k}$)

- Pour calculer σ_{ee}^+ et σ_{ee}^- utilisons les équations de Bloch [IV-3] [voir pages I-7 et I-8]. Pour l'onde $+\vec{k}$, on a $\dot{\phi} = -kv$, pour l'onde $-\vec{k}$, on a $\dot{\phi} = +kv$. A la limite des faibles intensités [paramètre de saturation petit devant 1], les solutions stationnaires pour σ_{ee}^+ et σ_{ee}^- valent

$$\sigma_{ee}^+ = \frac{\omega_1^2/4}{(\delta - kv)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad \sigma_{ee}^- = \frac{\omega_1^2/4}{(\delta + kv)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (4.1)$$

ω_1 = fréquence de Rabi, $\delta = \omega - \omega_0$: désaccord

On retrouve bien que σ_{ee}^+ est maximum quand $\omega - kv = \omega_0$, c-à-d quand l'onde $+\vec{k}$ est en résonance grâce à l'effet Doppler. Même remarque pour σ_{ee}^-

- Force moyenne $\vec{F}$
A chaque cycle de fluorescence induit par l'onde $+\vec{k}$ ($-\vec{k}$), l'atome gagne en moyenne une impulsion $+\hbar\vec{k}$ ($-\hbar\vec{k}$). Donc
- $$\vec{F} = \frac{d}{dt} M \vec{v} = \hbar \vec{k} [\sigma_{ee}^+ - \sigma_{ee}^-]$$
- $$= \hbar \vec{k} \Gamma \frac{\omega_1^2}{4} \left[\frac{1}{(\delta - kv)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} - \frac{1}{(\delta + kv)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \right] \quad (4.2)$$

On retrouve bien la dépendance en v de la figure 2.

- Développement à l'ordre 1 en kv [plage linéaire de la Fig. 2]

$$n_{\pm}(v) = n_0 \left[1 \pm \frac{2\delta}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} kv \right] \quad (4.3)$$

avec

$$n_0 = \frac{\Gamma}{2} \frac{\omega_1^2/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \quad (4.4)$$

De (4.3) et (4.2), on déduit

$$\frac{dv}{dt} = -\gamma v \quad (4.5)$$

avec

$$\gamma = - \frac{4\hbar k^2}{M} n_0 \frac{\delta}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (4.6)$$

Il faut bien $\delta < 0$ ($\omega < \omega_0$) pour avoir un amortissement ($\gamma > 0$)

- Pour $\delta = -\frac{\Gamma}{2}$, ce qui optimise le dernier facteur $\delta/(\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4})$

$$\gamma = \frac{4\hbar k^2}{M} \frac{n_0}{\Gamma} = 2 \frac{\hbar k^2}{M} \frac{\omega_1^2}{\Gamma^2} \quad (4.7)$$

On peut encore écrire (4.7) sous la forme

$$\gamma = 8 n_0 \frac{\hbar^2 k^2 / 2M}{\hbar \Gamma} = 8 n_0 \frac{E_{\text{recul}}}{\hbar \Gamma} \quad (4.8)$$

$2n_0$ est le nombre de cycles de fluorescence par unité de temps pour un atome donné. γ est le taux d'amortissement de la vitesse de cet atome. Comme $E_{\text{recul}} \ll \hbar \Gamma$, il faut un grand nombre de cycles de fluorescence pour faire varier la vitesse de façon appréciable. On retrouve bien que le rapport $E_{\text{recul}}/\hbar \Gamma$ caractérise la "lenteur" des variables externes vis à vis des variables internes

③ Les divers temps caractéristiques du problème

IV-4

- A la limite perturbative ($\omega_1 \ll \Gamma$) considérée dans ce chapitre, l'évolution d'un atome donné au cours du temps a l'allure représentée sur la figure 3.

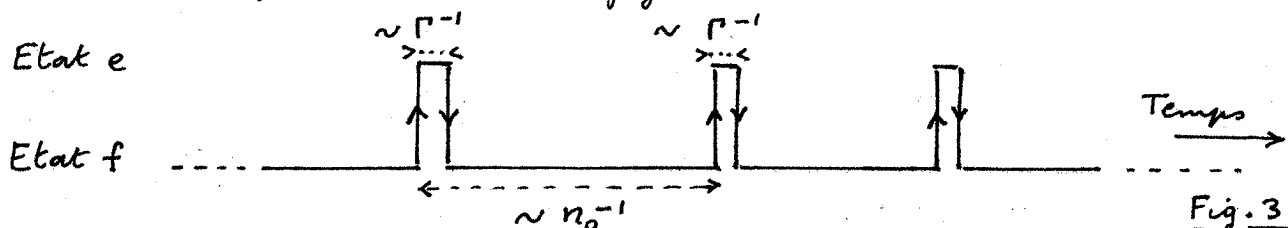


Fig. 3

L'atome est la plupart du temps dans l'état fondamental f. De temps en temps, avec une probabilité par unité de temps de l'ordre de n_0 , il monte dans l'état excité e, par absorption d'un photon, y reste un temps de l'ordre de Γ^{-1} , et redescend dans l'état fondamental par émission spontanée (l'émission induite est négligeable à la limite $\omega_1 \ll \Gamma$)

- 3 échelles de temps

$$\Gamma^{-1} \ll n_0^{-1} \ll \gamma^{-1} \quad (4.9)$$

Γ^{-1} : temps moyen que dure chaque cycle de fluorescence : absorption suivie d'émission spontanée

"Temps de collision" (résonnante) entre l'atome et le photon

n_0^{-1} : temps moyen entre 2 cycles de fluorescence successifs du même atome

"Temps entre collisions" grand devant le "temps de collision" ($\omega_1 \ll \Gamma$)

γ^{-1} : temps de "relaxation" de v long devant le temps entre collisions.

Il faut plusieurs collisions pour faire changer v de façon appréciable

- Analogie avec le mouvement brownien d'une particule lourde immergée dans un gaz de particules légères : la particule lourde subit des collisions très brèves, bien séparées dans le temps, et change très peu de vitesse au cours de chaque collision

Remarque

On ne peut parler de probabilité d'absorption d'un photon par unité de temps qu'à la limite $\omega_1 \ll \Gamma$ (ou avec une excitation en raie large). Pour une excitation monochromatique intense ($\omega_1 \gg \Gamma$), l'image de la figure 3 n'est plus valable. L'onde incidente induit une précession cohérente de l'atome entre f et e à la fréquence de Rabi ω_1 , qui est interrompue aléatoirement par des processus d'émission spontanée, séparés par un temps moyen de l'ordre de $2\Gamma^{-1}$ à la limite $\omega_1 \gg \Gamma$.

④ Distribution statistique du nombre de cycles de fluorescence se produisant pendant un intervalle de temps donné

- Soit δt un intervalle de temps tel que

$$\Gamma^{-1} \ll \delta t \ll \gamma^{-1} \quad (4.10)$$

Comme δt est petit devant γ^{-1} , il est légitime de négliger la variation de vitesse pendant δt .

Comme δt est grand devant Γ^{-1} on peut partager δt en un grand nombre

$$N = \delta t / \varepsilon \gg 1 \quad (4.11)$$

de petits intervalles de largeur ε de l'ordre de quelques Γ

- Les propriétés de la fluorescence de résonance à basse intensité ($\omega_i \ll \Gamma$) entraînent que IV-5

(i) La probabilité d'avoir plus d'un cycle de fluorescence dans un intervalle ε est négligeable ($\varepsilon \propto \Gamma^{-1} \ll n_0^{-1}$)

Soient P_+ , P_- , q les probabilités d'avoir respectivement 1 cycle induit par l'onde $+\vec{k}$, 1 cycle induit par l'onde $-\vec{k}$, 0 cycle dans l'intervalle ε . On a

$$P_+ = \varepsilon n_+, \quad P_- = \varepsilon n_-, \quad q = 1 - P_+ - P_- \quad (4.12)$$

(ii) les événements se produisant dans 2 intervalles différents sont indépendants.

- Calcul de la probabilité $P(N_+ = r, N_- = s; \delta t)$ d'avoir N_+ cycle $+\vec{k}$ et N_- cycles $-\vec{k}$ dans l'intervalle δt .

Il y a $C_N^r = N! / r! (N-r)!$ façons de choisir r intervalles ε parmi les N formant δt , $C_{N-r}^s = (N-r)! / s! (N-r-s)!$ façons de choisir s intervalles parmi les $N-r$ restants. La probabilité d'avoir un cycle $+\vec{k}$ dans r intervalles est $(P_+)^r$, un cycle $-\vec{k}$ dans s intervalles $(P_-)^s$, 0 cycle dans $(N-r-s)$ intervalles $q^{N-r-s} = (1 - P_+ - P_-)^{N-r-s}$

$$\hookrightarrow P(N_+ = r, N_- = s; \delta t) = \frac{N!}{r! s! (N-r-s)!} (P_+)^r (P_-)^s (1 - P_+ - P_-)^{N-r-s} \quad (4.13)$$

- Dans (4.13), $N \gg 1$ d'après (4.11); r et s sont de l'ordre de quelques unités. En utilisant la formule de Stirling, $N! \sim (N/e)^N \sqrt{2\pi N}$ pour $N \gg 1$, en prenant le Log. de (4.13), et en développant en puissances de r/N et s/N , on montre que $P(N_+, N_-; \delta t)$ est un produit de 2 lois de Poisson pour N_+ et N_- , ce qui montre que N_+ et N_- sont des variables aléatoires indépendantes, de valeurs moyennes et de variance

$$\overline{N_{\pm}} = n_{\pm} \delta t \quad (4.14)$$

$$\sigma^2(N_{\pm}) = \overline{N_{\pm}^2} - (\overline{N_{\pm}})^2 = \overline{N_{\pm}} = n_{\pm} \delta t \quad (4.15)$$

Ce résultat nous sera utile pour l'étude de la diffusion d'impulsion

Remarque A forte intensité ($\omega_i \gg \Gamma$), la démonstration précédente ne serait plus valable. Pour avoir au plus 1 processus d'émission ^{spontanée} dans un intervalle ε , il faut prendre $\varepsilon \ll \Gamma^{-1}$ puisque les émissions spontanées successives sont séparées par un temps moyen de l'ordre de Γ^{-1} (voir remarque à la fin du § 3 ci-dessus). On ne peut plus alors considérer comme indépendants les événements survenant dans 2 intervalles proches. En effet, il existe des corrélations temporelles entre les photons de fluorescence émis successivement par l'atome (dégrouement ou "antibunching"), et qui ont une "portée" temporelle de l'ordre de Γ^{-1} . En prenant $\varepsilon \gg \Gamma^{-1}$ comme nous l'avons fait plus haut, on peut négliger de telles corrélations. Mais ce n'est plus possible si $\varepsilon \ll \Gamma^{-1}$. Les corrections correspondantes à la statistique poissonnienne sont discutées dans les références 7, 8, 9 du chapitre II. On trouve bien que ces corrections sont négligeables à la limite $\omega_i \ll \Gamma$.

5) Diffusion de l'impulsion atomique

IV-6

a) Variation de l'impulsion atomique pendant un intervalle δt

- Soit $[t, t + \delta t]$ un intervalle de temps satisfaisant (4.10), c.à.d. court devant le temps de "relaxation" γ^{-1} , long devant le temps de "collision" ou de "corrélation" τ^{-1} .
- Soit $\delta \vec{p}(t)$ la variation de l'impulsion atomique au cours de cet intervalle. La conservation de l'impulsion globale du système atome + rayonnement permet d'écrire :

$$\delta \vec{p}(t) = \vec{p}(t + \delta t) - \vec{p}(t) = N_+ \hbar \vec{k} - \hbar \vec{k}'_1 - \dots - \hbar \vec{k}'_i - \dots - \hbar \vec{k}'_{N_+} \\ - N_- \hbar \vec{k} - \hbar \vec{k}''_1 - \dots - \hbar \vec{k}''_j - \dots - \hbar \vec{k}''_{N_-} \quad (4.16)$$

Le terme $N_+ \hbar \vec{k}$ ($-N_- \hbar \vec{k}$) représente l'impulsion gagnée par l'atome par absorption de N_+ (N_-) photons dans l'onde $+\vec{k}$ ($-\vec{k}$), transportant chacun une impulsion $+\hbar \vec{k}$ ($-\hbar \vec{k}$).

Le terme $-\hbar \vec{k}'_i$ ($-\hbar \vec{k}''_j$), avec $i=1, 2, \dots, N_+$ ($j=1, 2, \dots, N_-$), représente l'impulsion perdue par l'atome lors de l'émission spontanée d'un photon $\vec{k}'_i$ ($\vec{k}''_j$), suivant la i ème (j ème) absorption d'un photon dans l'onde $+\vec{k}$ ($-\vec{k}$).

- Dans l'équation (4.16), N_+ et N_- sont des variables aléatoires. Les directions d'émission des photons de fluorescence $\dots \vec{k}'_i \dots \vec{k}''_j \dots$ sont également des variables aléatoires. Il s'ensuit que la variation d'impulsion atomique $\delta \vec{p}(t)$ est également une variable aléatoire, dont nous allons calculer la valeur moyenne et les variances.

b) Valeur moyenne de la variation d'impulsion atomique

- Comme la probabilité d'émission spontanée d'un photon de fluorescence est la même dans 2 directions opposées, on a

$$\overline{\vec{k}'_i} = \overline{\vec{k}''_j} = \vec{0} \quad \forall i, j \quad (4.17)$$

On déduit alors de (4.19) et (4.12) que

$$\overline{\delta \vec{p}} = \overline{(N_+ - N_-)} \hbar \vec{k} = (n_+ - n_-) \delta t \hbar \vec{k} \quad (4.18)$$

Comme v reste constant dans l'intervalle δt ($\gamma \delta t \ll 1$), on retrouve alors pour la force moyenne $(\overline{\delta \vec{p}} / \delta t)$ le résultat (4.2).

c) Variance de la variation d'impulsion atomique. Tenseur de diffusion

- Calculons maintenant les variances des composantes de $\delta \vec{p}$

$$V_{\alpha\beta} = \overline{\delta p_\alpha(t) \delta p_\beta(t)} - \overline{\delta p_\alpha(t)} \overline{\delta p_\beta(t)} \quad (4.19) \\ \alpha, \beta = x, y, z$$

- Toutes les quantités ne faisant intervenir qu'un seul photon de fluorescence $\vec{k}'_i$ ou $\vec{k}''_j$ sont nulles en moyenne d'après (4.17)

Comme les directions d'émission spontanée de 2 photons de fluorescence différents sont des variables aléatoires indépendantes, toutes les quantités apparaissant dans (4.19), et faisant intervenir 2 photons de fluorescence différents, ont également une valeur moyenne nulle, toujours d'après (4.17)

On en déduit que le tenseur $V_{\alpha\beta}$ est diagonal

$$V_{\alpha\beta} = 0 \quad \text{si } \alpha \neq \beta$$

(4.20) IV-7

et que ses éléments diagonaux valent (rappelons que $\vec{k}$ est suivant Oz)

$$V_{33} = \hbar^2 k^2 \left[\overline{(N_+ - N_-)^2} - \overline{(N_+ - N_-)^2} \right] + \hbar^2 \left[\overline{\sum_i (\vec{e}_3 \cdot \vec{k}'_i)^2} + \overline{\sum_j (\vec{e}_3 \cdot \vec{k}''_j)^2} \right] \quad (4.21.a)$$

$$V_{xx} = \hbar^2 \left[\overline{\sum_i (\vec{e}_x \cdot \vec{k}'_i)^2} + \overline{\sum_j (\vec{e}_x \cdot \vec{k}''_j)^2} \right] \quad (4.21.b)$$

$$V_{yy} = \hbar^2 \left[\overline{\sum_i (\vec{e}_y \cdot \vec{k}'_i)^2} + \overline{\sum_j (\vec{e}_y \cdot \vec{k}''_j)^2} \right] \quad (4.21.c)$$

- La première ligne de (4.21.a) s'écrit encore

$$\hbar^2 k^2 \left[\overline{(N_+^2 - N_+^2)} + \overline{(N_-^2 - N_-^2)} - 2 \overline{(N_+ N_- - N_+ N_-)} \right] \quad (4.22)$$

D'après les résultats du § 4 ci-dessus, le dernier terme de (4.22) est nul (indépendance de N_+ et N_-), et la somme des deux premiers vaut, d'après (4.14) et (4.3) :

$$\hbar^2 k^2 (\overline{N_+} + \overline{N_-}) = \hbar^2 k^2 (n_+ + n_-) \delta t = 2 \hbar^2 k^2 n_0 \delta t \quad (4.23)$$

- La 2^{ème} ligne de (4.21.a), et (4.21.b), (4.21.c) valent respectivement

$$\hbar^2 k^2 (\overline{N_+} + \overline{N_-}) \overline{\cos^2 \theta} = 2 n_0 \hbar^2 k^2 \overline{\cos^2 \theta} \delta t \quad (4.24.a)$$

$$\hbar^2 k^2 (\overline{N_+} + \overline{N_-}) \overline{\sin^2 \theta \cos^2 \varphi} = 2 n_0 \hbar^2 k^2 \overline{\sin^2 \theta \cos^2 \varphi} \delta t \quad (4.24.b)$$

$$\hbar^2 k^2 (\overline{N_+} + \overline{N_-}) \overline{\sin^2 \theta \sin^2 \varphi} = 2 n_0 \hbar^2 k^2 \overline{\sin^2 \theta \sin^2 \varphi} \delta t \quad (4.24.c)$$

Ces termes représentent $2 n_0 \delta t$ fois la moyenne du carré des composantes z, x, y de l'impulsion d'un photon émis spontanément dans la direction d'angles polaires θ et φ . Ces moyennes dépendent du diagramme de rayonnement de l'émission spontanée. Pour une émission isotrope, les 3 moyennes angulaires de (4.24) sont égales à $1/3$. Pour un dipôle oscillant le long de Ox , elles valent $2/5, 1/5, 2/5$.

- En regroupant les résultats (4.23) et (4.24), on peut écrire

$$\boxed{\overline{\delta p_\alpha \delta p_\beta} - \overline{\delta p_\alpha} \overline{\delta p_\beta} = 2 D_{\alpha\beta} \delta t} \quad (4.25)$$

où $D_{\alpha\beta}$ est un tenseur de diffusion donné par

$$D_{\alpha\beta} = n_0 \hbar^2 k^2 \begin{pmatrix} 1 + \overline{\cos^2 \theta} & 0 & 0 \\ 0 & \overline{\sin^2 \theta \cos^2 \varphi} & 0 \\ 0 & 0 & \overline{\sin^2 \theta \sin^2 \varphi} \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

- En conclusion, l'analyse précédente montre qu'il y a 2 raisons physiques pour la diffusion de l'impulsion atomique :

- (i) les fluctuations de l'impulsion perdue par émission spontanée liés au caractère aléatoire de la direction d'émission
- (ii) les fluctuations de l'impulsion gagnée lors de l'absorption dues aux fluctuations de $N_+ - N_-$ autour de $\overline{N_+ - N_-}$. Ce mécanisme ne joue que dans la direction de l'onde incidente, c-à-d pour D_{33}

⑥ Variation de l'énergie cinétique pendant un intervalle δt | IV-8

Limites du refroidissement radiatif

- Variation de l'énergie cinétique E_{c3} le long de l'axe Oz du refroidissement [cf fig. 1] pendant un intervalle de temps δt satisfaisant (4.10)

$$\begin{aligned} \delta E_{c3} &= [P_3^2(t+\delta t) - P_3^2(t)] / 2M \\ &= \{ [\delta P_3(t)]^2 + 2P_3(t) \delta P_3(t) \} / 2M \end{aligned} \quad (4.27)$$

Dans (4.27), $\delta P_3(t) = P_3(t+\delta t) - P_3(t)$ est la variation de P_3 à partir d'une valeur fixée, $P_3(t)$, de P_3 . Effectuons la moyenne sur les cycles de fluorescence

$$\begin{aligned} \overline{\delta E_{c3}} &= \{ \overline{[\delta P_3(t)]^2} + 2P_3(t) \overline{\delta P_3(t)} \} / 2M \\ &= \{ 2D_{33} \delta t + \gamma^2 P_3^2(t) \delta t^2 - 2\gamma P_3^2(t) \delta t \} / 2M \end{aligned} \quad (4.28)$$

On a utilisé (4.25) et le fait que, d'après (4.18) et (4.2), $\overline{\delta P_3(t)} = -\gamma P_3(t) \delta t$. Le 2^{ème} terme de la 2^{ème} ligne de (4.28) est $\gamma \delta t$ fois plus petit que le 3^{ème} et peut donc être négligé, de sorte que

$$\frac{\overline{\delta E_{c3}}}{\delta t} = \frac{D_{33}}{M} - 2\gamma E_{c3} \quad (4.29)$$

- La vitesse de variation "à gros grains" (4.29) correspond à une énergie cinétique fixée à l'instant t . La moyenne est prise sur tous les cycles de fluorescence se produisant entre t et $t+\delta t$. Si l'on prend en plus une moyenne sur toutes les valeurs possibles $P_3(t)$ de P_3 à l'instant t [fonction de distribution de P_3], on obtient, par suite de la linéarité de (4.29) en E_{c3} , une équation analogue pour la vitesse de variation à gros grains de l'énergie cinétique moyenne $\langle E_{c3} \rangle$

$$\boxed{\frac{\delta}{\delta t} \langle E_{c3} \rangle = \frac{D_{33}}{M} - 2\gamma \langle E_{c3} \rangle} \quad (4.30)$$

Compétition entre 2 processus : refroidissement radiatif qui tend à diminuer $\langle E_{c3} \rangle$ (dernier terme de 4.30), échauffement dû à la diffusion d'impulsion (1^{er} terme). L'état d'équilibre correspond à

$$\boxed{\langle E_{c3} \rangle_{\text{eqn.}} = \frac{D_{33}}{2M\gamma}} \quad (4.31)$$

Si l'on définit une température effective T_3 le long de Oz par

$$\langle E_{c3} \rangle_{\text{eqn.}} = \frac{1}{2} k_B T_3 \quad (4.32)$$

on déduit (4.32), or des expressions (4.26) et (4.6) de D_{33} et γ

$$k_B T_3 = \frac{D_{33}}{M\gamma} = -\hbar \Gamma \frac{1 + \cos^2 \theta}{4} \frac{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}{\delta \Gamma} \quad (4.33)$$

qui est la plus basse possible pour $\delta = -\frac{\Gamma}{2}$ et vaut alors

$$\boxed{k_B T_3 = \hbar \Gamma \frac{1 + \cos^2 \theta}{4}} \quad (4.34)$$

Ainsi, c'est la longueur naturelle qui détermine la température ultime T_3

Application numérique. Pour Na, on trouve, en supposant un diagramme de rayonnement isotrope ($\cos^2 \theta = 1/3$), une température ultime égale à

$$T_3 = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ K} = 0,15 \text{ mK}$$

Remarques

IV-9

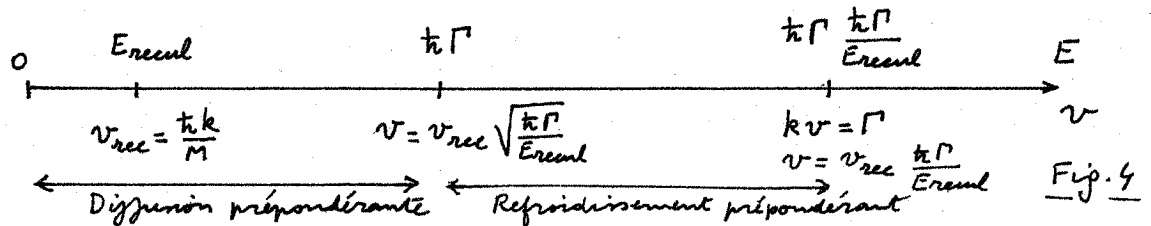
- (i) Si l'on effectue un refroidissement radiatif dans les 3 directions Ox, Oy, Oz , de manière à avoir le même γ dans les 3 directions, il faut ajouter au tenseur de diffusion (4.26) les tenseurs de diffusion associés aux 2 autres paires d'ondes le long de Ox et Oy . L'équation (4.30) est alors remplacée par

$$\frac{d}{dt} \langle E_c \rangle = \frac{D}{M} - 2\gamma \langle E_c \rangle \quad (4.35)$$

où E_c est l'énergie cinétique totale, $E_{cx} + E_{cy} + E_{cz}$ et où $D = D_{xx} + D_{yy} + D_{zz}$ est la trace du tenseur de diffusion. La température d'équilibre T est donnée par

$$\frac{3}{2} k_B T = \langle E_c \rangle_{eq.} = \frac{D}{2M\gamma} \quad (4.36)$$

- (ii) La figure 4 récapitule quelques énergies importantes et les vitesses correspondantes (la figure n'est pas à l'échelle)



- E_{recul} est l'énergie cinétique de recul correspondant à $v_{recul} = h k / M$
- $h\Gamma$ est l'énergie d'équilibre résultant de la compétition entre diffusion et refroidissement (le 1^{er} processus l'emporte pour $E < h\Gamma$, le 2^{ème} pour $E > h\Gamma$). La vitesse correspondant à l'énergie $h\Gamma$ est plus grande que v_{recul} par un facteur $\sqrt{h\Gamma/E_{recul}} \gg 1$
- Nous avons enfin porté sur la figure 4, la vitesse v telle que l'effet Doppler correspondant, kv , est de l'ordre de Γ , et qui est par suite égale à $v_{recul} \frac{h\Gamma}{E_{recul}}$, soit encore $\sqrt{\frac{h\Gamma}{E_{recul}}}$ fois plus grande que la vitesse correspondant à $h\Gamma$. v doit être inférieure à cette valeur pour qu'on soit dans la plage linéaire de la figure 2 [pour $\delta = -\frac{\Gamma}{2}$] et pour que, par suite, la force de friction soit linéaire en v . L'énergie correspondante est $h\Gamma (h\Gamma/E_{recul}) \gg h\Gamma$

RÉFÉRENCES

- (1) A. Kastler, J. Phys. Rad. 11, 255 (1950)
- (2) A. Abragam et M. Goldman, "Nuclear Magnetism: order and disorder" Clarendon press, Oxford 1982 Chapitre 6 et références in à "l'effet solide" (1958)
- (3) T.W. Hansch, A.L. Schawlow, Optics Commun. 13, 68 (1975)
- (4) V.S. Letokhov, V.G. Minogin, B.D. Pavlik, Optics Commun. 19, 72 (1976)
- (5) D.J. Wineland, H. Dehmelt, Bull. Am. Phys. Soc. 20, 637 (1975)
- (6) H.G. Dehmelt, Nature 262, 777 (1976)
- (7) D.J. Wineland, W.M. Itano, Phys. Rev. A20, 1521 (1979)
- (8) D.J. Wineland, R.E. Drullinger, F.L. Walls, Phys. Rev. Lett. 40, 1639 (1978)
- (9) W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. Toschek, H. Dehmelt
Phys. Rev. Lett. 41, 233 (1978)
Phys. Rev. A22, 1137 (1980)