

Collisions à très basse énergie

Longueur de diffusion

① Introduction

- Importance de cette étude pour la physique des atomes froids
 - (i) Importance des collisions élastiques pour le refroidissement évaporatif qui permet d'atteindre le seuil de condensation.
 - (ii) Importance des interactions entre atomes
 - pour comprendre la forme du condensat dans un piège
 - pour comprendre les fréquences propres de vibration du condensat
 - pour diagnostiquer dans certains cas (hydrogène) l'apparition du condensat (déplacement collisionnel de la raie 1S-2S)
 - (iii) Limitations introduites par les collisions inélastiques sur les densités qui peuvent être atteintes dans un piège.
- Dans ce cours, on se limite aux collisions élastiques et on introduit les paramètres physiques essentiels qui décrivent une collision à très basse énergie : déphasage sans l'onde S, longueur de diffusion, portée effective.

② Description d'une collision - Notations [1][2][3].

2 particules de masses m_1 et m_2 , interagissant par un potentiel $V(r)$ ne dépendant que de la distance $r = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$.

a - Hamiltonien - Séparation du mouvement du centre de masse

$$H = \frac{\vec{P}_1^2}{2m_1} + \frac{\vec{P}_2^2}{2m_2} + V(r) \quad (2.1)$$

- Variables $\vec{r}_G$ et $\vec{P}_G$ du centre de masse

$$\vec{r}_G = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2} \quad (2.2.a) \quad \vec{P}_G = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \quad (2.2.b)$$

- Variables $\vec{r}$ et $\vec{p}$ dans le système du centre de masse

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \quad (2.3.a) \quad \frac{\vec{p}}{m_{\text{red}}} = \frac{\vec{P}_1}{m_1} - \frac{\vec{P}_2}{m_2} \quad (2.3.b)$$

$$m_{\text{red}} = \text{masse réduite} \quad m_{\text{red}} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (2.4)$$

$$H = \frac{\vec{P}_G^2}{2(m_1 + m_2)} + \frac{\vec{p}^2}{2m_{\text{red}}} + V(r) \quad (2.5)$$

- Cas important où les 2 particules sont identiques

$$m_1 = m_2 = m \quad m_{\text{red}} = \frac{m}{2} \quad (2.6)$$

II-2]

Dans toute la suite, on suppose les 2 particules identiques

$$H = \frac{\vec{P}_G^2}{4m} + \frac{\vec{P}^2}{m} + V(r) \quad (2.7)$$

- $\vec{r}_G$ et $\vec{p}_G$ sont des variables canoniques conjuguées, de même que $\vec{r}$ et $\vec{p}$. $\vec{r}_G$ et $\vec{p}_G$ commutent avec $\vec{r}$ et $\vec{p}$

Le mouvement du centre de masse est celui d'une particule libre de masse $2m$. Dans le système du centre de masse, la dynamique est celle d'une particule fictive, la particule relative, de masse

$$\mu = m_{red} = \frac{m}{2} \quad (2.8)$$

diffusé par un potentiel central $V(r)$. Tous les résultats rappelés dans le cours I sont donc applicables, à condition de remplacer μ par $m/2$.

b. Fonctions propres de H décrivant une collision

- Impulsions initiales des 2 particules : $\vec{p}_1 = \hbar \vec{k}_1$ et $\vec{p}_2 = \hbar \vec{k}_2$
En posant $\vec{p}_G = \hbar \vec{k}_G$ et $\vec{p} = \hbar \vec{k}$, on obtient compte tenu de (2.3), (2.4), (2.6)

$$\vec{r}_G = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \quad \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \quad (2.9)$$

$$\vec{k}_G = \frac{\vec{k}_1 + \vec{k}_2}{2} \quad \vec{k} = \frac{\vec{k}_1 - \vec{k}_2}{2} \quad (2.10)$$

- $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = e^{i \vec{k}_G \cdot \vec{r}_G} v_k^{diff}(\vec{r}) \quad (2.11)$

$$e^{i \vec{k}_G \cdot \vec{r}_G} = e^{\frac{i}{2} (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot (\vec{r}_1 + \vec{r}_2)} \quad (2.12)$$

$$v_k^{diff}(\vec{r}) \underset{r \rightarrow \infty}{\simeq} e^{\frac{i}{2} (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)} + f_k(\theta) \frac{e^{ik|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \quad (2.13)$$

Comme $V(r)$ est central, on peut utiliser le développement en ondes partielles (1.25) de l'amplitude de diffusion $f_k(\theta)$.

c. Conséquences du postulat de symétrisation

- Pour des bosons identiques, $\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ doit être symétrique en $\vec{r}_1, \vec{r}_2$.
La partie relative au centre de masse, (2.12), est bien symétrique.
Par contre, il faut symétriser (2.13) qui n'est pas symétrique.
- On montre alors aisément que dans le système du centre de masse, les 2 chemins représentés sur la figure 1 sont indiscernables et interfèrent avec le signe +

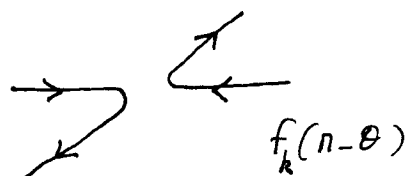
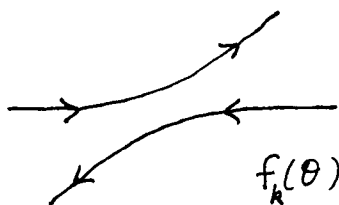


Fig. 1

Il faut donc remplacer l'amplitude de diffusion $f(\theta)$ par $f_k(\theta) + f_k(\pi - \theta)$

II-3

$$f_k(\theta) \rightarrow f_k(\theta) + f_k(\pi - \theta) \quad (2.14)$$

- Par ailleurs, comme les états physiques dans l'état final sont identiques pour θ et $\pi - \theta$, il faut, pour obtenir la section efficace totale intégrer sur θ de 0 à $\frac{\pi}{2}$ et non plus de 0 à π

$$\sigma_{\text{total}} = \int_0^{\pi/2} 2\pi \sin \theta d\theta |f_k(\theta) + f_k(\pi - \theta)|^2 \quad (2.15)$$

- En reportant (1.25) dans (2.15) et en utilisant les relations d'orthonormalisation des $Y_l^0(\theta)$, ainsi que leurs propriétés de symétrie ($Y_l^0(\pi - \theta) = (-1)^l Y_l^0(\theta)$), on obtient :

$$\sigma_{\text{total}}(k) = \frac{8\pi}{k^2} \sum_{l \text{ pairs}} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k) \quad (2.16)$$

où l'on a fait apparaître dans les notations que σ_{total} et δ_l dépendent de k . Deux bosons identiques ne peuvent entrer en collision que dans une onde partielle de l pair ($s, d, g, \dots$)

- Pour des Fermions identiques, il faudrait remplacer $\sum_{l \text{ pairs}}$ par $\sum_{l \text{ impairs}}$.

d - Simplifications apparaissant à très basse énergie

- Revenons à l'équation (1.18) satisfaite par la fonction d'onde radiale. Si l est non nul, le potentiel centrifuge $l(l+1)/r^2$ s'ajoute au potentiel $V(r)$. Si $V(r) = 0$, le potentiel centrifuge empêche la particule d'énergie k^2 de s'approcher de l'origine à une distance inférieure à r_0 où r_0 est donnée par

$$k r_0 = \sqrt{l(l+1)} \quad (2.17)$$

Soit b la zone d'action du potentiel $V(r)$. Si la condition

$$k b \ll 1 \quad \text{c-à-d encore} \quad b \ll \lambda_{dB} \quad (2.18)$$

est satisfaite, r_0 est très grand devant b dès que $l \geq 1$. Toutes les ondes partielles de l non nul seront donc très peu sensibles au potentiel et on s'attend donc à ce que seul le déphasage $\delta_0(k)$ dans l'onde s apporte une contribution significative dans (2.16)

- Le raisonnement précédent est confirmé par une étude plus quantitative qui montre que, dès que le potentiel $V(r)$

II-4 décroît plus vite que $1/r^3$ aux grandes valeurs de r , seul $\delta_0(k)/k$ tend vers une valeur non nulle quand $kb \rightarrow 0$. Dans (2.16), $\sin^2 \delta_0(k)/k^2$ tend donc vers 0 quand $l \neq 0$ et on peut donc écrire

$$\sigma_{\text{total}}(k) \underset{kb \ll 1}{\simeq} \frac{8\pi}{k^2} \sin^2 \delta_0(k) \quad (2.19)$$

- Dans toute la suite, nous étudions donc uniquement la diffusion dans l'onde s . L'équation radiale (1.18) s'écrit alors (en omettant l'indice $l=0$ dans u_{kl}) :

$$\left\{ \begin{aligned} \left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - U(r) \right] u_k(r) &= 0 \\ u_k(0) &= 0 \end{aligned} \right. \quad (2.20.a)$$

$$\quad (2.20.b)$$

③ Longueur de diffusion a

a - Définition.

$$a = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{-\delta_0(k)}{k} \quad (2.21)$$

On déduit alors de (2.19) que

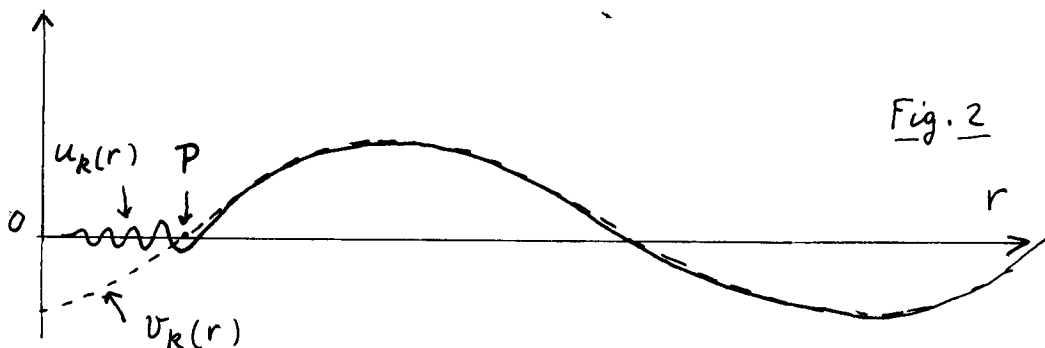
$$\lim_{k \rightarrow 0} \sigma_{\text{total}}(k) = 8\pi a^2 \quad (2.22)$$

b - Fonction d'onde $v_k(r)$ prolongeant le comportement asymptotique de $u_k(r)$.

- Aux très grandes valeurs de r , $u_k(r)$ se comporte comme $C \sin[kr + \delta_0(k)]$, par définition même du déphasage $\delta_0(k)$ (C est une constante dépendant de la normalisation choisie).
- Pour interpréter géométriquement a , il est commode d'introduire la fonction $v_k(r)$ qui pour tout r est égale à

$$v_k(r) = C \sin[kr + \delta_0(k)] \quad (2.23)$$

En d'autres termes $v_k(r)$ prolonge au voisinage de $r=0$ le comportement asymptotique de $u_k(r)$. Voir la figure 2 où $u_k(r)$ est représenté en traits pleins, $v_k(r)$ en traits tirés.



C - Interprétation géométrique de la longueur de diffusion

- Soit P l'intersection de $v_k(r)$ avec l'axe des abscisses (voir Fig. 2) la plus proche de 0. L'abscisse r_p de P est donnée par

$$r_p = - \frac{\delta_0(k)}{k} \quad (2.24)$$

où le fait que P est le point d'intersection le plus proche de 0 se traduit par la condition $-\pi/2 \leq \delta_0(k) \leq +\pi/2$ (voir plus bas).

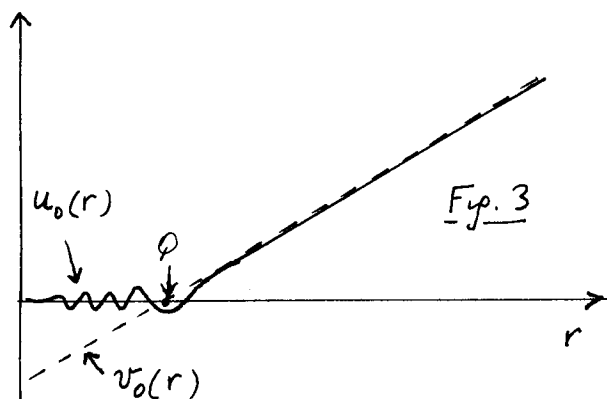
- On déduit alors de (2.21) et (2.24) que a est la limite de l'abscisse r_p de P quand $k \rightarrow 0$. Notons que quand $k=0$, la fonction $v_{k=0}(r) = v_0(r)$ est une fonction linéaire de r (solution de (2.20.a) avec $k=0$, $U(r)=0$). D'après (2.24), l'abscisse du point

Q d'intersection de la droite correspondante avec l'axe des abscisses n'est autre que a (voir Fig. 3)

On peut donc écrire

$$v_0(r) = C'(r-a) \quad (2.25)$$

où C' est une constante



- On peut retrouver (2.25) en développant (2.23) en puissances de kr et en ne gardant que les termes d'ordre 0 et 1. On obtient ainsi

$$v_k(r) \underset{kr \rightarrow 0}{\simeq} kr \cos \delta_0(k) + \sin \delta_0(k) \quad (2.26)$$

ce qui conduit à une nouvelle expression de a

$$a = \lim_{k \rightarrow 0} - \frac{\tan \delta_0(k)}{k} \quad (2.27)$$

La définition (2.27) est bien son équivalente à (2.21) puisque $\tan \delta_0(k) \simeq \delta_0(k)$ quand $k \rightarrow 0$. Elle a l'avantage de pouvoir exprimer simplement que sur la figure 2 P est le point d'intersection de $v_k(r)$ avec l'axe des abscisses le plus proche de 0. En effet $\delta_0(k)$ n'est défini qu'à π près, puisque ajouter π à $\delta_0(k)$ revient à changer le signe de $v_k(r)$, c'est à dire encore le signe de C . Si l'on impose à $\delta_0(k)$ d'être compris entre $-\pi/2$ et $+\pi/2$

$$-\pi/2 \leq \delta_0(k) \leq +\pi/2 \quad (2.28)$$

les équations (2.27) et (2.28) donnent bien l'abscisse de la limite Q du point P le plus proche de 0

d - Expression de a dans le cadre de l'approximation de Born

- Si l'on ne garde que la diffusion dans l'onde s, l'amplitude de diffusion (1.25), qui ne dépend plus de θ , s'écrit :

II - 6

$$f_k = \frac{e^{i\delta_0(k)} \sin \delta_0(k)}{k} \quad (2.29)$$

Quand $k \rightarrow 0$, $\delta_0(k) \rightarrow 0$, et on obtient, compte tenu de (2.21)

$$\lim_{k \rightarrow 0} f_k = -a \quad (2.30)$$

- Par ailleurs, si l'approximation de Born est valable, f_k est donnée par (1.13) pour k très petit. En combinant (1.13) et (2.30) et en utilisant $\mu = m_{\text{red}} = m/2$, on obtient alors

$$a_{\text{Born}} = \frac{m}{4\pi\hbar^2} \int d^3r V(r) \quad (2.31)$$

④ Portée effective

D'après (2.27), $\tan \delta_0(k)$ se comporte comme $-ak$ aux faibles valeurs de k . Dans ce paragraphe, nous essayons d'établir la forme des termes d'ordre supérieur en k .

a. Choix d'une normalisation pour les fonctions prolongées v

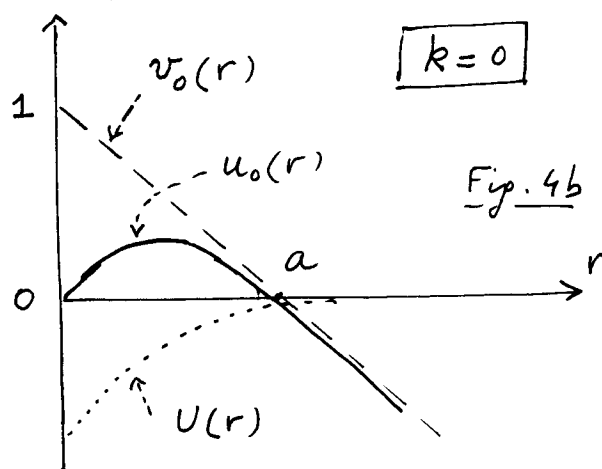
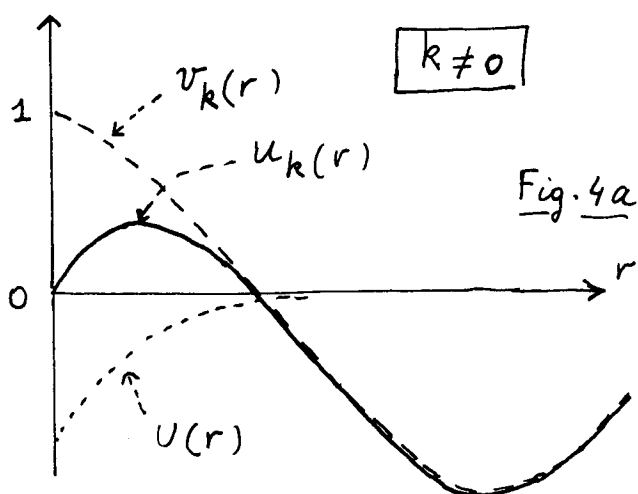
- Nous choisissons C et C' pour que la fonction prolongée $v_k(r)$ pour $k \neq 0$, ou $v_0(r)$ pour $k=0$, soit égale à 1 en $r=0$. Ceci donne

$$v_k(r) = \frac{\sin[kr + \delta_0(k)]}{\sin \delta_0(k)} \quad (2.32)$$

$$v_0(r) = 1 - \frac{r}{a} \quad (2.33)$$

- Notons que le choix (2.32) n'est valable que si $\delta_0(k) \neq 0$ lorsque $k \neq 0$, car dans ce cas $v_k(r)$ est infini.

b. Etablissement d'une équation exacte reliant a et $\delta_0(k)$



- La figure 4a représente, pour $k \neq 0$, la fonction d'onde radiale $u_k(r)$ (traits pleins) et la fonction prolongée $v_k(r)$ (traits tirés). En pointillés est représenté également le potentiel $V(r)$. Rappelons les équations satisfaites par $u_k(r)$ et $v_k(r)$

$$\begin{cases} \frac{d^2 u_k(r)}{dr^2} + [k^2 - V(r)] u_k(r) = 0 & (2.34.a) \\ \frac{d^2 v_k(r)}{dr^2} + k^2 v_k(r) = 0 & (2.34.b) \end{cases}$$

ainsi que les conditions initiales

$$u_k(0) = 0 \quad (2.35.a) \quad v_k(0) = 1 \quad (2.35.b)$$

- La figure 4b représente les mêmes fonctions pour $k=0$. On a donc

$$\begin{cases} \frac{d^2 u_0(r)}{dr^2} - V(r) u_0(r) = 0 & (2.36.a) \\ \frac{d^2 v_0(r)}{dr^2} = 0 & (2.36.b) \end{cases}$$

$$u_0(0) = 0 \quad (2.37.a) \quad v_0(0) = 1 \quad (2.37.b)$$

- Enfin, par définition même des fonctions prolongées

$$v_k(r) - u_k(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0 \quad (2.38.a) \quad v_0(r) - u_0(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0 \quad (2.38.b)$$

- Multiplions (2.36.a) par $u_k(r)$, (2.34.a) par $u_0(r)$ et soustrayons les 2 équations ainsi obtenues. Il vient

$$u_k(r) u_0''(r) - u_0(r) u_k''(r) = \frac{d}{dr} [u_k(r) u_0'(r) - u_0(r) u_k'(r)] = k^2 u_k(r) u_0(r) \quad (2.39)$$

La même démarche effectuée sur (2.36.b) et (2.34.b) donne :

$$v_k(r) v_0''(r) - v_0(r) v_k''(r) = \frac{d}{dr} [v_k(r) v_0'(r) - v_0(r) v_k'(r)] = k^2 v_k(r) v_0(r) \quad (2.40)$$

Retranchons (2.40) de (2.39). Il vient

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} [u_k(r) u_0'(r) - u_0(r) u_k'(r) - v_k(r) v_0'(r) + v_0(r) v_k'(r)] &= \\ &= k^2 [u_k(r) u_0(r) - v_k(r) v_0(r)] \end{aligned} \quad (2.41)$$

Intégrons enfin les 2 membres de (2.41) de $r=0$ à $r=\infty$.

La valeur en $r=\infty$ du crochet du 1^{er} membre est nulle puisque v_k et v_0 coïncident alors avec u_k et u_0 respectivement [voir (2.38)]. La valeur en $r=0$ du crochet se calcule aisément compte tenu de (2.35), (2.36) et des relations suivantes qui se déduisent de (2.32) et (2.33)

$$v'_k(0) = k \cotg \delta_0(k)$$

$$v'_0(0) = -\frac{1}{a} \quad (2.42)$$

On obtient ainsi

$$-k \cotg \delta_0(k) - \frac{1}{a} = k^2 \int_0^\infty [u_k(r) u_0(r) - v_k(r) v_0(r)] dr \quad (2.43)$$

c'est à dire encore

$$k \cotg \delta_0(k) = -\frac{1}{a} + k^2 \int_0^\infty [v_k(r) v_0(r) - u_k(r) u_0(r)] dr \quad (2.44)$$

C - Approximation de la portée effective

- La relation (2.44) est exacte. Nous allons maintenant en déduire une relation approchée, valable quand le potentiel $V(r)$ décroît suffisamment vite à l'infini (voir remarque ci-dessous)

- Quand $V(r)$ décroît suffisamment vite, la contribution à l'intégrale de (2.44) de la région extérieure à la zone d'action du potentiel est négligeable car u_k et u_0 tendent très vite vers v_k et v_0 dans cette région.

D'autre part, à l'intérieur de la zone d'action du potentiel, u_k est très peu différent de u_0 , et v_k très peu différent de v_0 , si l'énergie de la particule relative $E = \hbar^2 k^2 / 2\mu = \hbar^2 k^2 / m$ est très petite devant la profondeur du potentiel. Pour k suffisamment petit, on peut donc, dans l'intégrale de (2.44), remplacer u_k par u_0 et v_k par v_0 .

- Si l'on pose donc

$$r_e = 2 \int_0^\infty [v_0^2(r) - u_0^2(r)] dr \quad (2.45)$$

on peut remplacer l'équation exacte (2.44) par

$$k \cotg \delta_0(k) \underset{k \rightarrow 0}{\simeq} -\frac{1}{a} + \frac{1}{2} r_e k^2 \quad (2.46)$$

La quantité r_e définie en (2.45) est indépendante de k et a les dimensions d'une longueur. C'est la portée effective

- L'équation (2.46) peut également être écrite sous la forme

$$\tg \delta_0(k) \underset{k \rightarrow 0}{\simeq} -a k - \frac{1}{2} r_e a^2 k^3 \quad (2.47)$$

Comme cela a été annoncé au début de ce paragraphe, on obtient ainsi les premières corrections au comportement en $-ak$ de $\tg \delta_0(k)$ au voisinage de $k=0$

Remarque : La notion de portée effective a été introduite initialement pour interpréter les expériences de diffusion proton-neutron. $V(r)$ décroît alors très vite (exponentiellement) avec r . Voir ref [4] et références in. Cette notion a été ensuite étendue à des potentiels décroissant en $1/r^n$ et il a été montré que (2.46) demeure valable pour $n > 5$ (voir ref. [5]), ce qui rend cette équation applicable aux interactions de van der Waals (en $1/r^6$) entre 2 atomes dans l'état fondamental. Ainsi, pour le potentiel triplet d'interaction entre 2 atomes d'hydrogène dans l'état fondamental, on trouve que $a = 1.33 a_0$, $r_e = 323 a_0$, où a_0 est le rayon de Bohr [6].

d - Retour à l'amplitude de diffusion

- Recevons l'expression exacte (2.29) de l'amplitude de diffusion dans l'onde δ sous la forme

$$f(k) = \frac{e^{i\delta_0(k)} \sin \delta_0(k)}{k} = \frac{\sin \delta_0(k)}{k e^{-i\delta_0(k)}} = \frac{1}{k(\cot \delta_0(k) - i)} \quad (2.48)$$

- En remplaçant dans (2.48) $k \cot \delta_0(k)$ par son expression approchée (2.46), on obtient

$$f(k) \underset{k \rightarrow 0}{\approx} \frac{1}{-\frac{1}{a} + \frac{1}{2} r_e k^2 - i k} = \frac{-a}{1 + i k a - \frac{1}{2} r_e k^2 a} \quad (2.49)$$

Une telle équation nous sera utile plus loin pour tester la validité de "potentiels modèles", ou pseudo-potentiels, utilisés dans les calculs à la place du vrai potentiel $V(r)$.

⑤ Cas où le potentiel admet un état lié d'énergie très faible

a - Caractérisation de l'état lié

- Soit
$$E = -\frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} = -\frac{\hbar^2 \kappa^2}{m} \quad (2.50)$$

l'énergie de l'état lié. On suppose $|E|$ très petit devant la profondeur du puits de potentiel.

- Désignons par $u_\kappa(r)$ la fonction propre correspondante. Elle satisfait l'équation

$$u_\kappa''(r) - (\kappa^2 + U(r)) u_\kappa(r) = 0 \quad (2.51)$$

avec, comme plus haut

$$u_\kappa(0) = 0 \quad (2.52)$$

- Par ailleurs, $u_\kappa(r)$ doit tendre vers 0 quand $r \rightarrow \infty$ et tendre vers la solution exponentiellement décroissante de (2.51)

avec $U(r) = 0$. Comme plus haut, on peut donc introduire la fonction prolongeant le comportement asymptotique de $u_k(r)$. Désignons par $v_k(r)$ cette fonction. Elle est solution de

$$v_k''(r) - \kappa^2 v_k(r) = 0 \quad (2.53)$$

décroissant en $e^{-\kappa r}$ quand $r \rightarrow \infty$. En choisissant comme plus haut la constante de normalisation pour que $v_k(0) = 1$, on obtient

$$v_k(r) = e^{-\kappa r} \quad (2.54)$$

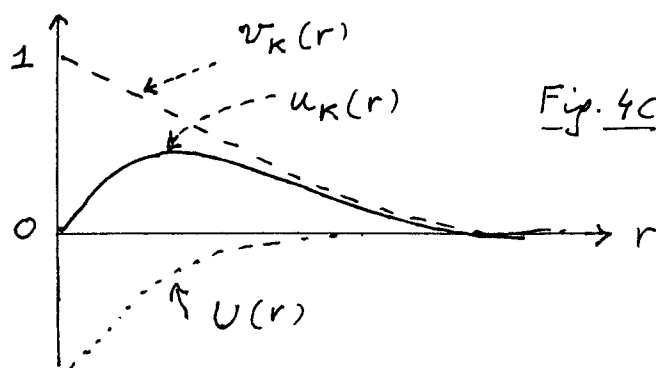
et par suite

$$v_k(0) = 1$$

$$v_k'(0) = -\kappa$$

$$(2.55)$$

La figure 4c est l'équivalent de la figure 4a pour v_k et u_k



— L'équation (2.54) permet d'introduire une longueur ξ caractérisant l'extension de l'état lié

$$\xi = \frac{1}{\kappa} \quad (2.56)$$

Comme κ est petit, ξ est grand

b - Etablissement d'une équation exacte reliant a et ξ

Les calculs du § 4b peuvent être exactement répétés en remplaçant u_k et v_k par u_k et v_k . On obtient ainsi l'équation exacte

$$\frac{1}{\xi} - \frac{1}{a} = - \frac{1}{\xi^2} \int_0^\infty [u_k(r) u_0(r) - v_k(r) v_0(r)] dr \quad (2.57)$$

c - Approximation de la portée effective

— Si $U(r)$ décroît suffisamment vite avec r , $u_k(r)$ et $u_0(r)$ tendent très vite vers $v_k(r)$ et $v_0(r)$ respectivement. Les contributions importantes à l'intégrale de (2.57) ne viennent donc que de l'intérieur de la zone d'action du potentiel.

- Dans cette zone, $u_K(r)$ est très proche de $u_0(r)$, et $v_K(r)$ très proche de $v_0(r)$, si l'énergie de l'état lié est très petite devant la profondeur du puits de potentiel. On peut donc valablement remplacer u_K par u_0 et v_K par v_0 dans l'intégrale de (2.57), ce qui fait apparaître ainsi la portée effective r_e définie en (2.45). On obtient ainsi la relation approchée

$$\frac{1}{a} \approx \frac{1}{\xi} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{r_e}{\xi} \right] \quad (2.58)$$

c'est à dire encore

$$a \approx \frac{\xi}{1 - \frac{1}{2} \frac{r_e}{\xi}} \quad (2.59)$$

- Si ξ est suffisamment grand pour que $\xi \gg r_e$, on voit ainsi que $a \approx \xi$. Quand $V(r)$ admet un état lié d'énergie très faible, la longueur de diffusion a est donc pratiquement égale à l'extension spatiale ξ de l'état lié.

References

- [1] L. Landau and E. Lifshitz, Quantum Mechanics, Pergamon Press, 1977.
- [2] C. Joachain Quantum Collision Theory, North Holland, 3rd edition 1983
- [3] J. Dalibard, in "Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases", Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, ed. by M. Inguscio, S. Stringari and C. Wieman, à paraître
- [4] J. Blatt and V. Weisskopf, Theoretical Nuclear Physics, Wiley, 2nd edition 1963
- [5] T.F. O'Malley, L. Spruch and L. Rosenberg, J. Math. Phys. 2, 491 (1961)
- [6] Y.H. Huang and W.C. Stwalley, J. de Physique 41, C7 (1980)