

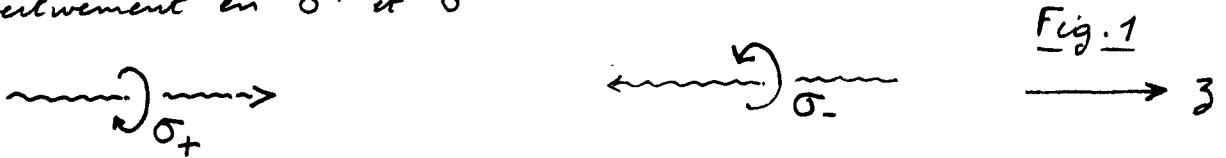
Buts de ce cours

- Présenter un mécanisme de refroidissement laser différent du mécanisme "Sisyphé" présenté l'an dernier et conduisant à des températures du même ordre.
- En étudiant ce mécanisme nouveau, introduire la notion d'interférence quantique entre 2 amplitudes d'absorption de photon, notion qui est à la base du phénomène de piégeage cohérent de population.

① - Le modèle étudié

a - Configuration laser

- 2 ondes laser, de même fréquence  $\omega_L$ , de même amplitude  $E_0$ , se propageant en sens opposé le long de  $Oz$  et polarisées respectivement en  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$



- Expressions du champ laser

$$\vec{E}_L(z, t) = \vec{E}_L^+(z) e^{-i\omega_L t} + c.c. \quad (2.1)$$

$$\vec{E}_L^+(z) = \frac{1}{2} E_0 \vec{E}_+ e^{ikz} + \frac{1}{2} E_0 \vec{E}_- e^{-ikz} \quad (2.2)$$

$$\vec{E}_\pm = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{E}_x \pm i\vec{E}_y) \quad ; \quad \text{Polarisations } \sigma^\pm \quad (2.3)$$

En utilisant (2.3), on peut réécrire (2.2) sous la forme :

$$\vec{E}_L^+(z) = -\frac{i}{2} E_L \vec{E}(z) \quad (2.4)$$

où  $E_L = E_0 \sqrt{2}$  (2.5)

est l'amplitude du champ total, indépendante de z, et où

$$\vec{E}(z) = \frac{i}{\sqrt{2}} [\vec{E}_+ e^{ikz} + \vec{E}_- e^{-ikz}] = \vec{E}_x \sin kz + \vec{E}_y \cos kz \quad (2.6)$$

est un vecteur polarisation normé, représentant une polarisation linéaire qui tourne, lorsqu'on se déplace le long de  $Oz$ , pour former une hélice de pas  $\lambda$ . En  $z=0$ ,  $\vec{E}(0) = \vec{E}_y$ .

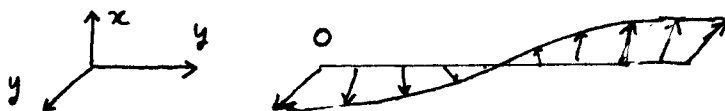


Fig. 2

- Comme l'amplitude  $E_L$  est indépendante de  $z$  et que les polarisations en 2 points différents  $z_1$  et  $z_2$  se déduisent l'une de l'autre par rotation, les déplacements lumineux des sous-niveaux fondamentaux sont indépendants de  $z$  → Pas d'oscillation spatiale de ces sous-niveaux comme dans l'effet Sisyphé.

Par contre, variation spatiale des fonctions d'onde des sous-niveaux ayant un déplacement lumineux bien défini

b- Transition atomique

- Comme la polarisation  $\vec{E}(z)$  est linéaire, la symétrie des déplacements lumineux est celle de l'effet Stark  $\rightarrow$  Pas de levée de dégénérescence des 2 sous-niveaux  $M$  et  $-M$  (par rapport à la direction de  $\vec{E}(z)$ )  $\rightarrow$  le cas où  $J_g = 1/2$  est alors peu intéressant, car l'effet des déplacements lumineux se réduit à un simple déplacement global de  $g$  (aucune variation avec  $z$ , ni pour les énergies, ni pour les fonctions d'onde).

- Pour avoir des effets intéressants, il faut donc au moins  $J_g = 1$ . C'est ce que nous choisissons ici. 3 valeurs possibles pour  $J_e$ : 2, 1, 0.

Transition  $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 2$

Coefficients de Clebsch-Gordan des diverses composantes de la transition

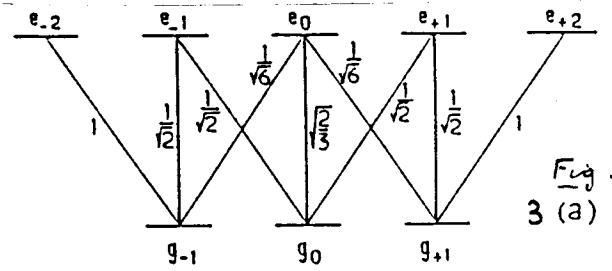


Fig. 3 (a)

Transition  $J_g = 1 \rightarrow J_e = 1$

La nullité des coef. de Clebsch-Gordan  $g_0 - e_0$  entraîne une simplification importante. Après quelques cycles de pompage optique, les atomes, initialement dans  $g_0$ , et absorbant un photon  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$ , se retrouvent transférés dans  $g_{-1}$  et  $g_{+1}$ .

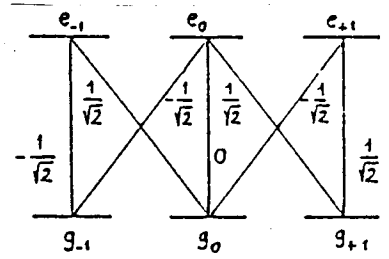


Fig. 3 (b)

A partir de ces 2 niveaux, ils ne peuvent plus par absorption d'un photon  $\sigma_+$  et  $\sigma_-$  retourner dans  $e_0$ , puisque la probabilité d'émettre spontanément un photon  $\pi$  à partir de  $e_0$  est nulle. Ils "cyclent" alors entre  $g_{-1}$ ,  $e_0$ ,  $g_{+1}$ , et on peut se limiter au système à 3 niveaux de la figure 3 (c), typique d'une "transition  $\Lambda$ ".

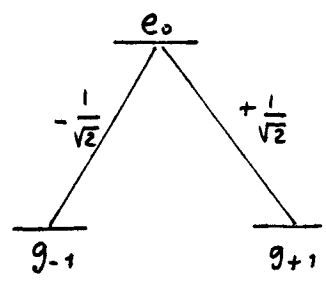


Fig. 3 (c)

Transition  $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 0$

Après quelques cycles de pompage optique, les atomes initialement dans  $g_{-1}$  ou  $g_{+1}$  et absorbant un photon  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$ , se retrouvent dans  $g_0$ , qu'ils ne peuvent plus ensuite quitter.

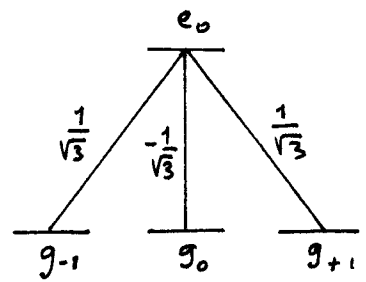


Fig. 3 (d)

Dans toute la suite, nous nous limitons aux 2 transitions  $1 \leftrightarrow 2$  et  $1 \leftrightarrow 1$  et les discutons en parallèle.

② Les paramètres physiques

a - Paramètres  $\Gamma'$  et  $\delta'$  (caractérisant effets dissipatifs et réactifs)

- Soit  $\Omega_1 = -D E_L / \hbar$  la fréquence de Rabi associée à l'onde totale et

$$\delta = \frac{\Omega_1^2 / 2}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (2.7)$$

le paramètre de saturation correspondant ( $\delta = \omega_2 - \omega_0$  est le désaccord entre fréquence laser  $\omega_2$  et fréquence atomique  $\omega_0$ ;  $\Gamma$  est la largeur naturelle de  $e$ )

-  $\Gamma'$  et  $\delta'$  sont définis par

$$\Gamma' = \Gamma \frac{\Delta}{2} \quad \delta' = \delta \frac{\Delta}{2} \quad (2.8)$$

- Il est commode d'introduire le paramètre de saturation  $S_0$  associé à chacune des 2 ondes  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  de la figure 1. Comme elles ont une intensité moitié de l'onde totale

$$S_0 = S/2 \quad (2.9)$$

et par suite

$$\Gamma' = \Gamma S_0 \quad \delta' = \delta S_0 \quad (2.10)$$

- Rappelons l'interprétation physique de  $\Gamma'$  et  $\delta'$

$\Gamma'$  est le taux de départ de l'état fondamental (sur une transition de coefficient de Clebsch-Gordan 1) pour un atome placé en un point où le paramètre de saturation vaut  $S$ .

Et  $\delta'$  est le déplacement lumineux de ce même état dans les mêmes conditions.

b - Opérateur  $\Lambda(\vec{z})$  (caractérisant la symétrie angulaire de l'excitation lumineuse de polarisation  $\vec{E}(\vec{z})$ )

- L'opérateur

$$\Lambda(\vec{z}) = [\vec{E}^*(\vec{z}) \cdot \hat{d}^-] [\vec{E}(\vec{z}) \cdot \hat{d}^+] \quad (2.11)$$

agit dans la multiplicité  $\{|g_m\rangle\}$  de  $g$  ( $m = -1, 0, +1$ ) et a pour éléments de matrice

$$\langle g_m | \Lambda(\vec{z}) | g_{m'} \rangle = \sum_{m''} \langle g_m | \vec{E}^*(\vec{z}) \cdot \hat{d}^- | e_{m''} \rangle \langle e_{m''} | \vec{E}(\vec{z}) \cdot \hat{d}^+ | g_{m'} \rangle \quad (2.12)$$

- Comme  $\vec{E}(\vec{z})$  est une superposition linéaire de  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  (voir (2.6)), chacun des éléments de matrice de (2.12) obéit à la règle de sélection  $\Delta m = \pm 1$ , que sorte que les seuls éléments de matrice non nuls de  $\Lambda(\vec{z})$  satisfait  $m' - m = 0, \pm 2$ .

Le sous-niveau  $|g_0\rangle$  ne peut être donc couple qu'à lui-même et la matrice représentant  $\Lambda(\vec{z})$  se décompose en 2 sous-matrices, l'une de dimension 1 pour  $|g_0\rangle$ , l'autre de dimension 2 dans le sous-espace  $\{|g_{-1}\rangle, |g_{+1}\rangle\}$ . En utilisant (2.6), (2.12), (1.8) et les coefficients de Clebsch-Gordan des figures 3a, 3b, on obtient

	$g_0$	$g_{+1}$	$g_{-1}$
$g_0$	1/2	0	0
$g_{+1}$	0	7/12	$e^{2ik_3}/12$
$g_{-1}$	0	$e^{-2ik_3}/12$	7/12

Transition  $1 \leftrightarrow 2$  (2.13.a)

	$g_0$	$g_{+1}$	$g_{-1}$
$g_0$	1/2	0	0
$g_{+1}$	0	1/4	$-e^{2ik_3}/4$
$g_{-1}$	0	$-e^{-2ik_3}/4$	1/4

Transition  $1 \leftrightarrow 1$  (2.13.b)

③ Expression de la force moyenne

a - Force réactive  $\vec{F}_{react}$

- D'après (1.31),  $\vec{F}_{react} = -\langle \vec{\nabla} H_{eff}(z) \rangle$  (2.14)

où  $H_{eff}(z) = \hbar \delta' \Lambda(z)$  (2.15)

est l'hamiltonien effectif décrivant les déplacements lumineux des sous-niveaux de  $g$ , que l'on peut encore écrire

$$H_{eff}(z) = \hbar \delta' \sum_{\substack{m, m' = \\ -1, 0, +1}} |g_m\rangle \langle g_{m'}| \langle g_m | \Lambda(z) | g_{m'} \rangle$$
 (2.16)

où les éléments de matrice  $\langle g_m | \Lambda(z) | g_{m'} \rangle$  sont donnés en (2.13)

- D'après (2.13), les seuls éléments de matrice dépendant de  $z$  sont les éléments non-diagonaux entre  $|g_1\rangle$  et  $|g_{-1}\rangle$ .

$dH_{eff}(z)/dz$  ne dépend donc que de  $|g_{+1}\rangle \langle g_{-1}|$  et  $|g_{-1}\rangle \langle g_{+1}|$ .

En utilisant (2.13), (2.14) et (2.16) et le fait que

$$\langle (|g_m\rangle \langle g_{m'}|) \rangle = \text{Tr} \sigma |g_m\rangle \langle g_{m'}| = \langle g_{m'} | \sigma |g_m\rangle$$
 (2.17)

on obtient, pour la transition  $1 \leftrightarrow 2$

$$\vec{F}_{react}(1 \leftrightarrow 2) = -\frac{i}{6} \hbar k \delta' \vec{E}_z \left[ \sigma_{g_{-1}, g_1} e^{2ikz} - \sigma_{g_1, g_{-1}} e^{-2ikz} \right]$$
 (2.18.a)

et pour la transition  $1 \leftrightarrow 1$

$$\vec{F}_{react}(1 \leftrightarrow 1) = +\frac{i}{2} \hbar k \delta' \vec{E}_z \left[ \sigma_{g_{-1}, g_1} e^{2ikz} - \sigma_{g_1, g_{-1}} e^{-2ikz} \right]$$
 (2.18.b)

- Posons

$$\tilde{\sigma}_{g_1, g_{-1}} = \sigma_{g_1, g_{-1}} e^{-2ikz} = \tilde{\sigma}_{g_{-1}, g_1}^*$$
 (2.19)

(L'interprétation de la transformation faisant passer de  $\sigma$  à  $\tilde{\sigma}$  sera donnée plus loin) et introduisons les parties réelle et imaginaire de  $\tilde{\sigma}_{g_1, g_{-1}}$

$$\tilde{\sigma}_{g_1, g_{-1}} = C_r + i C_i$$
 (2.20)

Les expressions (2.18) peuvent être réécrites

$$\vec{F}_{react}(1 \leftrightarrow 2) = -\frac{\hbar k}{3} \delta' C_i \vec{E}_z$$
 (2.21.a)

$$\vec{F}_{react}(1 \leftrightarrow 1) = \hbar k \delta' C_i \vec{E}_z$$
 (2.21.b)

- Discussion physique

Comme les déplacements lumineux sont indépendants de  $z$  dans le modèle étudié ici,  $\vec{F}_{react}$  ne peut provenir que des gradients spatiaux des fonctions d'onde des sous-niveaux de  $g$  ayant un déplacement bien défini.

Donnons un exemple de situation physique analogue à celle étudiée ici et permettant de comprendre l'origine physique de  $\vec{F}_{react}$ . Imaginons un champ magnétique  $\vec{B}_0 \perp \vec{a} \parallel OZ$ , de module constant, mais dont la direction tourne lorsque  $z$  varie

Considérons un spin  $1/2$  immobile en  $z=0$  et dont le moment magnétique  $\vec{M}$  est parallèle au champ  $\vec{B}_0$  en ce point (Fig. 4). Son énergie potentielle,  $-\vec{M} \cdot \vec{B}_0$ , est alors la plus basse possible.

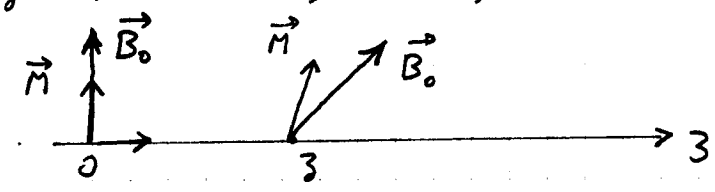


Fig. 4

Supposons alors qu'on déplace le spin le long de  $Oz$ . Si la vitesse de déplacement est infiniment lente, le spin va suivre adiabotiquement le changement de direction de  $\vec{B}_0$  et va rester // à  $\vec{B}_0$ . Si par contre le déplacement est rapide, le spin ne pourra suivre  $\vec{B}_0$  et il apparaîtra un angle entre les 2 vecteurs, correspondant à une augmentation d'énergie potentielle. Pour déplacer le spin à une vitesse  $v$ , il faudra donc fournir un travail, donc s'opposer à une force d'autant plus grande que  $v$  est plus grand.

Différence nette avec la force réactive de l'effet "Sisyphé" qui est due au fait que l'atome monte ou descend une colline de potentiel quand il se déplace.

b. Force dissipative  $\vec{F}_{dissip}$

- Comme il s'agit d'une mélasse à 1 dimension, il n'y a pas d'effets d'interférence entre les 2 ondes, et on peut ajouter indépendamment les forces de pression de radiations qu'elles exercent sur l'atome (dans l'équation (1.35),  $\vec{k}_\mu + \vec{k}_\nu = \vec{0}$ ).
- Comme les photons associés à l'onde  $\sigma^+$  ( $\sigma^-$ ) ont une impulsion  $+\hbar k$  ( $-\hbar k$ ), la force de pression de radiation exercée par l'onde  $\sigma^+$  ( $\sigma^-$ ) est égale à  $+\hbar k$  ( $-\hbar k$ ) fois le nombre de photons  $\sigma^+$  ( $\sigma^-$ ) absorbés par unité de temps par l'atome.
- D'après la discussion suivant (2.8), (2.9), (2.10), le nombre de photons absorbés par unité de temps sur chaque onde, de paramètre de saturation  $S_0$ , vaut  $\Gamma S_0/2 = \Gamma'/2$ , pour une transition ayant un coefficient de Clebsch-Gordan 1.

En utilisant les coefficients de Clebsch-Gordan de la figure 3, on trouve ainsi que, à partir de  $g_{+1}$ , l'atome absorbe  $\Gamma'/2$  photons  $\sigma^+$  et  $\Gamma'/12$  photons  $\sigma^-$  par seconde pour  $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 2$ , 0 photon  $\sigma^+$  et  $\Gamma'/4$  photons  $\sigma^-$  par seconde pour  $J_g = 1 \leftrightarrow J_e = 1$ . On en déduit, en appelant

$$\Pi_m = \langle g_m | \sigma | g_m \rangle \tag{2.22}$$

la population du niveau  $|g_m\rangle$ , que  $\vec{F}_{dissip}$  vaut :

$$\begin{aligned} \vec{F}_{dissip} (1 \leftrightarrow 2) &= \hbar k \frac{\Gamma'}{2} \left[ \Pi_1 + \frac{\Pi_0}{2} + \frac{\Pi_{-1}}{6} - \frac{\Pi_1}{6} - \frac{\Pi_0}{2} - \Pi_{-1} \right] \vec{E}_3 \\ &= \frac{5}{12} \hbar k \Gamma' (\Pi_1 - \Pi_{-1}) \vec{E}_3 \end{aligned} \tag{2.23.2}$$

pour la transition  $1 \leftrightarrow 2$ , et

$$\begin{aligned} \vec{F}_{\text{dissip}} (1 \leftrightarrow 1) &= \hbar k \frac{\Gamma'}{2} \left[ \frac{\pi_0}{2} + \frac{\pi_{-1}}{2} - \frac{\pi_0}{2} - \frac{\pi_1}{2} \right] \vec{E}_3 \\ &= -\frac{1}{4} \hbar k \Gamma' (\pi_1 - \pi_{-1}) \vec{E}_3 \end{aligned} \tag{2.23.b}$$

pour la transition  $1 \leftrightarrow 1$ .

- Il apparait ainsi que  $\vec{F}_{\text{dissip}}$  est proportionnelle à la différence de population entre les 2 sous-niveaux  $|g_1\rangle$  et  $|g_{-1}\rangle$ . La différence de signe entre (2.23.a) et (2.23.b) est due au fait que la transition  $\sigma^+$  est plus intense à partir de  $g_{+1}$  que à partir de  $g_{-1}$ , pour  $1 \leftrightarrow 2$ , alors que c'est l'inverse pour  $1 \leftrightarrow 1$ .

### ④ Etat interne d'un atome au repos en 3

#### a. Déplacements lumineux

- Commençons par diagonaliser les matrices  $\Lambda(3)$  données en (2.13) et apparaissant dans l'expression (2.16) de  $\text{Heff}(3)$ . Les vecteurs propres de ces matrices sont  $|g_0\rangle$  et les combinaisons linéaires symétrique et antisymétrique de  $|g_1\rangle e^{ikz}$  et  $|g_{-1}\rangle e^{-ikz}$

$$|\Psi_S(3)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [ |g_1\rangle e^{ikz} + |g_{-1}\rangle e^{-ikz} ] \tag{2.24.a}$$

$$|\Psi_A(3)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [ |g_1\rangle e^{ikz} - |g_{-1}\rangle e^{-ikz} ] \tag{2.24.b}$$

- On vérifie alors que pour une transition  $1 \leftrightarrow 2$

$$\begin{cases} \text{Heff}(1 \leftrightarrow 2) |g_0\rangle &= \frac{\hbar \delta'}{2} |g_0\rangle \\ \text{Heff}(1 \leftrightarrow 2) |\Psi_S(3)\rangle &= 2\frac{\hbar \delta'}{3} |\Psi_S(3)\rangle \\ \text{Heff}(1 \leftrightarrow 2) |\Psi_A(3)\rangle &= \frac{\hbar \delta'}{2} |\Psi_A(3)\rangle \end{cases} \tag{2.25.a}$$

et pour une transition  $1 \leftrightarrow 1$

$$\begin{cases} \text{Heff}(1 \leftrightarrow 1) |g_0\rangle &= \frac{\hbar \delta'}{2} |g_0\rangle \\ \text{Heff}(1 \leftrightarrow 1) |\Psi_S(3)\rangle &= 0 |\Psi_S(3)\rangle \\ \text{Heff}(1 \leftrightarrow 1) |\Psi_A(3)\rangle &= \frac{\hbar \delta'}{2} |\Psi_A(3)\rangle \end{cases} \tag{2.25.b}$$

On retrouve bien le résultat préré plus haut : les déplacements lumineux (valeurs propres de  $\text{Heff}$ ) sont indépendants de  $z$  alors que les états propres de  $\text{Heff}$ , qui ont un déplacement lumineux bien défini, en dépendent (voir (2.24)).

Nous supposons ici que  $\delta$  est négatif ( $\omega_L < \omega_A$ ), de sorte que  $\delta'$  est aussi négatif (voir (2.8)).

$$\delta < 0 \quad \rightarrow \quad \delta' < 0 \tag{2.26}$$

#### Discussion physique

- Il apparait clairement sur (2.25) que la valeur propre associée à  $|g_0\rangle$  et  $|\Psi_A(3)\rangle$  est dégénérée. Ce résultat peut être compris aisément et relié au fait que la polarisation  $\vec{E}(3)$  de l'onde laser en 3 est linéaire.  $\text{Heff}$  a la même symétrie

que le carré  $(\vec{E}(z) \cdot \vec{J})^2 = J_E^2$  de la composante <sup>(J<sub>E</sub>)</sup> des moment cinétique  $\vec{J}$  sur  $\vec{E}(z)$  et la dégénérescence entre les 2 états propres  $|+1\rangle_E$  et  $|-1\rangle_E$  de  $J_E$ , de valeurs propres  $+h$  et  $-h$  n'est pas levée. Si l'on prend comme axe de quantification  $\vec{E}(z)$ , l'excitation laser a alors une polarisation  $\pi$ . Les déplacements lumineux ne sont alors autres que les produits de  $hS'$  et des carrés des coefficients de Clebsch-Gordan des transitions  $\pi$  donnés sur les figures 13 a et 13 b. On retrouve alors immédiatement les valeurs propres de  $H_{eff}$  apparaissant en (2.25).

- Le raisonnement précédent montre également que  $|\Psi_S(z)\rangle$  n'est autre que le vecteur propre  $|0\rangle_E$  de  $J_E$  de valeur propre 0, alors que  $|g_0\rangle$  et  $|\Psi_A(z)\rangle$  appartiennent au sous-espace sous-tendu par les vecteurs propres  $|+1\rangle_E$  et  $|-1\rangle_E$  de  $J_E$ , de valeur propre  $+h$  et  $-h$ .

On pourrait songer à utiliser dans ce sous-espace les états  $|+1\rangle_E$  et  $|-1\rangle_E$  plutôt que  $|g_0\rangle$  et  $|\Psi_A\rangle$ . C'est ce qui est fait par exemple dans la référence 1. En fait, pour la discussion du phénomène de piégeage cohérent de populations, il est plus commode de garder  $|g_0\rangle$  et  $|\Psi_A\rangle$ .

b - Pompage optique et populations stationnaires

- Au lieu d'utiliser les équations de Bloch optiques (qui seront données plus loin pour un atome au repos ou en mouvement), il est plus simple de se placer dans la base des états propres de  $J_E$ , où le pompage optique est en polarisation  $\pi$  et où les seuls éléments de matrice non nuls de l'opérateur densité sont les populations des sous-niveaux Zeeman de l'état fondamental.

Transition 1 ↔ 2

Les populations de  $|0\rangle_E$ ,  $|+1\rangle_E$ ,  $|-1\rangle_E$  sont obtenues par des arguments de bilan détaillé. Par exemple, le taux de passage de  $|-1\rangle_E$  à  $|0\rangle_E$  est le produit de la population de  $|-1\rangle_E$  par la probabilité d'absorption d'un photon  $\pi$  (proportionnelle à  $1/2$ ) et la probabilité d'émission d'un photon  $\sigma^-$  (proportionnelle à  $1/2$ ). Par contre, pour passer de  $|0\rangle_E$  à  $|-1\rangle_E$ , il faut multiplier la population de  $|0\rangle_E$  par la probabilité d'absorption d'un photon  $\pi$  ( $\sim 2/3$ ) et la probabilité d'émission d'un photon  $\sigma^+$  ( $\sim 1/6$ ). Voir Fig. 3a. En régime stationnaire, les 2 flux se compensent de sorte que  $\langle -1|\sigma^-|-1\rangle_E \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \langle 0|\sigma^+|0\rangle_E \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{6}$ . En utilisant le fait que la somme des 3 populations est égale à 1 et que les populations de  $|+1\rangle_E$  et  $|-1\rangle_E$  sont égales par symétrie, on trouve alors que les populations de  $|0\rangle_E$ ,  $|+1\rangle_E$ ,  $|-1\rangle_E$ , ou encore de  $|\Psi_S\rangle$ ,  $|g_0\rangle$ ,  $|\Psi_A\rangle$ , sont

respectivement égales à  $9/17, 4/17, 4/17$

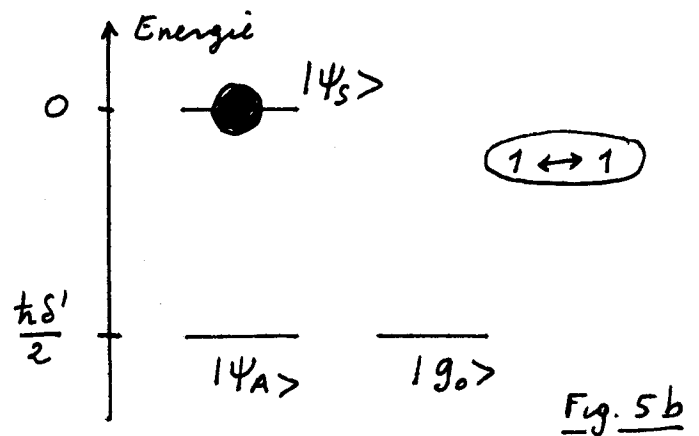
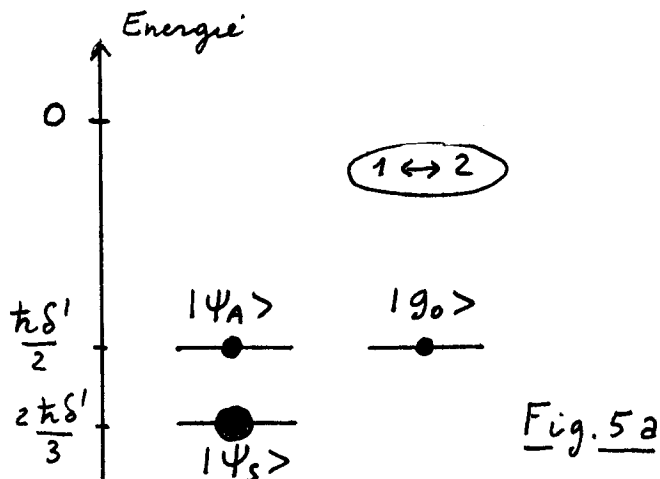
Pour  $1 \leftrightarrow 2$   $\begin{cases} \pi_s = 9/17 \\ \pi_0 = \pi_A = 4/17 \end{cases}$  (2.27.a)

Transition  $1 \leftrightarrow 1$

Le même raisonnement peut être appliqué. Un pompage optique en polarisation  $\pi$  fait passer les atomes de  $| -1 \rangle_E$  et  $| +1 \rangle_E$  dans  $| 0 \rangle_E$ . Mais, une fois qu'ils sont pompés en  $| 0 \rangle_E$ , les atomes se retrouvent piégés dans l'état fondamental, car ils ne peuvent pas quitter l'état  $| 0 \rangle_E$  par absorption d'un photon  $\pi$  à cause de la nullité du coefficient de Clebsch-Gordan  $g_0 - e_0$  (Voir Fig. 3b). En régime stationnaire, toute la population atomique va se trouver dans le niveau  $| 0 \rangle_E$ , c-à-d encore dans le niveau  $| \psi_s \rangle$

Pour  $1 \leftrightarrow 1$   $\begin{cases} \pi_s = 1 \\ \pi_0 = \pi_A = 0 \end{cases}$  (2.27.b)

- Tous les résultats obtenus dans ce § 4 sont regroupés sur la figure 5 qui donne les positions des états propres de  $H_{eff}$  et leurs populations stationnaires, schématisées par des cercles pleins d'autant plus gros que la population est importante



c - Interférences quantiques entre amplitudes de transition.

Etats non couplés pour la transition  $1 \leftrightarrow 1$

- Si  $| \psi_a \rangle$  est un état propre de l'opérateur  $\Lambda$ , de valeur propre  $\lambda_a$ , l'état  $| \psi_a \rangle$  a un déplacement lumineux bien défini  $\lambda_a \hbar \delta'$  et un temps de départ par absorption de photon  $\lambda_a \tau'$ .

La 2<sup>ème</sup> équation (2.25.b) montre que l'état  $| \psi_s(z) \rangle$  est un état propre de valeur propre 0 de  $\Lambda(z)$ . Un atome dans cet état n'a donc pas de déplacement lumineux et a une probabilité nulle d'absorber un photon.

- Expression de l'hamiltonien  $V_{AL}$  de couplage atome-laser.

En utilisant (1.13), (2.1), (2.2), (1.8) et les coefficients de



Clebsch-Gordan de la figure 3.b, on obtient, pour la transition  $1 \leftrightarrow 1$

$$V_{AL}(1 \leftrightarrow 1) = \frac{\hbar \tilde{\Omega}_1}{2} \left[ -\frac{1}{\sqrt{2}} |e_0\rangle \langle g_{-1}| e^{ikz} + \frac{1}{\sqrt{2}} |e_0\rangle \langle g_1| e^{-ikz} \right] e^{-i\omega_L t} + \text{h.c.} \quad (2.28)$$

où  $\tilde{\Omega}_1 = -D E_0 / \hbar$  est la fréquence de Rabi associée à  $E_0$ , c-à-d à chaque onde. Les 2 coefficients  $-1/\sqrt{2}$  et  $+1/\sqrt{2}$  proviennent des coefficients de Clebsch-Gordan des transitions  $g_{-1} \leftrightarrow e_0$ ,  $g_1 \leftrightarrow e_0$  et les  $e^{\pm ikz}$  des facteurs de propagation spatiale des ondes  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  (voir (2.2))

- En utilisant (2.28) et (2.24.2), on vérifie alors que

$$V_{AL}(1 \rightarrow 1) |\Psi_S(3)\rangle = \frac{\hbar \tilde{\Omega}_1}{2\sqrt{2}} e^{-i\omega_L t} \left[ -\frac{1}{\sqrt{2}} |e_0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |e_0\rangle \right] = 0 \quad (2.29)$$

L'état  $|\Psi_S(3)\rangle$  n'est donc pas couplé au laser, par suite d'une interférence parfaitement destructive entre les 2 amplitudes d'absorption d'un photon sur les transitions  $g_{-1} \leftrightarrow e_0$  et  $g_1 \leftrightarrow e_0$ .

- Importance des relations de phase

Bien noter qu'une telle interférence ne se produit que parce que

- d'une part, l'état initial  $|\Psi_S(3)\rangle$  est une superposition linéaire de  $|g_{-1}\rangle$  et  $|g_{+1}\rangle$  (voir 2.24.2)
- d'autre part, le champ laser est une superposition linéaire des ondes  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  (voir 2.2)

- Remarque relative à la transition  $1 \leftrightarrow 2$ .

Pour la transition  $1 \leftrightarrow 2$ , les coefficients de Clebsch-Gordan des 2 transitions  $g_{-1} \leftrightarrow e_0$  et  $g_1 \leftrightarrow e_0$  ont le même signe, de sorte que c'est maintenant l'état antisymétrique  $|\Psi_A(3)\rangle$  donné en (2.24.b) qui n'est pas couplé par  $V_{AL}$  à  $e_0$ . Un calcul analogue au précédent montre en effet que

$$\langle e_0 | V_{AL}(1 \leftrightarrow 2) | \Psi_A(3) \rangle = 0 \quad (2.30)$$

Par contre, de nouvelles transitions sont maintenant possibles à partir de  $g_{-1}$  et  $g_1$ , les transitions  $g_{-1} \leftrightarrow e_{-2}$  et  $g_1 \leftrightarrow e_2$ , et elles ne peuvent pas interférer car elles conduisent à des états orthogonaux.  $V_{AL}(1 \leftrightarrow 2) |\Psi_A(3)\rangle$  est donc maintenant une superposition linéaire de  $e_{-2}$  et  $e_{+2}$  et n'est plus nul

$$V_{AL}(1 \leftrightarrow 2) |\Psi_A(3)\rangle \neq 0 \quad (2.31)$$

Une erreur à ne pas commettre.

- Revenons à la transition  $1 \leftrightarrow 1$ . On peut considérer que l'onde  $\sigma^+$  couple l'état discret  $g_{-1}$  à l'état instable  $e_0$ , de largeur  $\hbar\Gamma$ . Si  $\Omega_1 \ll \Gamma$ ,  $e_0$  apparaît comme un continuum pour ce couplage. Si l'état  $g_{-1}$  était le seul sous-niveau fondamental, on pourrait appliquer la règle d'or de Fermi à un tel couplage, pour obtenir le temps de départ de  $g_{-1}$ .

- En fait,  $g_{-1}$  n'est pas tout seul. L'état  $g_1$  est lui aussi

couplé au même "continuum"  $e_0$  que  $g_1$ . Quand 2 états discrets sont couplés au même continuum, ils sont indirectement couplés l'un à l'autre via ce continuum, et on ne peut étudier indépendamment leur désintégration (voir par exemple Ref. 3, Chap. III).

Il y a des modes propres de désintégration, qui font intervenir des combinaisons linéaires des 2 états discrets et qui sont dus aux interférences entre les amplitudes de transition partant de chaque état.

- Si l'état initial de l'atome est  $|g_{-1}\rangle$ , il est donc incorrect d'appliquer une règle d'or de Fermi au seul état  $|g_{-1}\rangle$ . Il faut décomposer  $|g_{-1}\rangle$  sur les 2 modes propres de désintégration qui sont ici  $|\psi_S(3)\rangle$  et  $|\psi_A(3)\rangle$  et qui ont des taux de désintégration respectivement égaux à 0 et  $\Gamma/2$

$$|\psi(0)\rangle = |g_{-1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{ikz} [|\psi_S(3)\rangle - |\psi_A(3)\rangle] \quad (2.32)$$

A un instant ultérieur, cet état devient

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{ikz} |\psi_S(3)\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{ikz} e^{-\Gamma t/4} |\psi_A(3)\rangle \quad (2.33)$$

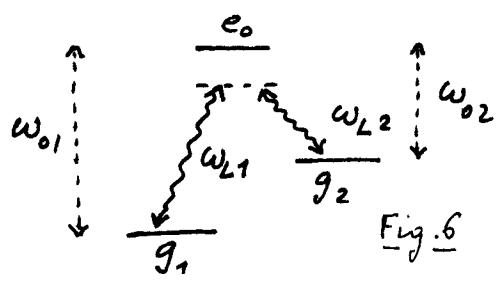
+ États contenant 1, 2, ... photons de fluorescence

Pour  $t \rightarrow \infty$ , on voit sur (2.33), que dans la multiplicité à 0 photon de fluorescence, il reste des atomes "piégés" dans l'état  $|\psi_S(3)\rangle$ .

Quelques problèmes en suspens et qui seront abordés plus loin

- On a utilisé ici un traitement semi-classique : atome en un point  $z$  bien défini. Les photons  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  ont des impulsions différentes,  $+k$  et  $-k$ . Suivant que l'atome absorbe un photon  $\sigma^+$  ou  $\sigma^-$ , il recule différemment. L'interférence précédente est-elle modifiée et, si oui, comment ?

- Le phénomène précédent subsiste-t-il pour une transition  $\Lambda$  plus générale que celle étudiée ici (et correspondant à la figure 3c) ?



Transition Raman générale avec la condition de résonance Raman

$$\omega_{L1} - \omega_{L2} = \omega_{01} - \omega_{02} \quad (2.34)$$

- Que se passe-t-il lorsque la condition de résonance Raman (2.34) n'est plus exactement vérifiée ?

- Y a-t-il aussi des effets intéressants observables sur une transition  $V$  (1 état fondamental  $g_0$  et 2 états excités  $e_1, e_2$ ) ?

Références

(1) J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji J.O.S.A. B6, 2023 (1989)  
 (2) C. Cohen-Tannoudji, in Les Hauts, Session LIII, 1990, Systèmes fondamentaux en Optique Quantique, J. Dalibard, J.M. Raimond and J. Zinn-Justin eds Elsevier, à paraître 1992 - Chapitre 10.  
 (3) C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg. Processus d'Interaction entre Photons et Atomes, InterEditions et Editions du CNRS, (Paris 1988) -