

① Introduction

- L'analyse du refroidissement subrecul en termes de lois de Lévy a permis dans les cours précédents d'établir un certain nombre de résultats quantitatifs sur les propriétés asymptotiques d'un tel refroidissement : proportion d'atomes piégés ; forme de la distribution d'impulsion ; largeur et hauteur des structures étroites apparaissant dans cette distribution ; proportion d'atomes contribuant à ces structures étroites ; densité d'atomes dans l'espace des phases ...
- Nous allons montrer maintenant comment ces résultats peuvent guider le choix des paramètres expérimentaux conduisant au meilleur refroidissement possible, compte tenu des contraintes de l'expérience. Nous allons étudier plus particulièrement l'optimisation de 2 paramètres
 - (i) L'exposant α apparaissant dans la dépendance en impulsion, au voisinage de $p=0$, du temps d'excitation $\Gamma'(p)$: $\Gamma'(p) = \frac{1}{\tau_0} \left(\frac{p}{p_0} \right)^\alpha$.
 - (ii) La largeur p_0 du "trou Raman" apparaissant dans les variations de $\Gamma'(p)$ avec p et la hauteur $1/\tau_0$ du palier de $\Gamma'(p)$ pour $p > p_0$. Dans le refroidissement VSCPT, p_0 et τ_0 sont d'ailleurs reliés tous 2 à la largeur Γ'_c de l'état fondamental (Γ'_c : largeur radiative de l'état couplé). On a en effet

$$k p_0 / M \simeq \Gamma'_c \quad (9.1.a)$$

$$1/\tau_0 \simeq \Gamma'_c \quad (9.1.b)$$

de sorte que p_0 et τ_0 ne sont pas indépendants mais liés par

$$p_0 \simeq a \frac{M}{k} \frac{1}{\tau_0} \quad (9.2)$$

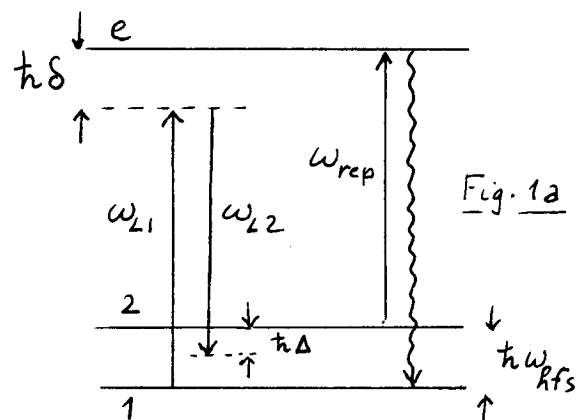
où a est un coefficient sans dimension, de l'ordre de quelques unités.

- En fait, seules les expériences de refroidissement Raman ont permis jusqu'ici de faire varier α . Toutes les expériences utilisant l'effet VSCPT correspondent à $\alpha = 2$. Nous allons donc, dans ce cours, insister surtout sur l'optimisation du refroidissement Raman.

② Brefs rappels sur le refroidissement Raman 1D [Refs [1],[2]]

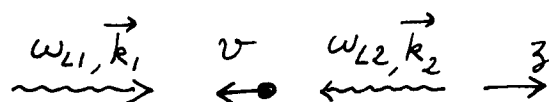
Schéma de niveaux (Fig. 1a)

Atome avec 2 niveaux hyperfins 1 et 2, séparés par $\hbar \omega_{hf}$, et un niveau excité e



Lasers Raman (Fig. 1b)

- 2 faisceaux laser $\omega_{L1}, \vec{k}_1$ et $\omega_{L2}, \vec{k}_2$ se propageant dans des sens opposés et induisant des transitions Raman stimulées de 1 vers 2 et de 2 vers 1.



- Si le désaccord optique $\hbar\delta$ (voir Fig. 1a) est suffisamment grand, couplage hermitique entre 1 et 2 décrit par la fréquence de Rabi

$$\Omega = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\delta} \quad (9.3)$$

où Ω_1 et Ω_2 sont les fréquences de Rabi associées à chacune des 2 ondes ω_{L1} et ω_{L2} (voir Ref [3])

Fig. 1b

Selectivité en vitesse des transitions Raman stimulées 1 → 2

- Comme $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ ont des sens opposés, les effets Doppler des 2 ondes s'ajoutent dans la transition Raman et la condition de résonance Raman s'écrit, en notant Δ le désaccord par rapport à une telle résonance (voir Fig. 1) et en posant $k = |\vec{k}_1| \approx |\vec{k}_2|$

$$\Delta = \omega_{L1} - \omega_{L2} - \omega_{hfs} = 2k v + 2\omega_R \quad (9.4)$$

Le terme en $2\omega_R$ (où $\omega_R = \hbar k^2 / 2M$) est une correction due à l'énergie de recul qui apparaît lorsqu'on résout les équations de conservation de l'énergie et de l'impulsion totales lors de la transition Raman.

- Δ étant fixé, les 2 ondes n'induisent de transitions (Raman stimulé) résonnantes que pour une valeur de v bien définie, donnée par (9.4). Comme les largeurs des niveaux fondamentaux 1 et 2 sont très faibles, la résonance Raman est très étroite et la sélectivité en vitesse qui lui est associée très grande (cf. Ref [3]).
- Si l'on choisit $\Delta - 2\omega_R < 0$, la résonance Raman se produit, d'après (9.4) pour $v < 0$ (cas représenté sur la Fig. 1). Comme le changement d'impulsion de l'atome lors de la transition Raman stimulée 1 → 2 est égal à $\hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$, l'atome subit un transfert d'impulsions opposé à son impulsion initiale $M\vec{v}$. Il est donc ralenti et poussé vers $p=0$. Si les directions $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ des 2 ondes ω_{L1} et ω_{L2} sont échangées et qu'on garde une valeur négative pour $\Delta - 2\omega_R$, la transition Raman sera résonnante pour des atomes de vitesse v positive et le transfert d'impulsion $\hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$, qui sera alors négatif, ramènera toujours les atomes vers $p=0$.
- Avec un choix approprié du désaccord Δ et des directions de propagation (opposées) des 2 ondes, on peut donc agir sur n'importe quelle classe de vitesse avec une grande sélectivité et ramener toujours les atomes vers $p=0$.

Retour de l'état 2 vers l'état 1 par transitions Raman spontanées

- Si l'excitation laser est continue, et si la condition (9.4) est satisfaite, l'atome effectue une oscillation de Rabi entre les états 1 et 2, avec une fréquence Ω donnée par (9.3)
- Imaginons maintenant que l'on jette une "impulsion Raman stimulée π ". A la fin de l'impulsion, l'atome est passé de 1 à 2 et a gagné une impulsion $\hbar(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$. Pour le ramener de 2 vers 1, on lui applique une impulsion de faisceau "repompeur" résonnante sur la transition $2 \leftrightarrow e$ [voir Fig. 1a]. Une transition Raman spontanée anti-Stokes le fait alors passer de 2 à 1 (pompage optique). Au cours d'une telle transition, l'atome gagne l'impulsion $\hbar\vec{k}_{rep}$ du faisceau repompeur (on peut choisir la direction de $\vec{k}_{rep}$ pour continuer à pousser l'atome vers $p=0$) et perd l'impulsion $\hbar\vec{k}_{spont}$ des photons émis spontanément, et dans une direction aléatoire, lors de la transition spontanée $e \rightarrow 1$.

Séquence d'impulsions

- Série d'impulsions Raman stimulées π , suivies chacune d'une impulsion de repompage, et résonnantes successivement avec des atomes de vitesse positive et négative, les directions (opposées) de $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ étant interverties d'une impulsion à l'autre pour pousser chaque fois l'atome vers $p=0$

- Les vitesses résonnantes $\pm v_{res}$ sont progressivement diminuées d'une impulsion à l'autre, et on s'arrête pour $v_{res} \neq 0$ mais suffisamment proche de 0, pour laisser autour de $v=0$ un "trou" dans le profil d'excitation, où les atomes ne sont plus excités. C'est le changement d'impulsion aléatoire dû au photons émis spontanément lors du repompage $2 \rightarrow 1$ qui permet à certains atomes de tomber dans ce "trou" où ils se retrouvent piégés et s'accumulent. Plus v_{res} se rapproche de 0, plus l'impulsion Raman stimulée doit être étroite (en fréquence) pour que ses ailes n'excitent pas les atomes se trouvant déjà dans le piège. Plus v_{res} est loin de 0, plus on peut utiliser des impulsions larges (en fréquence) de manière à "ramasser" le plus d'atomes possible et à les pousser vers 0 [voir Fig. 2, extraite de [1], et où la courbe en traits représente la distribution initiale de vitesses).

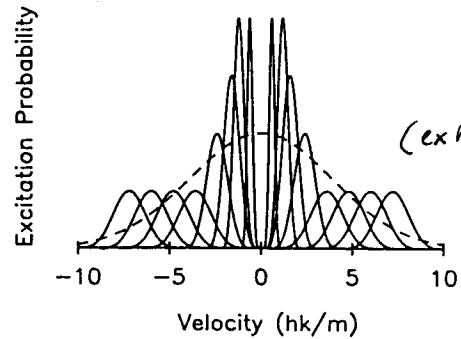


Fig. 2
(extraite de [1])

Forme des impulsions

- La figure 3, également extraite de [1], montre la probabilité de la transition Raman stimulée en fonction de l'écart à résonance Raman. Cette probabilité est mesurée expérimentalement en prenant $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ parallèles (plus de sélectivité en vitesse) et en détectant le nombre d'atomes transférés de 1 à 2 quand $\omega_L - \omega_{L2}$ varie. La courbe a est obtenue avec une impulsion "carrée" en temps. Le profil spectral correspondant montre des maxima secondaires et des zéros (fonction $\sin^2 x/x^2$). La courbe b correspond à une "impulsion de Blackman", ayant une enveloppe dont la dépendance temporelle est calculée pour minimiser la 1^{re} bande latérale dans le profil d'excitation.
- Toutes les expériences de refroidissement Raman réalisées à ce jour, sauf celle décrite plus loin (§ 3) utilisent des impulsions de Blackman, de manière à minimiser l'excitation parasite (par les ailes des profils d'excitation des impulsions) des atomes piégés dans la zone autour de $v=0$.

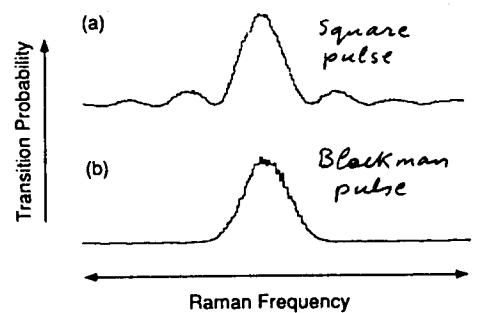


Fig. 3 (extraite de [1])

Recapitulation - Résultats déjà obtenus

- En résumé, comme le refroidissement VSCPT, le refroidissement Raman réalise un piège dans l'espace des impulsions, zone étroite autour de $p=0$ dans laquelle les atomes peuvent demeurer un temps très long. Les transferts d'impulsion $\hbar(\vec{k}_1, -\vec{k}_2)$ lors des transitions Raman stimulées fournissent la force ramenant les atomes vers $p=0$ (équivalent du refroidissement Sisyphus pour VSCPT). Les changements aléatoires d'impulsion dûs aux photons émis spontanément lors des processus de repompage permettent aux atomes de tomber dans le piège.
- A l'issue d'un certain nombre de cycles d'impulsions analogues à celui de la figure 2, on mesure la 1/2 largeur δp à $1/\sqrt{e}$ de la distribution finale d'impulsions. La température correspondante $k_B T/2 = \delta p^2/2M$ est comparée à la température de recul T_R définie par $k_B T_R/2 = \hbar^2 k^2/2M$.
- Expériences sur Na
 - Premières expériences à 1D [1] $T = T_R/20 \approx 100 \text{ nK}$
 - Expériences suivantes à 2D [2] $T = 0,75 T_R$
 - Pas de résultat subrecoil à 3D

③ Refroidissement Raman 1D avec des impulsions carrées

3-1 Pourquoi est-il intéressant de changer la forme des impulsions ?

- Revenons à l'impulsion Blackman dont le profil spectral est donné sur la figure 3b. Si ce profil est suffisamment décalé par rapport à la fréquence de résonance des atomes $\nu=0$, la probabilité d'excitation des atomes $\nu=0$ sera quasi-nulle et elle n'augmentera que très lentement quand ν s'écarte de la valeur 0. En fait, le but poursuivi dans les premières expériences de refroidissement Raman était de réaliser une probabilité d'excitation par unité de temps $\Gamma'(\nu) \approx \nu^\alpha$ caractérisée par un exposant α aussi grand que possible, de manière à avoir une croissance aussi lente que possible de $\Gamma'(\nu)$ autour de $\nu=0$. En fait, on peut déterminer expérimentalement la valeur de α correspondant à une impulsion Blackman, en mesurant le nombre d'atomes excités en fonction de $\omega_{L1} - \omega_{L2}$ ($\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ étant parallèles). On trouve que le meilleur ajustement à la courbe expérimentale (dans la zone entre $\nu=0$ et la valeur correspondant à la moitié du maximum de $\Gamma'(\nu)$) est une loi en ν^4 . Donc

$$(\alpha)_{\text{Blackman}} \approx 4 \quad (9.5)$$

- On pourrait aussi bien utiliser des impulsions carrées en temps, en réglant $\omega_{L1} - \omega_{L2}$ pour que le 1^{er} zéro du profil d'excitation corresponde à la fréquence de résonance des atomes de vitesse nulle. En alternant une telle impulsion avec l'impulsion symétrique par rapport à $\nu=0$, on réalise un profil d'excitation qui varie en ν^2 autour de $\nu=0$

$$(\alpha)_{\text{carré}} = 2 \quad (9.6)$$

- Ainsi, le refroidissement Raman permet, en jouant sur la forme des impulsions Raman stimulées, de faire varier α . Indépendamment de la plus ou moins grande commodité de réalisation de telle ou telle forme d'impulsion, on peut alors se poser la question de la valeur optimale de α . Quelle est la valeur de α qui conduit au refroidissement le plus efficace ? C'est là que l'analyse des cours précédents en termes de lois de Lévy peut apporter des éléments de réponse quantitative.

3-2 Valeur optimale de l'exposant α

- Première remarque : Le temps moyen de retour dans le piège $\langle \hat{\tau} \rangle$ peut être considéré comme étant fini à cause des forces associées aux transferts d'impulsion dans les transitions Raman stimulées, forces qui ramènent l'atome vers $p=0$

- Deuxième remarque : Pour que tous les atomes puissent être piégés aux temps longs, nous avons vu au cours VII qu'il faut que

$$\mu = \frac{D}{\alpha} \leq 1 \quad \longleftrightarrow \quad D \leq \alpha \quad (9.7)$$

Si $D=1$, il faut que $\alpha \geq 1$. Un tel critère ne permet donc pas de départager les impulsions Blackman ($\alpha=4$) et carrées ($\alpha=2$). Toutes les deux ont $\alpha > 1$ et conduisent à $f(\theta) \rightarrow 1$ quand $\theta \rightarrow \infty$

- Comme nous l'avons vu dans le cours VIII, tous les atomes IX-5
participent alors à une structure étroite dans la distribution $P(\vec{p})$,
dont la largeur p_θ est donnée par

$$p_\theta = p_0 \left(\frac{\tau_0}{\theta} \right)^{1/\alpha} \quad (9.8)$$

où p_0, τ_0, α apparaissent dans l'expression du taux d'excitation $\Gamma'(p)$

$$\Gamma'(p) = \frac{1}{\tau_0} \left(\frac{p}{p_0} \right)^\alpha \quad (9.9)$$

Un premier point important à noter à propos de (9.8) est que la largeur p_θ des structures étroites peut être beaucoup plus petite (aux temps longs) que la largeur p_0 du trou Raman. Il n'est pas nécessaire de réaliser un trou Raman très fin pour obtenir des atomes ultrafroids. Un deuxième point qui apparaît sur (9.8) est que la décroissance de p_θ avec θ ne dépend que de l'exposant α . Elle est en $1/\theta^{1/\alpha}$. Plus α est petit, plus la largeur décroît vite avec θ . Pour $\alpha = 2$, on a une décroissance en $1/\sqrt{\theta}$ plus rapide que la décroissance en $1/\sqrt[4]{\theta}$ correspondant à $\alpha = 4$.

- Si l'on dispose d'un temps θ infini, il suffit d'attendre pour avoir tous les atomes refroidis à une température aussi basse que l'on veut. En fait, les contraintes expérimentales (chute dans le champ de pesanteur, largeur finie des faisceaux laser...) limitent θ à une valeur finie. Dans ce cas, il vaut mieux avoir α le plus petit possible, tout en respectant $\alpha \geq D$, pour avoir le maximum d'atomes dans le pic le plus fin possible.

L'analyse précédente montre donc très simplement que, à une dimension ($D=1$), les impulsions carrées sont, non seulement plus simples à réaliser que les impulsions Blackman, mais qu'elles conduisent à un refroidissement plus efficace! En fait, l'idéal serait d'avoir $\alpha = D = 1$, qui donnerait la décroissance la plus rapide de p_θ avec θ (en $1/\theta$), tout en gardant $f(\theta) \approx r(\theta) \approx 1$ puisque $\mu = D/\alpha = 1$.

3.3 Vérification expérimentale des idées précédentes

Des expériences ont été réalisées récemment à l'ENS pour tester les idées précédentes (Refs [5], [6]). Nous donnons une description très succincte de leur principe et des résultats obtenus. (Pour plus de détails, voir les références [5], [6]).

Expériences utilisant une seule impulsion carrée

- Une seule impulsion carrée est utilisée pour induire les transitions Raman stimulées, une fois centrée à $v = +4 v_R$ (où $v_R = \hbar k/M$), une fois à $v = -4 v_R$. Chaque impulsion Raman est suivie d'une impulsion de repompe. La durée de l'impulsion Raman, $30 \mu s$, est choisie pour que le 1^{er} zéro du profil spectral d'excitation corresponde à la fréquence de résonance des atomes de vitesse nulle.
- Les courbes en pointillés de la figure 4 représentent les profils d'excitation des 2 impulsions Raman centrées en $v = \pm 4 v_R$. Ces profils sont mesurés expérimentalement. On voit que le trou Raman a une largeur à mi-hauteur de l'ordre de $4 v_R$. La courbe en trait plein représente le profil de vitesse des atomes refroidis

à l'issue d'une répétition de 136 cycles (1 cycle correspond à 1 impulsion à $+4v_R$, 1 impulsion à $-4v_R$, avec bien sûr chaque fois les impulsions de repompage). On trouve que 70% des atomes se retrouvent dans ce pic, dont la $1/2$ largeur à $1/\sqrt{e}$, $\delta v \approx 0.34 v_R$ correspond à une température $T \approx T_R/10 \approx 20$ nK. Ainsi, avec une seule impulsion carrée, on obtient sur des atomes de Césium, un résultat équivalent à celui obtenu sur les mêmes atomes de Césium, par une séquence beaucoup plus complexe de 8 impulsions de Blackman à droite, puis à gauche de $v=0$, analogue à celle de la figure 2 [voir Ref [4]]. La simplification de l'expérience est considérable. On note aussi clairement sur la figure 4 que la largeur du pic d'atomes froids est nettement plus petite que la largeur du tron Raman.

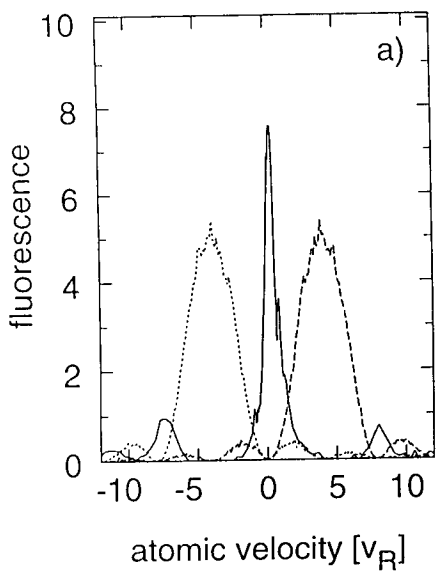


Fig. 4
(extraite de [5])

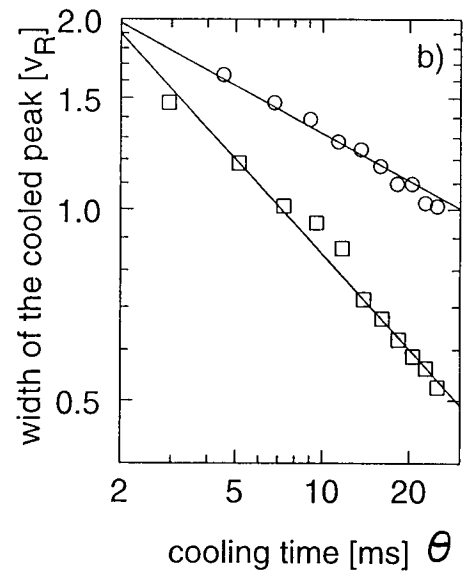


Fig. 5
(extraite de [5])

- Les variations de la largeur du pic d'atomes froids avec le temps d'interaction θ ont été également mesurées (carrés de la figure 5). On trouve bien une loi en $\theta^{-1/2}$. La même expérience a été refaite avec une seule impulsion Blackman, centrée en $v=+4v_R$ puis en $v=-4v_R$, et de même largeur spectrale que l'impulsion carrée. Les résultats expérimentaux (ronds de la figure 5), confirment la variation prévue en $\theta^{-1/4}$, plus lente que celle correspondant aux impulsions carrées. Cette expérience fournit donc un test précis, pour le refroidissement Raman, de la prédiction théorique (9.8).

Expériences utilisant 2 impulsions carrées

- La formule (9.8), combinée avec l'équation (9.2) qui reste valable pour le refroidissement Raman (voir §4.3 plus loin), montre que pour une valeur donnée de θ et pour $\alpha=2$, p_θ décroît avec p_0 comme $\sqrt{p_0}$. On a donc intérêt, pour diminuer p_θ , à réduire la largeur p_0 du tron Raman de la figure 4.
- Il est clair cependant que si l'on utilise une seule impulsion carrée de part et d'autre de $v=0$, et si le profil spectral correspondant est trop étroit, on va perdre des atomes qui échappent au refroidissement. Déjà sur la figure 4 apparaissent sur le profil de vitesse, au voisinage des autres zéros du profil d'excitation (près de $v = \pm 8 v_R$) des pics d'atome qui ne sont pas affectés par les impulsions Raman. D'où l'idée d'utiliser 2 impulsions carrées, l'une de profil spectral étroit pour créer un

trou Raman aussi étroit que possible, l'autre de profil spectral [IX-7] plus large, pour ramasser le plus grand nombre possible d'atomes et les ramener vers $v=0$. On voit de nouveau apparaître les 2 ingrédients essentiels du refroidissement subrept : filtrage et recyclage.

- Une expérience a donc été réalisée, utilisant 2 impulsions carrées de durées égales à $120 \mu s$ et $30 \mu s$, dont les profils spectraux sont centrés en $+v_R$ et $+4v_R$, respectivement, puis en $-v_R$ et $-4v_R$. La figure 6 représente les profils d'excitation associés à ces 2 impulsions. Pour plus de clarté, seules les profils à $-v_R$ et $-4v_R$ sont représentés. La figure 7 donne le profil de vitesses obtenu après 26 répétitions d'un tel cycle. On obtient un pic de largeur égale à $\delta v = 0.12 v_R$ correspondant à une température $T \approx 2.8 \text{ nK}$. 35% d'atomes contribuent au pic.

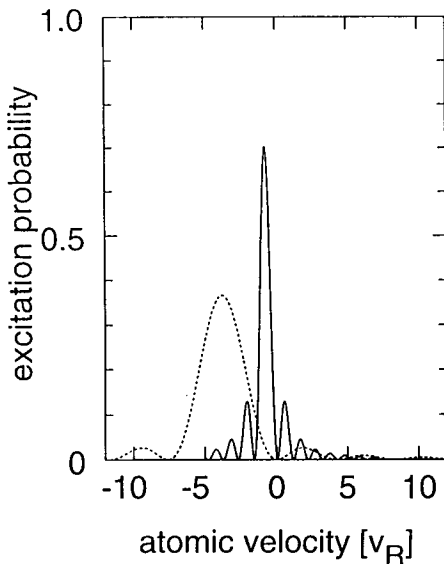


Fig. 6
(extraite de [5])

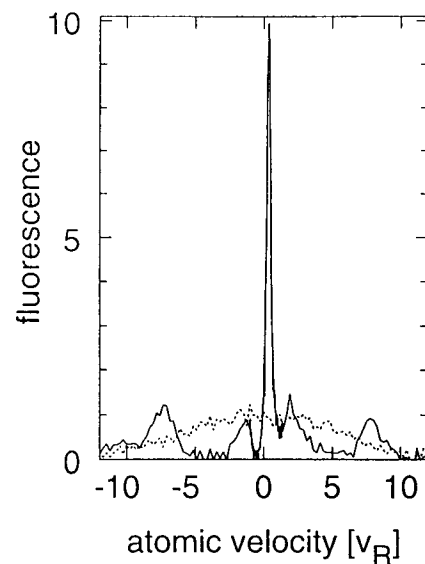


Fig. 7
(extraite de [5])

Compromis finesse - remplissage

- On pourrait être tenté de continuer à affiner le spectre des impulsions carrées. Effectivement, en utilisant des impulsions de durée égale à $400 \mu s$, des températures $T \approx 0.8 \text{ nK} = T_R/250$ ont pu être obtenues, mais l'accroissement de hauteur du pic (par rapport à la distribution non refroidie) n'est plus que de 6.8, alors qu'il est de 10 pour la figure 7.
- En effet, si l'on diminue trop la largeur p_0 du trou Raman, la durée τ_0 de l'impulsion, qui est inversement proportionnelle à p_0 , devient de plus en plus longue et le nombre d'impulsions qu'on peut réaliser pendant le temps Θ diminue. Le filtrage est meilleur quand p_0 diminue, mais le recyclage devient de plus en plus mauvais.
- Il est clair donc qu'un compromis doit être réalisé entre finesse du pic étroit et remplissage de ce pic. Pour déterminer le meilleur compromis possible, il faut choisir une grandeur physique intéressante et chercher l'optimum de cette grandeur quand on fait varier p_0 . C'est ce que nous faisons dans le paragraphe suivant en utilisant les résultats quantitatifs des cours VII et VIII.

④ Optimisation du refroidissement Raman 1D (avec des impulsions carrées)

4.1 Liens entre la largeur du trou Raman et la durée de l'impulsion carrée

- Soit Θ_0 la durée de l'impulsion carrée. Quand l'interaction atome-laser décrite par la fréquence de Rabi effective Ω écrite en (9.3) peut être traitée perturbativement, le profil spectral associé à l'impulsion est le carré du module de la transformée de Fourier de cette impulsion et l'écart v_0 (en vitesse) entre le maximum de ce profil et le 1^{er} zéro est donné par $2k v_0 \Theta_0 = 2\pi$, c-à-d par $k v_0 = \pi / \Theta_0$ (il faut prendre $2k v_0$ dans $2k v_0 \Theta_0$ parce que les effets Doppler des 2 ondes s'ajoutent dans la transition Raman stimulée).
- On a intérêt en fait à réaliser des impulsions qui soient des impulsions π à résonance, pour avoir un transfert maximal de $|1\rangle$ vers $|2\rangle$. On a alors $\Omega \Theta_0 = \pi$. La distance v_0 entre le maximum correspondant et le 1^{er} zéro est alors donnée par $\sqrt{4k^2 v_0^2 + \Omega^2} \Theta_0 = 2\pi$, c'est à dire, compte tenu de $\Omega \Theta_0 = \pi$, par $k v_0 = (\sqrt{3}/2) \pi / \Theta_0$; qui ne diffère pas beaucoup de la valeur donnée plus haut.

4.2 Choix de la séquence d'impulsions

- Le paramètre Θ_0 introduit plus haut est la durée de l'impulsion carrée la plus longue, celle servant au filtrage. Il faut lui ajouter des impulsions plus courtes, ayant un spectre plus large en fréquence et permettant de ramener vers $p=0$ les atomes qui ne sont pas affectés par l'impulsion de durée Θ_0 .
- Si l'on dispose d'une grande réserve de puissance laser, on peut utiliser pour les impulsions de recyclage des impulsions très courtes en temps (tout en maintenant la condition d'impulsion π avec une intensité élevée) et ayant un spectre de fréquence très large. L'idée est de minimiser le coût en temps pris par le recyclage et de le rendre aussi petit que possible devant Θ_0 .
- Il faut prendre garde cependant à ne pas laisser de "trou" dans le profil d'excitation pour $|v| > v_0$. L'idéal serait d'avoir un profil aussi plat que possible en dehors du trou Raman. Pour adapter au mieux le recyclage au filtrage, F. Bardou propose par exemple d'utiliser pour le recyclage une série d'impulsions carrées, de durée $\Theta_0/2, \Theta_0/2^2, \Theta_0/2^3, \dots$, convenablement centrées pour avoir toujours leur 1^{er} zéro centré en $v=0$. Le coût en temps d'une telle série est de l'ordre de Θ_0 (somme de la série géométrique) et le profil d'excitation varie peu en dehors du trou Raman. En d'autres termes, le temps total pris par le filtrage et le recyclage d'un côté de $v=0$ est de l'ordre de $2\Theta_0$ (en supposant que les impulsions de repompage ont une durée négligeable devant Θ_0). Comme il faut répéter les impulsions de l'autre côté de $v=0$, on arrive à un temps total de l'ordre de $4\Theta_0$ par séquence.
- En fait, il n'est pas nécessaire de couvrir tout le domaine de vitesse à droite et à gauche de $v=0$ (en dehors du trou Raman). Il suffit de s'arrêter à la largeur de la distribution initiale de vitesses des atomes. On définit ainsi la zone $[-v_{\max}, +v_{\max}]$ ou $[-p_{\max}, +p_{\max}]$ dans laquelle la diffusion en vitesse ou en impulsion des atomes est confinée.

4.3 Liens entre la largeur p_0 du trou Raman et le taux d'excitation

$1/\tau_0$ en dehors du trou Raman

- Notons tout d'abord qu'il ne faut pas confondre la probabilité d'excitation à l'issue d'une impulsion (nombre sans dimension qui peut atteindre la valeur 1 pour une impulsion π) et le taux d'excitation $\Gamma'(v)$ qui est une probabilité par unité de temps et qui dépend du nombre de fois qu'on peut répéter par seconde la séquence filtrage + recyclage.
- Si la durée totale d'une séquence est $4\theta_0$ et si les impulsions Raman sont des impulsions π en dehors du trou Raman, on a un taux d'excitation $1/\tau_0$ de l'ordre de $1/4\theta_0$. Comme $k v_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} \pi / \theta_0$, on voit que l'on peut écrire

$$\frac{1}{\tau_0} \approx \frac{1}{4\theta_0} = \frac{k v_0}{2\pi\sqrt{3}} = \frac{k p_0}{2\pi\sqrt{3} M} \quad (9.10)$$

c'est-à-dire encore

$$p_0 = a \frac{M}{k} \frac{1}{\tau_0} \quad \text{avec } a = 2\pi\sqrt{3} \quad (9.11)$$

Si les impulsions ne sont pas des impulsions π , $1/\tau_0$ est plus petit que $1/4\theta_0$ et a est plus grand que $2\pi\sqrt{3}$.

- Finalement, on voit qu'on peut généraliser au refroidissement Raman la relation (9.2) introduite plus haut à propos du refroidissement VSCPT.

4.4 Choix de la grandeur physique à optimiser

Un des objectifs essentiels du refroidissement laser est d'essayer d'augmenter au maximum la densité des atomes dans l'espace des impulsions au voisinage de $p=0$, ce qui n'est autre que la hauteur P_0 du pic de la distribution d'impulsion en $p=0$. La hauteur de ce pic sera d'autant plus grande que la proportion $r(\theta)$ d'atomes refroidis, qui est aussi (à un facteur multiplicatif près) la proportion $f(\theta)$ d'atomes piégés puisque nous avons ici $\mu=1/2$ et donc $\mu \leq 1$, est plus élevé, et que la largeur p_0 du pic dans lequel les atomes sont regroupés est plus petite. Nous allons donc ici, θ étant fixé, chercher pour quelle valeur p_0 de la largeur du trou Raman, le rapport

$$h(p_0, \theta) = \frac{f(p_0, \theta)}{P_0(p_0)} \quad (9.12)$$

est maximum. Nous avons fait apparaître explicitement dans les notations la dépendance en p_0 de la proportion d'atomes piégés $f(p_0, \theta)$ et de la largeur du pic $P_0(p_0)$. Maximiser $h(p_0, \theta)$ revient à essayer de concentrer le plus possible d'atomes dans un pic aussi étroit que possible.

Remarque

Nous préférons utiliser ici l'équation (9.12), plutôt que l'équation (8.26) du cours VIII. En effet, l'équation (8.26) donne la hauteur P_0 du pic à la limite asymptotique $\theta \rightarrow \infty$ où la proportion d'atomes piégés f a atteint sa limite (égale à 1) et ne varie plus. En

utilisant (9.12) et l'équation (7.35) du cours VII, qui décrit comment f atteint sa valeur asymptotique, on tient compte des variations de f avec p_0 et θ . Quant à la largeur $P_0(p_0)$, elle varie toujours avec p_0 et θ , même à la limite asymptotique.

4.5 Calcul de la valeur optimale de la largeur p_0 du trou Raman

- Si θ est suffisamment grand, la valeur optimale de p_0 est petite devant $\hbar k$ (nous le vérifierons ci-dessous). Il n'est donc pas nécessaire de distinguer P_{trap} et P_0 . Nous pouvons choisir

$$P_{\text{trap}} = P_0 \quad (9.13.a)$$

ce qui entraîne, d'après la figure 2 du cours VIII

$$\tau_{\text{trap}} = \tau_0 \quad (9.13.b)$$

- Comme nous avons ici $\langle \tau \rangle$ infini et $\langle \tau \rangle$ fini, il faut utiliser l'équation (7.35) avec $\mu = 1/2$ et $\tau_B = \tau_0$, ce qui donne

$$f(p_0, \theta) = 1 - \frac{1}{\pi} \frac{\langle \tau \rangle}{\tau_0} \left(\frac{\tau_0}{\theta} \right)^{1/2} \quad (9.14)$$

Remplaçons $\langle \tau \rangle$ par sa valeur donnée par l'équation (5.46)

$$\langle \tau \rangle = \tau_0 \frac{P_{\text{max}}}{P_0} \quad (9.15)$$

Il vient

$$f(p_0, \theta) = 1 - \frac{P_{\text{max}}}{\pi P_0} \left(\frac{\tau_0}{\theta} \right)^{1/2} \quad (9.16)$$

Enfin, l'équation (9.8) donne avec $\alpha = 2$

$$P_0(p_0) = P_0 \left(\frac{\tau_0}{\theta} \right)^{1/2} \quad (9.17)$$

de sorte qu'on obtient pour $h(p_0, \theta)$

$$h(p_0, \theta) = \frac{1 - \frac{P_{\text{max}}}{\pi P_0} \left(\frac{\tau_0}{\theta} \right)^{1/2}}{P_0 \left(\frac{\tau_0}{\theta} \right)^{1/2}} \quad (9.18)$$

- Dans (9.18), on peut remplacer τ_0 par son expression (9.11) en fonction de p_0 ce qui donne

$$h(p_0, \theta) = \frac{1 - \alpha(\theta) p_0^{-3/2}}{\beta(\theta) p_0^{1/2}} \quad (9.19)$$

avec

$$\begin{cases} \alpha(\theta) = \frac{P_{\text{max}}}{R\theta} \left(\frac{aM}{R\theta} \right)^{1/2} \\ \beta(\theta) = \left(\frac{aM}{R\theta} \right)^{1/2} \end{cases} \quad (9.20)$$

- Il est alors facile de trouver la valeur de p_0 qui maximise $h(p_0, \theta)$ et la valeur optimale correspondante de P_0

$$\frac{\partial h(p_0, \theta)}{\partial p_0} = 0 \quad \text{pour} \quad (p_0)_{\text{opt}} = (4\alpha)^{2/3} \quad (9.21)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{P_0}{\hbar k} \right)_{\text{opt}} = \left(\frac{P_{\text{max}}}{\hbar k} \right)^{2/3} \left(\frac{\hbar}{E_R \theta} \right)^{1/3} 2 \left(\frac{\alpha}{\pi^2} \right)^{1/3} \\ \left(\frac{P_0}{\hbar k} \right)_{\text{opt}} = \left(\frac{P_{\text{max}}}{\hbar k} \right)^{1/3} \left(\frac{\hbar}{E_R \theta} \right)^{2/3} \pi \left(\frac{\alpha}{\pi^2} \right)^{2/3} \end{cases} \quad \begin{matrix} (9.22.a) \\ (9.22.b) \end{matrix}$$

$E_R = \hbar^2 k^2 / 2M$ est l'énergie de recul

4.6 Discussion physique

- Dans les équations (9.22), t_R/E_R est le temps de recul T_R , caractéristique de l'amortissement des vitesses dans une mélasse optique et de l'ordre de quelques dizaines de microsecondes. Comme θ peut aller jusqu'à 10 ou 20 millisecondes, le rapport $t_R/E_R\theta = T_R/\theta$ est en général très petit, de l'ordre de 1/300 pour $\theta = 20$ ms. Comme P_{max} ne dépasse pas en général 3 à 4 t_R , on voit sur (9.22.a) que $(P_0)_{opt}$ est en général inférieur à t_R , ce qui justifie le choix fait plus haut en (9.13).
- L'équation (9.22.b) montre que, si P_0 est optimisé pour chaque valeur de θ , la décroissance de P_0 avec θ n'est plus en $\theta^{-1/2}$ (comme c'est le cas avec une valeur fixée de P_0), mais en $\theta^{-2/3}$. Elle est donc plus rapide.
- La comparaison des valeurs optimales de $(P_0)_{opt}$ et $(P\theta)_{opt}$ déduites de (9.22) montre que les résultats expérimentaux décrits plus haut ne sont pas loin de l'optimum (la figure 7 correspond à $\theta = 10$ ms). Avec une puissance laser plus élevée, permettant de réaliser des impulsions π et de réduire la durée θ_0 d'une séquence, et une valeur de $\theta = 20$ ms, on pourrait espérer atteindre $T_R = 0.5$ nK.
- L'optimisation de la largeur P_0 du trou Raman est un problème qui se pose également pour le refroidissement VSCPT. Dans ce cas, filtrage et recyclage s'effectuent en permanence. Le paramètre expérimental qui fait varier P_0 et τ_0 est la fréquence de Rabi Ω_1 (et le désaccord δ) associés aux faisceaux VSCPT. Le même type de calcul peut être fait. Il faut prendre garde cependant au fait que P_{max} (qui décrit l'efficacité du prerefroidissement Sisyphes) dépend également de Ω_1 et δ .
- Prolongements possibles d'un tel calcul : Recherche de l'optimum des refroidissements Raman 2D et 3D.

Références

[1] - M. Kasevich, S. Chu Phys. Rev. Lett. 69, 1741 (1992)
[2] - N. Davidson, H.J. Lee, M. Kasevich, S. Chu, Phys. Rev. Lett. 72, 3158 (1994)
[3] - M. Kasevich, D.S. Weiss, E. Riis, K. Moler, S. Kasapi, S. Chu Phys. Rev. Lett. 66, 2297 (1991)
[4] - J. Reichel, O. Morice, G.M. Tino, C. Salomon, Europhys. Lett. 28, 477 (1994)
[5] - J. Reichel, F. Bardou, M. Ben Dahan, E. Peik, S. Rand, C. Salomon, C. Cohen-Tannoudji, Accepté pour publication à Phys. Rev. Lett.
[6] - J. Reichel, Thèse, Paris 1996 (en cours de rédaction)