

chimique, l'énergie moyenne par particule, le rapport d'anisotropie du condensat dans un piège harmonique anisotrope, la densité d'atomes au centre du condensat.

Transformation de Bogolubov

L'approche qui a été suivie pour établir l'équation de Gross-Pitaevskii est une approche de champ moyen où l'on ne s'intéresse qu'à l'état fondamental du système des N bosons en interaction et où l'on néglige les corrélations entre particules (les fonctions d'onde d'essai sont des produits de N fonctions d'onde identiques). Les deux séances suivantes du cours sont consacrées à la présentation d'une approche un peu plus élaborée, basée sur la transformation de Bogolubov, qui permet de corriger un certain nombre de ces limitations. Des informations plus précises peuvent ainsi être obtenues sur l'état fondamental, en particulier sur les corrélations qui existent dans cet état. On peut également étudier les premiers états excités du système, qui ne sont autres que les excitations élémentaires du système de bosons auxquelles on peut associer des "quasiparticules".

Le cas des bosons enfermés dans une boîte (système appelé "homogène" ou "uniforme") est plus simple à traiter que celui des bosons piégés dans un potentiel extérieur (où la densité varie dans l'espace et est donc inhomogène). Des prédictions analytiques peuvent en particulier être obtenues à partir de l'approche de Bogolubov. C'est la raison pour laquelle on se limite ici à ce cas simple. D'autres méthodes seront introduites dans les deux dernières séances du cours pour étudier les excitations élémentaires d'un gaz de bosons piégés dans un potentiel harmonique.

Le formalisme de la seconde quantification est particulièrement commode pour introduire la transformation de Bogolubov. Le Hamiltonien des N bosons en interaction est exprimé en fonction des opérateurs a_k et a_k^\dagger qui détruisent et créent une particule dans l'état quantique individuel k de la boîte, et qui obéissent à des relations de commutation caractéristiques de bosons. Le terme d'interaction H_{int} est en particulier une somme de produits de quatre opérateurs, deux de création et deux d'annihilation décrivant des collisions élémentaires où les deux états initiaux des deux bosons entrant en collision se transforment en deux états finaux. Après un rappel bref des résultats obtenus en traitant l'effet de H_{int} par la théorie des perturbations, on introduit l'approximation à la base de la transformation de Bogolubov. A très basse température et si le gaz est suffisamment dilué, on s'attend à ce que, dans l'état fondamental et les premiers états excités du système, l'état individuel d'énergie la plus basse de la boîte, $k = 0$, ait une population n_0 de l'ordre