

condensat est modifiée. Il faudrait en principe déterminer l'état fondamental du Hamiltonien H du système global qui est la somme de l'énergie cinétique des particules E_{cm} , de leur énergie de piégeage $E_{piège}$, dans V_{ext} , et de leur énergie d'interaction E_{int} . La détermination exacte de l'état fondamental de H est en général impossible et il faut avoir recours à des approximations.

On présente une recherche d'un état fondamental approché de H basée sur un calcul variationnel où la fonction d'onde ψ de l'état fondamental est prise sous forme d'un produit de N fonctions d'ondes identiques $\varphi(\vec{r})$. Le problème alors est de déterminer quel est le meilleur choix possible pour φ_0 conduisant à la valeur moyenne de H la plus basse possible.

Les équations variationnelles exprimant que la valeur moyenne de H dans ψ est minimale conduisent alors pour φ_0 à une équation non linéaire appelée équation de Gross-Pitaevskii. Son interprétation physique est très claire. Elle exprime que chaque particule, se trouvant chacune dans l'état φ_0 , se déplace dans un potentiel qui est la somme du potentiel de piégeage $V_{ext}(\vec{r})$ et du potentiel d'interaction moyen créé par les $N-1$ autres. La théorie ainsi obtenue est donc une théorie de champ moyen. La valeur propre apparaissant dans l'équation n'est autre que le potentiel chimique. A partir de l'équation de Gross-Pitaevskii, sont déduites un certain nombre de relations générales entre les valeurs moyennes de E_{cm} , $E_{piège}$ et E_{int} .

Une première application de l'équation de Gross-Pitaevskii est alors présentée. Il s'agit d'étudier la forme du condensat dans une boîte cubique aux parois réfléchissantes. On trouve que la solution de l'équation est une fonction qui reste constante à l'intérieur de la boîte et qui s'annule quand on s'approche des parois sur une distance caractéristique ξ_0 , appelée longueur de relaxation, et dont on donne l'expression en fonction de la densité spatiale moyenne des particules n_0 et de la longueur de diffusion. L'interprétation physique de l'expression de ξ_0 est donnée comme résultant d'un meilleur compromis possible entre énergie d'interaction qui augmente quand ξ_0 croît et énergie cinétique qui décroît quand ξ_0 croît.

Structure du condensat dans un piège harmonique

A partir de l'équation de Gross-Pitaevskii, il est possible d'aborder simplement un certain nombre de problèmes relatifs à la structure d'un condensat de N atomes piégés dans un potentiel