## Fonctions de corrélation

**Ordre 1**

$$G^{(1)}(\vec{r},\vec{r}') = \langle \hat{E}^-(\vec{r})\,\hat{E}^+(\vec{r}')\rangle$$

Caractérise les corrélations qui existent entre les valeurs du champ en 2 points différents $\vec{r}$ et $\vec{r}'$

Même si la phase globale du champ n'est pas bien définie, la différence de phase entre 2 points peut l'être

Généralisation quantique des fonctions de corrélation classiques caractérisant le contraste des franges d'interférence obtenues avec les champs issus des 2 points $\vec{r}$ et $\vec{r}'$

Généralisation à des fonctions de corrélation faisant intervenir 2 instants différents $t$ et $t'$

Normalisation souvent utile

$$g^{(1)}(\vec{r},\vec{r}') = \frac{G^{(1)}(\vec{r},\vec{r}')}{\sqrt{G^{(1)}(\vec{r},\vec{r})\,G^{(1)}(\vec{r}',\vec{r}')}}$$



**Ordre 2**

$G^{(1)}$ ne caractérise pas entièrement un champ. Deux champs peuvent être différents tout en ayant le même $G^{(1)}$

Nécessité d'introduire des fonctions de corrélation d'ordre supérieur $G^{(2)}, G^{(3)}, \ldots$

$$G^{(2)}(\vec{r},\vec{r}') = \langle \hat{E}^-(\vec{r})\,\hat{E}^-(\vec{r}')\,\hat{E}^+(\vec{r}')\,\hat{E}^+(\vec{r})\rangle$$

$G^{(2)}(\vec{r},\vec{r}')$ caractérise les corrélations d'intensité du champ en 2 points différents $\vec{r}$ et $\vec{r}'$ et la tendance des photons à se grouper.

$G^{(2)}(\vec{r},\vec{r})$ caractérise les fluctuations d'intensité en un point $\vec{r}$

$$g^{(2)}(\vec{r},\vec{r}') = \frac{G^{(2)}(\vec{r},\vec{r}')}{G^{(1)}(\vec{r},\vec{r})\;G^{(1)}(\vec{r}',\vec{r}')}$$

**Ordre 3**

$$G^{(3)}(\vec{r},\vec{r}',\vec{r}'') = \langle \hat{E}^-(\vec{r})\,\hat{E}^-(\vec{r}')\,\hat{E}^-(\vec{r}'')\,\hat{E}^+(\vec{r}'')\,\hat{E}^+(\vec{r}')\,\hat{E}^+(\vec{r})\rangle$$



## Résultats du calcul des fonctions de corrélation $G^{(1)}$ et $G^{(2)}$ dans quelques cas simples

① Cas d'un champ Gaussien

- Cas de l'équilibre thermodynamique de Maxwell-Boltzmann
- Cas d'un champ résultant de la superposition de plusieurs champs indépendants (théorème limite centrale)

$\boxed{g^{(1)}(\vec{r},\vec{r}')}$ décroît de 1 à 0 quand $|\vec{r}-\vec{r}'|$ croît de 0 à $+\infty$, sur une distance caractéristique $\lambda_c$ appelée "longueur de cohérence"

Notion de volume de cohérence

$\boxed{g^{(2)}(\vec{r},\vec{r}')}$ décroît de 2 à 1 quand $|\vec{r}-\vec{r}'|$ croît de 0 à $+\infty$ sur la même distance caractéristique $\lambda_c$

$$g^{(2)}(\vec{r},\vec{r}') = 1 + |g^{(1)}(\vec{r},\vec{r}')|^2$$

Effet Hanbury-Brown et Twiss

Groupement de photons



② Cas d'un état cohérent

$$\hat{E}^+(\vec{r})|\alpha\rangle = E^+_{cl}(\vec{r})|\alpha\rangle \qquad \langle\alpha|\hat{E}^-(\vec{r}) = E^-_{cl}(\vec{r})\langle\alpha|$$

$$E^+_{cl}(\vec{r}) = \left[E^-_{cl}(\vec{r})\right]^*$$

$$G^{(1)}(\vec{r},\vec{r}') = \langle\alpha|\hat{E}^-(\vec{r})\hat{E}^+(\vec{r}')|\alpha\rangle = E^-_{cl}(\vec{r})E^+_{cl}(\vec{r}')\langle\alpha|\alpha\rangle = E^-_{cl}(\vec{r})E^+_{cl}(\vec{r}')$$

On aurait de même

$$G^{(2)}(\vec{r},\vec{r}') = E^-_{cl}(\vec{r})E^-_{cl}(\vec{r}')E^+_{cl}(\vec{r}')E^+_{cl}(\vec{r}) = \underbrace{E^-_{cl}(\vec{r})E^+_{cl}(\vec{r})}_{I_{cl}(\vec{r})}\;\underbrace{E^-_{cl}(\vec{r}')E^+_{cl}(\vec{r}')}_{I_{cl}(\vec{r}')}$$

Toutes les fonctions de corrélation se factorisent en produits de fonctions de $\vec{r}, \vec{r}'$. Définition d'un champ cohérent (Glauber)

On en déduit

$$|g^{(1)}(\vec{r},\vec{r}')| = 1 \qquad g^{(2)}(\vec{r},\vec{r}') = 1$$

Plus d'effet Hanbury-Brown et Twiss