

atomes seront la plupart du temps éloignés les uns des autres et on peut espérer que l'erreur commise sera négligeable.

On commence par étudier un pseudopotentiel en fonction delta, $V_\delta(\vec{r}) = g \delta(\vec{r})$, où $\delta(\vec{r})$ est la fonction delta de Dirac et g une constante. Si l'on impose à V_δ de redonner la même longueur de diffusion a que le vrai potentiel V à l'ordre le plus bas en g , c'est-à-dire à l'approximation de Born, on obtient une équation simple reliant g à a et V_δ est entièrement défini. Il est possible alors de comparer les prédictions effectuées à partir de V_δ et du vrai potentiel V sur les énergies et les fonctions d'onde des états liés obtenus quand on ajoute au potentiel une paroi réfléchissante à très grande distance R (boite sphérique). Alors que les prédictions sur les énergies et les formes asymptotiques des fonctions d'onde coïncident à l'ordre 1 en g pour V et V_δ , on trouve des différences spectaculaires à l'ordre 2 en g . Les déplacements de niveaux à l'ordre 2 en V_δ divergent !

On introduit alors un autre pseudopotentiel $V_{pseudo}(\vec{r})$, d'expression mathématique légèrement plus compliquée que celle de $V_\delta(\vec{r})$, ne souffrant pas des mêmes défauts. Il conduit pour l'amplitude de diffusion à la même expression que le vrai potentiel V , avec toutefois une portée effective r_e nulle. A très basse énergie, quand on peut se limiter aux termes d'ordre le plus bas en k , V_{pseudo} et V sont donc équivalents.

On discute enfin un paradoxe lié au fait que V_{pseudo} et V ont les mêmes éléments de matrice entre fonctions d'onde non perturbées (ordre 0 en g). Comment peut-on alors obtenir pour les déplacements d'énergie d'ordre 2 en g un résultat fini avec V_{pseudo} et divergent avec V_δ ? L'étude d'un exemple simple permet de montrer que la difficulté précédente est liée à un problème de convergence non uniforme et les précautions qu'il faut prendre quand on utilise V_δ sont explicitées.

Equation de Gross-Pitaevskii

A température nulle ($T = 0^\circ K$), un ensemble de N bosons sans interactions mutuelles, piégés dans un puits de potentiel $V_{ext}(\vec{r})$, forme un condensat où chaque boson est dans le même état quantique, l'état fondamental u_0 du piège. En présence d'interactions, la structure d'un tel