

RÉSUMÉ DU COURS 1989-90

Le cours de l'année 1989-90 a poursuivi l'étude, entreprise au cours de l'année antérieure, de problèmes liés aux "cohérences quantiques" et à la dissipation. Il a porté plus particulièrement sur le rôle joué par les cohérences quantiques dans l'opération de mesure et sur la destruction de ces cohérences par couplage dissipatif avec un environnement.

Modèles simples d'opérations de mesure idéales

Après un bref rappel des résultats essentiels établis au cours de l'année antérieure, on commence par introduire un modèle très schématique d'opération de mesure idéale, le modèle de Von Neumann. Sous l'effet de l'interaction entre le système mesuré S et l'appareil de mesure M , des corrélations apparaissent entre S et M . Chaque état $|u_n\rangle$ de S se retrouve corrélé avec un état $|\Phi_n\rangle$ de M . De manière plus précise, si l'état initial de $S + M$ est $|u_n\rangle \otimes |\Phi\rangle$, le système global se retrouve après interaction dans l'état $|u_n\rangle \otimes |\Phi_n\rangle$. De plus, on suppose qu'à deux états orthogonaux $|u_n\rangle$ et $|u_m\rangle$ de S sont associés deux états orthogonaux $|\Phi_n\rangle$ et $|\Phi_m\rangle$ de M , de sorte que les corrélations entre S et M sont parfaites : la connaissance de l'état final de M détermine sans ambiguïté l'état initial de S .

Supposons alors que le système mesuré S possède initialement des cohérences quantiques, c'est à dire que son état initial soit une

superposition linéaire $\sum_n c_n |u_n\rangle$ des états orthogonaux $|u_n\rangle$. La

linéarité de l'équation de Schrödinger, qui régit l'évolution du système global $S + M$, entraîne dans ce cas que $S + M$, partant de l'état initial

$(\sum_n c_n |u_n\rangle) \otimes |\Phi\rangle$, doit aboutir dans l'état final $\sum_n c_n |u_n\rangle \otimes |\Phi_n\rangle$.

Un tel état final, qui est une superposition linéaire de produits d'états orthogonaux de S et M , ne peut plus être factorisé sous forme d'un produit d'un état de S par un état de M . On voit apparaître là des "corrélations quantiques non séparables" entre S et M qui constituent l'une des difficultés essentielles rencontrées dans la description quantique de l'opération de mesure.

Avant de passer à une étude plus détaillée de ces difficultés, l'analyse précédente est généralisée au cas où deux mesures idéales successives sont effectuées sur S au moyen de deux appareils de mesure différents M_A et M_B . Une telle étude permet en effet de préciser simplement le statut des divers postulats de la mécanique quantique sur la mesure, postulats qui sont généralement classés en deux catégories, les postulats sur les divers résultats possibles de la mesure et leurs probabilités respectives (postulats de type I), et ceux décrivant l'état du système observé après une mesure qui a donné un certain résultat (postulat de type II, appelé encore postulat de "réduction du paquet d'ondes"). On montre que le fait d'inclure dans l'analyse les appareils de mesure M_A et M_B permet de déduire le postulat II des postulats I. La détermination de l'état final de $S + M_A + M_B$ dans le cadre du modèle de Von Neumann permet en effet de calculer, à partir des seuls postulats I, la probabilité d'observer les résultats a_n sur M_A et b_p sur M_B . On trouve alors que cette probabilité est identique à celle obtenue en considérant l'état du seul système S et en lui appliquant les postulats I et II. Enfin, on montre que si la mesure de M_A n'est pas lue (après l'interaction $S - M_A$), toutes les observations ultérieures faites sur S , au moyen d'appareils de mesure M_B différents de M_A , ne sont plus sensibles aux corrélations quantiques non séparables apparues entre S et M_A à l'issue de leur interaction. Pour toute cette classe restreinte d'observations ne faisant plus intervenir M_A , on peut alors remplacer l'état final $\sum_n c_n |u_n\rangle \otimes |\Phi_n^A\rangle$ de $S + M_A$ par un mélange statistique des états $|u_n\rangle$ avec des poids $|c_n|^2$, ne faisant plus intervenir que S . Il n'en est plus de même bien sûr si S interagit une nouvelle fois avec M_A .

Interférences quantiques et observation

Le fait que les corrélations quantiques non séparables apparues entre S et M_A à l'issue d'une première interaction ne peuvent plus être ignorées si S et M_A interagissent de nouveau est illustré au moyen d'un modèle très simple, le modèle de Bell-Nauenberg. On montre sur ce modèle que si S et M_A interagissent plusieurs fois, des effets d'interférence

quantiques apparaissent entre toutes les amplitudes associées aux divers "chemins" suivis par $S + M_A$ au cours de cette série d'interactions.

Un autre exemple important est analysé en détail, celui de l'interferomètre de Stern et Gerlach. Dans ce dispositif, envisagé pour la première fois par Wigner et Bohm, un atome de spin $1/2$, initialement dans une superposition linéaire des états propres $| + \rangle$ et $| - \rangle$ de la composante S_z du spin, traverse successivement deux appareils de Stern et Gerlach dont les gradients de champ magnétique sont tous deux parallèles à Oz et de sens opposés. Le paquet d'ondes incident se sépare, lors de la traversée du premier appareil, en deux paquets d'ondes qui se recombinent ensuite lors de la traversée du second appareil pour former à nouveau un seul paquet d'ondes. On montre que les corrélations quantiques apparues après la première interaction entre le spin de l'atome et sa position sont essentielles pour comprendre l'évolution de l'atome dans le deuxième appareil, et en particulier le fait que l'état final du paquet d'ondes sortant soit une superposition linéaire des états $| + \rangle$ et $| - \rangle$, et non plus un mélange statistique de ces deux états. La discussion se poursuit par l'analyse de plusieurs variantes de cette expérience, proposées récemment par Scully, Englert et Schwinger, et consistant à introduire dans un bras de l'interferomètre des dispositifs destinés à déterminer si l'atome est passé ou non dans ce bras. Ces dispositifs consistent en deux cavités microondes placées en série et basculant chacune le spin qui les traverse de $| + \rangle$ à $| - \rangle$ ou de $| - \rangle$ à $| + \rangle$. L'examen de l'état final du champ dans les cavités doit alors permettre de déterminer si le spin est passé ou non à travers elles. On montre que les cohérences quantiques entre les états $| + \rangle$ et $| - \rangle$ du spin de l'atome sortant de l'interferomètre ne disparaissent que si l'état final du champ dans la cavité après traversée du spin est orthogonal à l'état initial du même champ. En d'autres termes, pour que les cohérences quantiques disparaissent complètement, il faut que les deux chemins possibles de l'atome dans l'interferomètre soient corrélés avec deux états orthogonaux du champ dans les cavités. Il en est ainsi quand le champ initial dans les cavités contient un nombre bien défini de photons (état de Fock). Par contre, si l'état initial du champ est un état cohérent, l'état final du champ est également un état cohérent, proportionnel au précédent, et les cohérences entre $| + \rangle$ et $| - \rangle$ subsistent.

Les difficultés d'une théorie quantique de la mesure

Une première difficulté, qui est liée à l'apparition de corrélations quantiques non séparables entre S et M à l'issue de la mesure, est que ces corrélations peuvent se manifester sur plusieurs paires d'observables corrélées de S et M , ne commutant pas entre elles. Le vecteur d'état final de $S+M$ peut en effet être développé sur plusieurs bases différentes de S , correspondant à des observables différentes A, B, \dots . Chacun des vecteurs propres de A, B, \dots peut apparaître alors comme étant corrélé à des états différents de M , et ceci introduit une ambiguïté sur la grandeur A, B, \dots de S qui est mesurée par M .

Une autre difficulté concerne la différence de nature entre l'évolution unitaire de $S+M$ pendant l'interaction $S-M$ et le caractère aléatoire du résultat de mesure observé, résultat pour lequel les postulats sur la mesure ne donnent que des probabilités. On peut certes, pour essayer de décrire la "lecture" du résultat enregistré par M , introduire un autre système N qui interagit avec M , mais ceci ne fait que déplacer le problème, car il faudra ensuite déterminer quel résultat sera fourni par N ("chaîne infinie" de Von Neumann).

Mentionnons enfin que, si S est initialement dans une superposition linéaire d'états, des cohérences quantiques entre états macroscopiquement différents de $S+M$ doivent apparaître à l'issue de l'interaction. Or, de telles situations ne correspondent pas à notre expérience courante des phénomènes macroscopiques. Il faut donc comprendre pourquoi ces cohérences quantiques macroscopiques ne se manifestent pas davantage.

La théorie de Zurek- Règles de supersélection induites par l'environnement

Pour résoudre une partie des difficultés précédentes, une possibilité, explorée par Zurek, consiste à faire intervenir le couplage nécessairement présent de l'appareil de mesure M avec son environnement E qui possède un très grand nombre de degrés de liberté. Cet environnement E peut d'ailleurs être lui même constitué par les nombreux degrés de liberté de l'appareil de mesure qui ne sont pas directement couplés à S , les degrés de liberté (en petit nombre) directement couplés à S constituant ce que nous appelons ici M .

Un premier résultat important de cette théorie est que le couplage M-E privilégie une base particulière de M, la base des états $|\Phi_n\rangle$ de M dans laquelle l'hamiltonien d'interaction M-E est diagonal. Ce couplage M-E laisse intactes les corrélations apparues, lors de l'interaction S-M, entre les états $|\Phi_n\rangle$ de M et les états $|u_n\rangle$ de S, car il n'agit pas sur S et ne change pas par définition les probabilités d'occupation des états $|\Phi_n\rangle$. Il n'en est plus de même pour toute autre base d'états $|\psi_p\rangle$ de M corrélés avec des états $|v_p\rangle$ de S, car l'interaction M-E, non diagonale dans la base $|\psi_p\rangle$, brouille les corrélations quantiques entre $|v_p\rangle$ et $|\psi_p\rangle$ apparues lors de l'interaction S-M. L'ambiguïté concernant l'observable de S qui est mesurée par M est donc levée. C'est l'observable dont les vecteurs propres $|u_n\rangle$ sont corrélés avec les états $|\Phi_n\rangle$ de la base de M qui est privilégiée par le couplage de M avec son environnement E.

Une autre conséquence du couplage M-E est d'atténuer les difficultés liées aux cohérences quantiques apparues entre les états $|u_n\rangle \otimes |\Phi_n\rangle$ de S+M. Chacun de ces états se retrouve en effet corrélé avec un état $|\omega_n\rangle$ de E. Si l'on ne s'intéresse pas aux corrélations entre S+M et E (qui seraient d'ailleurs très difficiles à mettre en évidence, compte tenu du très grand nombre de degrés de liberté de E), on peut prendre la trace sur E de l'opérateur densité de S+M+E. Cette opération de trace partielle fait disparaître les cohérences quantiques entre états $|u_n\rangle \otimes |\Phi_n\rangle$ à cause de l'orthogonalité des états $|\omega_n\rangle$. Pour cette classe restreinte d'observations ne faisant plus intervenir E, il est donc légitime de remplacer la superposition linéaire d'états de S+M apparue après la mesure par un mélange statistique de ces mêmes états.

Tous les résultats précédents sont établis sur des exemples de complexité croissante. Une théorie plus élaborée, développée récemment par Endo, est également présentée, car elle permet d'établir un lien entre la théorie de la mesure et la théorie de l'élargissement homogène et inhomogène des raies spectrales. Enfin, le contenu physique des résultats obtenus est discuté en détail, en particulier la signification des règles de supersélection induites par l'environnement.

Dynamique des corrélations quantiques

L'étude précédente suggère tout naturellement la question suivante : si deux systèmes S_1 et S_2 sont initialement non corrélés, c'est à dire si le

vecteur d'état de $S_1 + S_2$ est le produit d'un état de S_1 par un état de S_2 , et si les deux systèmes interagissent à partir de $t=0$, à quelle vitesse vont apparaître les corrélations quantiques non séparables entre S_1 et S_2 ? Comment ces vitesses vont-elles dépendre des états initiaux de $S_1 + S_2$?

Après avoir défini la forme canonique de Schmidt pour le vecteur d'état d'un ensemble de deux systèmes dans un état pur, on établit une expression perturbative donnant la vitesse d'apparition des corrélations quantiques entre deux systèmes S_1 et S_2 , en fonction d'éléments de matrice de l'hamiltonien d'interaction et de projecteurs sur les états initiaux de S_1 et S_2 . Les résultats obtenus sont appliqués à plusieurs situations importantes, en particulier celle où S_1 est un atome à deux niveaux et S_2 le champ de rayonnement. On montre que si le champ contient un nombre bien défini de photons (état de Fock), les corrélations quantiques apparaissent très vite entre l'atome et le champ. Par contre, si le champ est dans un état cohérent, et si l'émission spontanée est négligeable, le vecteur d'état du système global reste toujours factorisé. Dans ce cas, les corrélations quantiques n'apparaissent plus entre l'atome et le champ, ce qui justifie les traitements semiclassiques des interactions matière-rayonnement, où l'effet du champ est traité comme une perturbation extérieure dépendant du temps, et où l'atome reste décrit à tout instant par un vecteur d'état.

Comportement classique induit par l'environnement

Pour montrer que la mécanique quantique peut rendre compte des comportements classiques observés sur de nombreux systèmes, on invoque en général le théorème d'Ehrenfest qui établit que le mouvement du centre d'un paquet d'ondes obéit aux lois de la mécanique classique si la largeur du paquet d'ondes est petite devant les distances caractéristiques du potentiel dans lequel se meut la particule. Un autre argument souvent avancé pour expliquer l'absence d'oscillations de Rabi entre les états droit et gauche d'une grosse molécule chirale est que l'effet tunnel entre ces deux positions devient astronomiquement long pour de grosses molécules.

Les arguments précédents ne sont pas entièrement convaincants. Ils ne précisent pas par exemple pourquoi l'étalement du paquet d'ondes d'une particule macroscopique peut être ignoré même aux temps très longs. Ni pourquoi l'oscillation de Rabi entre les positions droite et gauche d'une molécule chirale n'est pas observé même sur des molécules de taille

intermédiaire où les temps d'effet tunnel restent raisonnablement courts. Enfin, ces arguments ne prennent pas en compte l'interaction avec l'environnement. La notion de système isolé a-t-elle vraiment un sens pour un système macroscopique?

Le cours se poursuit par une analyse de ces divers problèmes. Il expose des idées récemment développées par Zeh et Joos, soulignant l'importance de l'interaction avec l'environnement pour l'émergence des propriétés classiques d'un système. Le lien avec l'approche de Zurek au problème de la mesure est très étroit. L'interaction de l'environnement avec un système macroscopique privilégie une base de ce système. Dans cette base, les cohérences quantiques sont très rapidement détruites et le système apparaît alors comme classique. On peut dire en quelque sorte que dans cette base, le système est "mesuré" en permanence par l'environnement. Ainsi, l'ambition d'une telle approche est de montrer que le comportement classique n'est pas une propriété intrinsèque d'un système physique, mais est plutôt déterminée par l'interaction avec l'environnement.

Pour illustrer ces idées, on commence par considérer un système ayant un spectre continu, une particule P_1 se déplaçant dans l'espace et interagissant avec une autre particule P_2 par un potentiel dépendant de la distance. Comme l'interaction dépend de la distance, la base privilégiée est celle de la position. On montre effectivement que, pour des particules macroscopiques comme des grains de poussière, les interactions électromagnétiques ou gravitationnelles entre P_1 et P_2 font apparaître très rapidement des corrélations quantiques non séparables entre les deux particules et détruisent donc très rapidement leurs cohérences spatiales. Le cas où la particule macroscopique P_1 subit des collisions répétées avec un gaz d'autres particules plus légères ou des photons est également examiné. On montre que, même dans le vide interstellaire, l'interaction avec le rayonnement à 3°K est suffisante pour détruire les cohérences spatiales de P_1 . Le problème de l'étalement du paquet d'ondes est également abordé. L'effet des collisions l'emporte sur un tel processus et empêche toute cohérence spatiale d'apparaître, même aux temps très longs. Il apparaît ainsi clairement que c'est l'interaction avec l'environnement qui explique la localisation spatiale des objets macroscopiques.

On aborde ensuite le problème des molécules chirales, qui peuvent être schématiquement assimilées à des systèmes à deux états. A basse température, les collisions avec un environnement de particules ou de photons n'ont pas l'énergie suffisante pour faire franchir aux molécules la barrière de potentiel séparant les configurations des deux isomères optiques. On montre cependant que ces collisions, sensibles à la conformation de la molécule, détruisent très rapidement les cohérences spatiales de la molécule entre les états droit et gauche. En quelque sorte, l'environnement "mesure" en permanence la conformation de la molécule. Le point important qui ressort de cette étude est que l'effet tunnel est inhibé par cette destruction collisionnelle des cohérences spatiales. L'oscillation de Rabi entre les deux états droit et gauche est remplacée par des transitions incohérentes entre les deux états, transitions dont la probabilité devient de plus en plus faible au fur et à mesure que la fréquence des collisions croît. Le lien avec "l'effet Zénon" quantique est souligné: l'environnement, en mesurant de plus en plus fréquemment la forme de la molécule, empêche cette dernière d'évoluer et la fige dans une position droite ou gauche. L'effet de l'environnement permet ainsi d'expliquer la stabilité des isomères optiques des grosses molécules.

Mesure, information et entropie

Le cours se termine par des considérations sur l'information gagnée ou perdue lors d'une mesure. Après des brefs rappels sur l'entropie statistique associée à un état quantique et sur les propriétés de cette grandeur qui caractérise l'information manquante sur le système, on montre que plusieurs entropies peuvent être introduites à propos d'une mesure idéale: l'entropie de l'état final du système après une mesure non lue de l'observable mesurée; l'entropie du système après une mesure lue ayant donné un certain résultat; l'entropie moyenne après un résultat lu; enfin, l'entropie statistique associée à la distribution de probabilité des résultats de mesure. Le lien entre ces diverses entropies est analysé en termes d'additivité de l'information. On montre alors que la séparation de S et M après une mesure non lue augmente l'entropie de S, l'information perdue correspondant aux corrélations quantiques non séparables entre S et M auxquelles on renonce en ne s'intéressant plus qu'au seul système S. Par contre, si le résultat de mesure est lu, l'information moyenne gagnée par cette lecture l'emporte sur la perte d'information associée au renoncement aux corrélations quantiques non séparables entre S et M.

Introduction générale1. Thème choisi

Refroidissement laser - Nouveaux mécanismes et nouvelles limites.

Il s'agit de passer en revue un certain nombre de développements très récents (et donc non abordés dans les cours 1982-83 et 1983-84), qui ont permis d'améliorer par plusieurs ordres de grandeurs les performances du refroidissement laser d'atomes neutres.

L'accent sera mis sur les processus fondamentaux et les mécanismes physiques. Les nouvelles limites que ces développements récents permettent d'envisager seront également discutées.

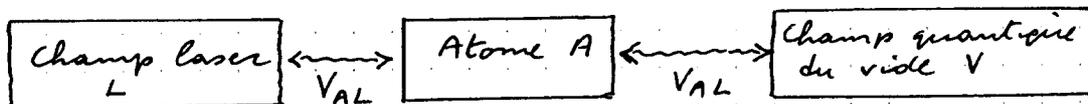
2. Systèmes en interaction

Fig. 1

Atome A

- 2 niveaux e et g , comportant chacun plusieurs sous-niveaux $g_m, g_m' \dots e_m, e_m' \dots$ dégénérés en énergie

$$E_e - E_g = \hbar \omega_A \quad (1.1)$$

ω_A : Fréquence atomique

- Les nouveaux mécanismes mettent tous en jeu des phénomènes physiques liés à l'existence de plusieurs sous-niveaux g_m dans l'état inférieur g (pompage optique, levée de dégénérescence dans l'état g par déplacements lumineux, piégeage cohérent...). Il est donc crucial de tenir compte du fait que g est dégénéré en énergie.

- \vec{R}, \vec{P} : Position et impulsions du centre de masse (degrés de liberté externes ou de translation)
 \vec{d} : Moment dipolaire électrique (degrés de liberté internes)

Champ laser L

- Si l'état initial du champ laser est un état cohérent, il est légitime de décrire ce champ comme un champ externe représenté par une fonction classique de t [voir Ref. 1 et Ref. 2, exercice 17]

$$\vec{E}_L(\vec{r}, t) = \vec{e}(\vec{r}) \mathcal{E}(\vec{r}) \cos[\omega_L t + \phi(\vec{r})] \quad (1.2)$$

\vec{e} : polarisation, \mathcal{E} : amplitude, ω_L : fréquence, ϕ : phase du champ laser

- Couplage V_{AL} : responsable des processus d'absorption et d'émission induite

Champ quantique du vide V (Ensemble de tous les modes du champ dans l'état vide $|0\rangle$)

- Couplage V_{AV} : responsable des processus d'émission spontanée
 - V apparaît comme un grand réservoir introduisant de la dissipation et des fluctuations dans l'évolution de A .

3 - Temps caractéristiques - Fréquences caractéristique

Temps de corrélation des fluctuations du vide : τ_c

- Temps le plus court du problème, apparaissant comme étant la largeur de la fonction de corrélation $\langle 0 | \vec{E}(\vec{r}, t) \cdot \vec{E}(\vec{r}, t+\tau) | 0 \rangle$, où \vec{E} est l'opérateur champ électrique et $|0\rangle$ l'état vide.
- Au voisinage de ω_A , la densité spectrale $J(\omega)$ des fluctuations du vide varie sur un intervalle de fréquence caractéristique de l'ordre de ω_A ($J(\omega) \sim \omega^3$), de sorte que

$$\tau_c \lesssim \frac{1}{\omega_A} \tag{1.3}$$

Durée de vie radiative de e : τ_R

- $\tau_R = \frac{1}{\Gamma}$ (1.4)
- Γ = Probabilité globale d'émission spontanée d'un photon par unité de temps
= Largeur naturelle de e

$$\Gamma \ll \omega_A \implies \tau_R \gg \tau_c \tag{1.5}$$

L'effet de l'émission spontanée sur l'évolution de l'atome peut toujours être décrit par une "équation pilote"
(Temps de relaxation \gg Temps de corrélation)

Fréquence de Rabi: Ω_1

- Caractérise le couplage atome - champ laser : $\hbar\Omega_1 \sim |\text{deg } \vec{E}|$
- Si $\Omega_1 \gg \Gamma$ et si le laser est résonnant ($\omega_L = \omega_A$), l'atome effectue des "oscillations de Rabi" à la fréquence Ω_1 entre e et g. Il passe la moitié de son temps dans chaque niveau ($\sigma_{ee} = \frac{1}{2}$)
- \hookrightarrow Temps d'émission spontanée $\Gamma \sigma_{ee} \approx \Gamma \frac{1}{2}$
- \hookrightarrow Temps moyen entre 2 cycles absorption - émission spontanée (cycles de fluorescence) = $2/\Gamma = 2\tau_R$.

Temps de pompage optique τ_p et déplacement lumineux $\hbar\delta'$

- On se limite aux faibles intensités et on considère le cas très simple d'une transition $J_g = 1/2 \leftrightarrow J_e = 1/2$, la polarisation du laser étant σ^+ . La seule transition excitée par le laser est alors la transition $g_{-1/2} \rightarrow e_{+1/2}$ ($\Delta M = +1$), les rapports de branchement des retombées par émission spontanée vers $g_{-1/2}$ et $g_{+1/2}$ étant $2/3$ et $1/3$.

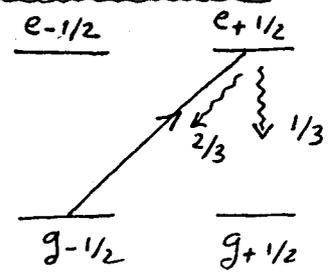


Fig. 2

- Calcul simple, par une méthode d'hamiltonien effectif, de l'amplitude $\langle g_{-1/2} | U(t) | g_{-1/2} \rangle$ de rester dans l'état $g_{-1/2}$ après un temps t

Les 2 états $g_{-1/2}, N$ (atome dans $g_{-1/2}$ avec N photons lasers) et $e_{+1/2}, N-1$ (atome dans $e_{+1/2}$ avec N-1 photons lasers) sont séparés par $\hbar\delta$ où

$$\delta = \omega_L - \omega_A \tag{1.6}$$

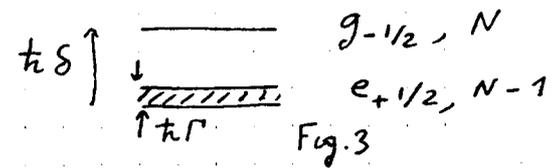


Fig. 3

est le désaccord entre la fréquence laser et la fréquence atomique. $e_{+1/2}, N$ a une largeur naturelle Γ , qu'on peut décrire en ajoutant un terme imaginaire $-i\hbar\Gamma/2$ à l'énergie de $e_{+1/2}, N$. Enfin, ces 2 états

sont couplés par VAL

$$\langle e_{+1/2, N-1} | VAL | g_{-1/2, N} \rangle = \hbar \Omega_1 / 2 \quad (1.7)$$

On peut alors montrer que, à l'intérieur de la multiplicité $\{ |e_{+1/2, N-1}\rangle, |g_{-1/2, N}\rangle \}$, l'évolution temporelle peut être décrite par l'hamiltonien effectif non hermitique [voir Ref. 2, chap III]

$$H_{eff} = \hbar \begin{pmatrix} \delta & \Omega_1 / 2 \\ \Omega_1 / 2 & -i\Gamma / 2 \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

de sorte que, à faible intensité, l'amplitude de rester dans l'état $|g_{-1/2, N}\rangle$ après un temps t peut s'écrire

$$\langle g_{-1/2, N} | U(t) | g_{-1/2, N} \rangle = e^{-iE_1 t / \hbar} \quad (1.9)$$

où E_1 est la valeur propre de (1.8) tendant vers $\hbar \delta_L$ quand $\Omega_1 \rightarrow 0$

Un calcul perturbatif de E_1 donne

$$\hbar E_1 = \frac{(\hbar \Omega_1 / 2)^2}{\hbar (\delta + i\Gamma / 2)} = \hbar \left(\delta' - i \frac{\gamma'}{2} \right) \quad (1.10)$$

où
$$\gamma' = \Gamma s_0 / 2 \quad \delta' = \delta s_0 / 2 \quad (1.11)$$

avec
$$s_0 = \frac{\Omega_1^2}{\delta^2 + (\Gamma^2 / 4)} \quad (1.12)$$

s_0 est le paramètre de saturation. L'équation (1.9) donne alors

$$\langle g_{-1/2, N} | U(t) | g_{-1/2, N} \rangle = e^{-\gamma' t / 2} e^{-i\delta' t} \quad (1.13)$$

- Interprétation physique

• γ' est la probabilité par unité de temps de quitter $g_{-1/2, N}$ Proportionnelle à Ω_1^2 , donc à l'intensité laser I_L .

• Comme la retombe vers $g_{+1/2}$ est 2 fois moins probable que vers $g_{-1/2}$, le taux de pompage optique $g_{-1/2} \rightarrow +1/2$ vaut

$$\gamma_{-1/2 \rightarrow +1/2} = \gamma' / 3 \quad (1.14)$$

et le temps de pompage optique τ_p de $g_{-1/2}$ vers $g_{+1/2}$ vaut

$$\tau_p = \frac{3}{\gamma'} = \frac{6}{\Gamma s_0} = \frac{6 \tau_R}{s_0} \quad (1.15)$$

À faible intensité ($s_0 \ll 1$), il apparaît donc, en plus de τ_R , un autre temps interne τ_p , beaucoup plus long que τ_R .

• $\hbar \delta'$ est un déplacement lumineux de $g_{-1/2}$, ayant le même signe que δ , proportionnel à Ω_1^2 , donc à I_L

Comme $g_{+1/2}$ n'est pas déplacé, la dégénérescence entre $g_{-1/2}$ et $g_{+1/2}$ est levée par l'interaction avec le laser.

Comme $|\delta'| / \gamma' = |\delta| / \Gamma$, le déplacement lumineux est beaucoup plus grand que l'élargissement lumineux à la limite des grands désaccords ($|\delta| \gg \Gamma$).

Remarque importante. Pour un atome à 2 niveaux, apparaît-il un temps interne beaucoup plus long que τ_R à la limite des faibles I_L ?

- Il est clair qu'à faible I_L , le taux d'absorption γ' d'un photon incident doit décroître avec I_L , de sorte que le temps moyen $1/\gamma'$ séparant 2 cycles de fluorescence doit devenir de plus en plus long quand $I_L \searrow$. Mais cela ne veut pas dire que ces constantes de temps longues apparaissent dans l'évolution des variables internes.

- On peut montrer qu'à faible I_L , l'évolution de la matrice

densité atomique réduite (obtenue après trace partielle sur les variables de champ et les variables externes) est donné par

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_{gg} = -\gamma' \sigma_{gg} + (\Gamma + \gamma') \sigma_{ee} & (1.16.a) \\ \dot{\sigma}_{ee} = -(\Gamma + \gamma') \sigma_{ee} + \gamma' \sigma_{gg} & (1.16.b) \\ \dot{\sigma}_{eg} = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\omega_A\right) \sigma_{eg} \quad \dot{\sigma}_{ge} = -\left(\frac{\Gamma}{2} - i\omega_A\right) \sigma_{ge} & (1.16.c) \end{cases}$$

où γ' est un taux d'absorption (ou d'émission induite) donné par une expression analogue à (1.11). Les déplacements lumineux de g et e ont été réinclus dans ω_A . Il apparaît bien sur (1.16) que aucune variable interne n'évolue avec la constante de temps longue $1/\gamma'$. Ceci est évident pour σ_{eg} et σ_{ge} . Pour la différence de population $\sigma_{ee} - \sigma_{gg}$, on déduit de (1.16.a) et (1.16.b) et de la condition de normalisation de σ ($\sigma_{ee} + \sigma_{gg} = 1$), que

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ee} - \dot{\sigma}_{gg} &= -2(\Gamma + \gamma') \sigma_{ee} + 2\gamma' \sigma_{gg} \\ &= -(\Gamma + 2\gamma') (\sigma_{ee} - \sigma_{gg}) - \Gamma \end{aligned} \quad (1.17)$$

ce qui montre que $\sigma_{ee} - \sigma_{gg}$ évolue avec la constante de temps courte $1/(\Gamma + 2\gamma')$.

- Pour un atome à 2 niveaux, aucune variable atomique interne n'évolue lors avec une constante de temps longue $1/\gamma'$. C'est uniquement quand l'atome a plusieurs sous-niveaux g_m dans g que des constantes de temps longues apparaissent dans l'évolution des variables internes. Par exemple, la différence de population entre $g_{+1/2}$ et $g_{-1/2}$ (voir Fig. 2) évolue avec une constante de temps $\tau_p = 3/\gamma'$.

Temps caractéristique T_{ext} d'évolution de la vitesse du centre de masse

- Exemple simple d'un atome dans une onde plane. Chaque cycle de fluorescence communique en moyenne une impulsion $\hbar k$ à l'atome. Comme il y a au plus $\Gamma/2$ tels cycles par seconde, la force moyenne maximum subie par l'atome est de l'ordre de

$$F_{max} = \hbar k \frac{\Gamma}{2} \quad (1.18)$$

Sous l'effet de F_{max} , l'atome est accéléré et sa vitesse croît (ou décroît) jusqu'à ce que la variation correspondante d'effet Doppler fasse sortir l'atome de résonance. On obtient donc le temps caractéristique d'évolution de v , T_{ext} , en écrivant

$$\begin{cases} \Delta v = \frac{F_{max}}{m} \Delta t = \frac{F_{max}}{m} T_{ext} = \frac{\hbar k \Gamma}{2m} T_{ext} & (1.19.a) \\ k \Delta v = \Gamma & (1.19.b) \end{cases}$$

En éliminant Δv entre ces 2 équations, on obtient

$$T_{ext} \sim \frac{\hbar}{E_R} \quad \text{avec} \quad E_R = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \text{Energie de recul} \quad (1.20)$$

- Pour la plupart des transitions atomiques $\hbar \Gamma \gg E_R$ (1.21)

Par exemple, pour Na, $\hbar \Gamma = 500 E_R$.

- Pour 1 atome à 2 niveaux, il y a un seul temps interne $T_{int} = \tau_R = \frac{1}{\Gamma}$. On déduit alors de (1.20) et (1.21) que

$$\text{Pour un atome à 2 niveaux} \quad T_{ext} \gg T_{int} \quad (1.22)$$

Cette séparation des échelles de temps permet alors de simplifier beaucoup les équations (élimination adiabatique des variables internes).

- Par contre, pour un atome ayant plusieurs sous-niveaux dans g , T_{int} peut être beaucoup plus long que Γ^{-1} à faible IL et on ne peut plus considérer en général que $T_{ext} \gg T_{int}$. Dans certains cas, T_{int} peut même devenir infini ! Par exemple, un atome, pompé optiquement dans le sous-niveau $g_{+1/2}$ de la Fig. 2, ne peut plus ensuite sortir de ce niveau, qui apparaît alors comme un niveau piège.

Le fait que T_{int} puisse devenir de l'ordre de T_{ext} , ou même plus long que T_{ext} , joue un rôle très important dans les nouveaux mécanismes de refroidissement lasers, ce qui montre l'intérêt d'avoir plusieurs sous-niveaux dans g .

4. Localisation de l'atome - Traitement semiclassical ou quantique des degrés de liberté de translation

Problème : Est-il possible de considérer l'atome comme bien localisé en position et en vitesse et peut-on traiter classiquement ses degrés de liberté de translation ? Quand un traitement quantique est-il nécessaire ?

Conditions de localisation à un instant donné $t=0$

- A $t=0$, centre de masse décrit par un paquet d'ondes centré en

$$\vec{r}_0 = \langle \vec{R}(0) \rangle \quad \vec{p}_0 = \langle \vec{P}(0) \rangle \quad (1.23)$$

avec des largeurs $\Delta R(0)$ et $\Delta P(0)$ en \vec{R} et \vec{P} . Inégalité de Heisenberg

$$\Delta R(0) \Delta P(0) \gtrsim \hbar \quad (1.24)$$

- Localisation spatiale dans l'onde laser de longueur d'onde $\lambda_L = \frac{2\pi}{k_L}$ si

$$\Delta R(0) \ll \lambda_L \quad \text{c.à.d. encore si} \quad k_L \Delta R(0) \ll 1 \quad (1.25)$$

- Localisation en vitesse si la variation d'effet Doppler d'une composante p à l'autre du paquet d'ondes est négligeable devant Γ

$$k_L \Delta P(0) / M \ll \Gamma \quad (1.26)$$

(Ceci n'implique pas que l'effet Doppler moyen $k_L p_0 / M$ soit petit devant Γ)

- Les conditions (1.25) et (1.26) ne sont compatibles avec (1.24) que si

$$\hbar k_L^2 / M \ll \Gamma \quad (1.27)$$

On retrouve la condition (1.21)

La localisation est-elle maintenue après un intervalle de temps τ ?

(i) $\tau \ll T_{ext}$

- Par définition même de T_{ext} , \vec{P}/M n'a pas beaucoup changé entre 0 et τ

$$\hookrightarrow \vec{P}(\tau) \simeq \vec{P}(0) \quad \vec{R}(\tau) \simeq \vec{R}(0) + \frac{\vec{P}(0)}{M} \tau \quad (1.28)$$

$\hookrightarrow \Delta P(\tau) \simeq \Delta P(0) \quad \Delta R(\tau) \simeq \Delta R(0) + \frac{\Delta P(0)}{M} \tau \quad (1.29)$

La dernière équation sur $\Delta R(\tau)$ exprime l'étalement du paquet d'ondes entre 0 et τ

- La localisation spatiale est maintenue si

$$k_L \Delta P(0) \tau / M \ll 1 \quad (1.30)$$

c.à.d. si τ n'est pas trop grand. Si l'on prend $\tau = \Gamma^{-1}$, on vérifie aisément que (1.30) se résout à (1.26).

Pour un atome à 2 niveaux, $T_{int} \simeq \Gamma^{-1}$. On peut donc dire que pour un tel atome, il est possible de choisir $T_{int} \ll \tau \ll T_{ext}$ et de conserver la localisation initiale à la fois en \vec{R} et \vec{P} .

(ii) $\tau \approx \tau_{ext}$

- \vec{P}/M a certainement changé. Cependant, si $\delta = \omega_L - \omega_A$ est choisi de manière à avoir un refroidissement laser, $\Delta P(\tau)$ tend vers une valeur suffisamment faible pour que $k_L \Delta P(\tau)/M \ll \Gamma$. C'est en particulier le cas du $\Delta P(\tau)$ correspondant à la limite Doppler $k_B T_D = \hbar \Gamma / 2$.

Par contre, $\Delta R(\tau)$ est en général devenu beaucoup plus grand que λ_L

- En fait, aux temps longs, il n'est plus correct de parler de paquet d'ondes. A cause des interactions atome-photons, l'état du centre de masse est devenu un mélange statistique $\sigma_{ext} = \tau_{Ray, int} \sigma$ et n'est plus un cas pur. $\Delta R(\tau)$ est la largeur de la distribution spatiale $R(\vec{r}) = \langle \vec{r} | \sigma_{ext}(\tau) | \vec{r} \rangle$ et n'est pas un bon paramètre pour caractériser la localisation spatiale. Il faut plutôt utiliser la notion de longueur de cohérence spatiale ξ_A

$$\langle \vec{r}' | \sigma_{ext} | \vec{r}'' \rangle \approx 0 \quad \text{si} \quad |\vec{r}' - \vec{r}''| > \xi_A \quad (1.31)$$

Que peut-on dire de ξ_A aux temps longs ?

- L'atome diffuse en permanence des photons. Or on peut montrer (voir cours des années 1988-89 et 1989-90 et Ref. 3) que, si une particule cible C diffuse des particules projectiles P, de longueur d'onde de de Broglie λ_p , les cohérences spatiales de C sont détruites et la longueur de cohérence spatiale ξ_C de C devient certainement inférieure à λ_p . Ici, les projectiles P sont des photons, de longueur d'onde λ_L , de sorte que

$$\xi_A < \lambda_L \quad (1.32)$$

En termes plus physiques, l'état σ_{ext} de A à $t = \tau$ peut être considéré comme un mélange statistique de paquets d'ondes, ayant chacun une largeur petite devant λ_L et dont les centres sont répartis sur un intervalle $\Delta R(\tau)$ qui peut être beaucoup plus grand que λ_L .

- En ce sens, on peut considérer que la localisation spatiale est maintenue si la largeur ξ_A de chacun des paquets d'ondes du mélange constituant σ_{ext} est petite devant λ_L . Comme ξ_A est de l'ordre de $\hbar / \Delta P$, une telle condition est équivalente à $k_B T \sim \Delta P^2 / 2M \sim \hbar^2 / 2M \xi_A^2 \gg \hbar^2 k_L^2 / 2M \approx k_B T_R$ où T_R est la température de recul associée à l'énergie de recul $\hbar^2 k_L^2 / 2M$.
Donc, si l'on s'intéresse à un mécanisme de refroidissement laser conduisant à des températures T très supérieures à T_R , l'approximation semiclassique est certainement correcte et on peut parler d'atome localisé en un point. Le fait que $\Delta R(\tau)$ augmente avec τ est dû à une diffusion spatiale provenant du caractère aléatoire de l'émission spontanée. Comme en mécanique statistique classique, la trajectoire individuelle varie d'un atome à l'autre. Si T se rapproche de T_R , un traitement quantique devient de plus en plus nécessaire, notamment pour déterminer la limite exacte de T. Enfin, tout mécanisme conduisant à $T \ll T_R$, doit être tel que les atome refroidis ne diffusent plus de photons (sinon, on aurait $\xi_A < \lambda_L$ et $T > T_R$). et un traitement quantique est absolument indispensable.

Références

- (1) B. R. Mollow, Phys. Rev. A12, 1919 (1975)
- (2) C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc et G. Grynberg, Processus d'interaction entre photons et atomes (InterEditions et Editions du CNRS, Paris 1988)
- (3) E. Joos and H.D. Zeh, Z. Phys. B59, 223 (1985)

Références générales pour les nouveaux mécanismes de refroidissement laser

- Numéro spécial de JOSA B : B6, No 11, Novembre 1989
- Articles des émissifs de Paris, Stanford, Gaithersburg, Stony Brook, Boulder
- Cours des Houches 1990, Session LIII, J. Dalibard, J.M. Raimond, J. Zinn-Justin Elsevier, à paraître. Cours de C. Cohen-Tannoudji et W. Phillips