

18.11.03

Cours 7

SUPERPOSITIONS LINÉAIRES D'ÉTATS INTERFÉRENCES QUANTIQUES

Description de l'état d'un atome

Cas d'un système en équilibre thermodynamique

L'état est complètement décrit par les populations π_n des niveaux d'énergie E_n .

$$\pi_n = \langle E_n | \sigma | E_n \rangle \propto e^{-E_n/k_B T}$$

π_n : éléments diagonaux de l'opérateur densité σ dans la base $\{E_n\}$. Les éléments non diagonaux sont nuls.

σ : mélange statistique d'états E_n avec des poids π_n .

Systeme soumis à une perturbation dont l'effet peut être décrit en termes de taux de transition $W_{n \rightarrow n'}$

Une description de l'état du système par les seules populations π_n des états E_n est là encore suffisante, l'évolution de ces populations étant décrite par l'équation:

$$\dot{\pi}_n = - \sum_{n' \neq n} W_{n \rightarrow n'} \pi_n + \sum_{n' \neq n} W_{n' \rightarrow n} \pi_{n'}$$

Superposition linéaire d'états

Il ne faut pas oublier cependant qu'un atome peut aussi être préparé dans un état :

$$|\psi\rangle = \sum_n c_n |E_n\rangle$$

superposition linéaire des états E_n .

Même si l'état du système n'est pas un état pur, comme l'état ψ , mais un mélange statistique d'états, la matrice densité σ peut avoir des éléments non diagonaux $\sigma_{nn'}$ avec ($n \neq n'$).

$$\langle E_n | \sigma | E_{n'} \rangle = \sigma_{nn'} = \langle c_n c_{n'}^* \rangle \neq 0$$

$\langle c_n c_{n'}^* \rangle$: moyenne sur les états du mélange statistique.

La phase relative des coefficients c_n et $c_{n'}$ ne se moyenne pas à zéro.

$\sigma_{nn'}$ est appelé parfois "cohérence" entre les états E_n et $E_{n'}$.

Importance des superpositions linéaires d'états

Notion centrale en mécanique quantique.

À l'origine du fait que l'amplitude de probabilité associée à un processus peut apparaître comme une somme d'amplitudes dont le carré du module contient des termes d'interférence.

Interférences quantiques entre amplitudes de transition partant du même état initial et aboutissant au même état final.

Effets physiques nouveaux impossibles à décrire et à comprendre en termes de populations et de taux de transition.

Ces effets constituent la richesse (et le mystère) de la mécanique quantique.

Buts des cours 7 et 8

- 1 – Montrer comment les interactions atome-photon permettent de créer et de détecter des cohérences Zeeman, hyperfines ou optiques.

Éléments non diagonaux de la matrice densité σ entre sous niveaux Zeeman différents du même niveau hyperfin, entre 2 sous niveaux Zeeman appartenant à des niveaux hyperfins différents, entre le niveau fondamental f et le niveau excité e d'une transition optique.

- Comment ces diverses cohérences se manifestent-elles?
- À quels effets nouveaux donnent-elles naissance?
- Quelles applications peuvent-elles avoir?

Buts de ce cours (suite)

2 – Dégager les notions de base qui sont utiles pour aborder des problèmes plus récents comme :

- les cohérences spatiales

Éléments non diagonaux $\langle \vec{r} | \sigma | \vec{r}' \rangle$ de σ entre 2 points différents \vec{r} et \vec{r}' de l'espace.

Jouent un rôle essentiel dans divers problèmes: interférométrie atomique; propriétés de cohérence d'un condensat de Bose-Einstein.

- les états intriqués

Superpositions linéaires de 2 états produits de 2 systèmes différents. Par exemple, 2 spins 1/2 dans l'état:

$$|\psi\rangle = \left(1/\sqrt{2}\right) \left[|A, +\rangle |B, -\rangle - |A, -\rangle |B, +\rangle \right]$$

- la décohérence

Fragilité des superpositions d'états macroscopiquement différents vis-à-vis de la dissipation.

Plan du cours 7

Création et détection de cohérences atomiques

Dans l'état excité e

Dans l'état fondamental f

Entre e et f

Équation d'évolution des cohérences

Effets physiques associés à ces cohérences

Résonances de croisement de niveaux

Excitation en lumière modulée

Modulation de la lumière émise ou absorbée

Battements quantiques

Piégeage cohérent de populations. États noirs

CRÉATION ET DÉTECTION DE COHÉRENCES ATOMIQUES

Comment créer des cohérences Zeeman dans l'état excité e

Action d'un champ RF résonnant

Par exemple, dans l'expérience de double résonance, les atomes, portés dans $M_e=0$ par une excitation π , se retrouvent dans une superposition des sous niveaux $M_e=+1,0,-1$ sous l'effet du champ RF.

Est-ce possible par excitation avec un champ optique large bande?

Mélange statistique d'ondes planes k avec des poids $I(k)$ formant une raie de grande largeur Δ (sources à décharge).
A priori, le caractère incohérent du champ exciteur semble incompatible avec la création de superpositions d'états avec des phases relatives bien définies.

En fait, des cohérences Zeeman peuvent être obtenues dans e si la polarisation du faisceau lumineux est bien choisie.

Choix d'une polarisation du faisceau lumineux

Choisissons une polarisation ε qui n'est, ni σ_+ pure, ni π pure, ni σ_- pure, mais une superposition linéaire de ces 3 polarisations de base :

$$\vec{\varepsilon} = a_+ \vec{\varepsilon}_+ + a_0 \vec{\varepsilon}_0 + a_- \vec{\varepsilon}_-$$

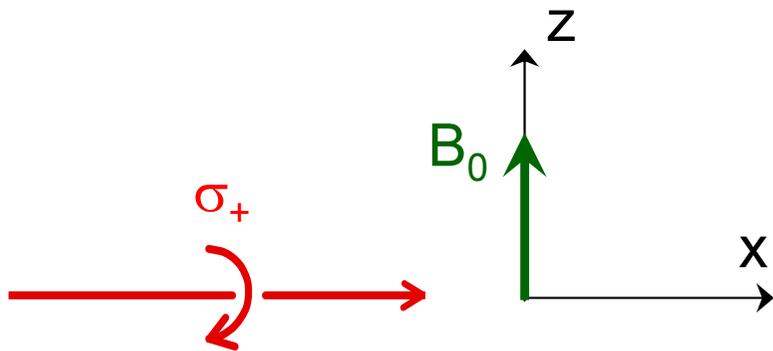
Partant du sous niveau fondamental $M_f=0$, l'atome est excité par chaque onde plane k dans $M_e=+1, 0, -1$ avec des amplitudes respectivement proportionnelles à a_+, a_0, a_- .

Les phases relatives des coefficients du développement de l'état de l'atome sur $M_e=+1, 0, -1$ sont donc les mêmes que les phases relatives de a_+, a_0, a_- . Elles ne dépendent pas de k et restent inchangées quand on moyenne sur k .

Des cohérences Zeeman apparaissent donc bien dans e avec un choix convenable de polarisation.

Interprétation en termes de moment cinétique transversal.

Supposons que le faisceau lumineux se propage le long de l'axe x avec une polarisation σ_+ par rapport à cet axe, l'axe de quantification défini par le champ statique B_0 étant parallèle à l'axe z . (Les sous niveaux d'énergie M_e et les 3 polarisations de base σ_+ , π , σ_- sont définis par rapport à l'axe z).



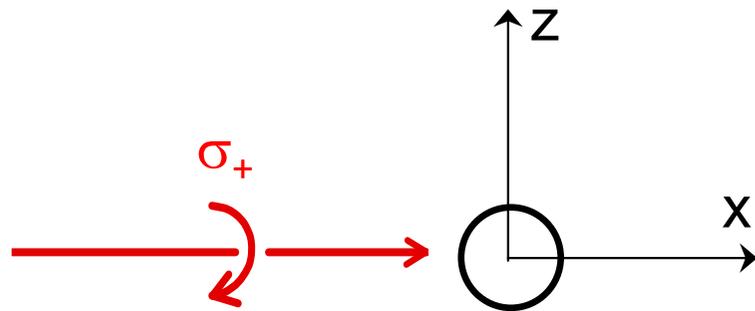
Lors de l'absorption du photon σ_+ , l'atome gagne une unité de moment cinétique le long de l'axe x et se retrouve dans l'état $|M_e=+1\rangle_x$ qui est une superposition linéaire des 3 états $|M_e=+1, 0, -1\rangle_z$

Le choix d'une polarisation qui n'est, ni σ_+ pure, ni π pure, ni σ_- pure par rapport à l'axe de quantification z entraîne donc l'apparition dans e d'une grandeur transversale (perpendiculaire à z): « orientation » ou « alignement »

$T_{\pm 1}^{(1)}$, $T_{\pm 2}^{(2)}$, $T_{\pm 1}^{(2)}$ ($T_q^{(k)}$: opérateurs tensoriels irréductibles)

Comment créer des cohérences Zeeman dans l'état fondamental f

- Action d'un champ RF résonnant.
- Pompage optique avec un faisceau transversal (perpendiculaire à B_0), de grande largeur spectrale.



Par exemple, le pompage optique sur une transition $J_f=1/2 - J_e=1/2$ avec un faisceau σ_+ par rapport à l'axe x fait partir de l'état fondamental les atomes se trouvant dans le sous niveau

$$|M_f = -1/2\rangle_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|M_f = +1/2\rangle_z - |M_f = -1/2\rangle_z \right]$$

car c'est le seul sous niveau de f à partir duquel part une transition σ_+ par rapport à x pour une transition $J_f=1/2 - J_e=1/2$.

La matrice densité dans l'état fondamental devient donc non diagonale dans la base $\{|M_f = \pm 1/2\rangle_z\}$.

Comment détecter des cohérences Zeeman dans e ou dans f

Il suffit de détecter la lumière absorbée ou émise avec une polarisation ε qui n'est, ni σ_+ pure, ni π pure, ni σ_- pure par rapport à l'axe z de quantification.

Ainsi, dans l'exemple de la page précédente, la quantité de lumière absorbée sur le faisceau σ_+ se propageant le long de l'axe x est proportionnelle à la population du sous niveau $|M_f = -1/2\rangle_x$, population qui peut s'écrire :

$$\frac{1}{2}[\sigma_{++} + \sigma_{--} - \sigma_{+-} - \sigma_{-+}] \quad \text{dans la base } \left\{ |M_f = \pm 1/2\rangle_z \right\}$$

Le signal de détection est donc bien sensible aux cohérences Zeeman σ_{+-} et σ_{-+} .

Comment créer des cohérences optiques

Les atomes doivent alors être excités par un champ laser cohérent.

Les cohérences optiques sont proportionnelles au dipôle électrique moyen de l'atome.

Elles décrivent le mouvement de ce dipôle moyen induit par le champ laser incident.

Comment les détecter?

Par exemple par le champ rayonné par les dipôles atomiques.

Équations de Bloch - Maxwell décrivant l'évolution couplée du champ et des dipôles induits par ce champ.

Description de l'évolution temporelle

2 cas extrêmes

1 – Excitation en raie très large

Les processus d'absorption et d'émission stimulée durent un temps très court, de l'ordre de $1/\Delta$ (Δ : largeur de raie), devant tous les autres temps caractéristiques. Voir cours 1.

Les processus d'absorption, d'émission stimulée et d'émission spontanée peuvent être décrits en termes de taux de transition, couplant les matrices densités $P_e \sigma P_e$ et $P_f \sigma P_f$ non nécessairement diagonales dans e et f (P_e et P_f sont les projecteurs sur les multiplicités e et f).

Les cohérences optiques $P_e \sigma P_f$ peuvent être ignorées.

Il faut bien sur ajouter les vitesses de variation dues à l'évolution propre dans le champ statique (précession de Larmor) et éventuellement à l'interaction avec un champ RF.

Équation d'évolution des cohérences $\sigma_{MM'}$ pour une excitation en raie large (forme simplifiée)

$$\frac{d}{dt} \sigma_{MM'} = A(t) - i \omega_{MM'} \sigma_{MM'} - \Gamma \sigma_{MM'}$$

$A(t)$: terme source décrivant la préparation des cohérences par absorption (dans e) ou par pompage optique (dans f).

$-i \omega_{MM'} \sigma_{MM'}$: précession de Larmor $\omega_{MM'} = (E_M - E_{M'}) / \hbar$

Γ : taux d'amortissement (Γ_e pour e, Γ_f pour f)

2 – Excitation en raie étroite

Les cohérences optiques ne peuvent plus être ignorées.

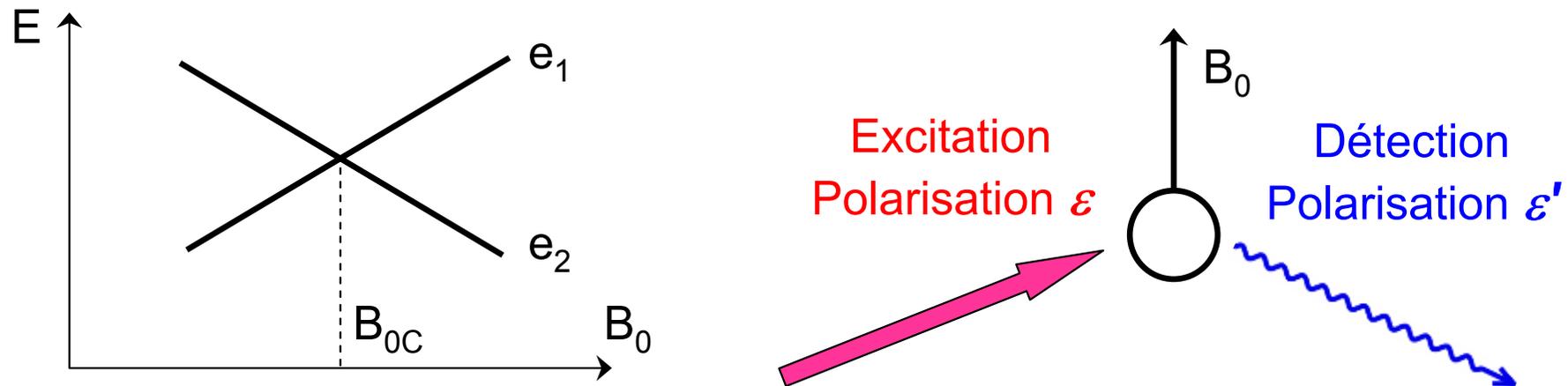
L'évolution est décrite par les équations de Bloch optiques (EBO) couplant entre elles les évolutions de $P_e \sigma P_e$, $P_f \sigma P_f$ et $P_e \sigma P_f$.

Analogie avec les équations de Bloch de la RMN.

EFFETS PHYSIQUES ASSOCIÉS AUX COHÉRENCES ATOMIQUES

Résonances de croisement de niveaux dans e

Effet Hanle dans e



On balaie le champ statique B_0 au voisinage d'une valeur B_{0C} où e_1 et e_2 se croisent (par exemple en $B_0=0$).

Excitation optique d'intensité constante en polarisation ϵ .

Détection en polarisation ϵ'

ϵ et ϵ' sont des superpositions linéaires des polarisations de base ϵ_1 et ϵ_2 des transitions $f-e_1$ et $f-e_2$.

Comment varie l'intensité de la fluorescence en fonction de B_0 ?

Cohérence $\sigma_{12} = \langle e_1 | \sigma | e_2 \rangle$ en régime stationnaire

Dans l'équation donnant $d\sigma_{12}/dt$, le terme source $A(t)$ est constant.

$$d\sigma_{12}/dt = A - i\omega_{12}\sigma_{12} - \Gamma_e\sigma_{12}$$

Il existe donc une solution stationnaire:

$$\sigma_{12}^{\text{st}} = \frac{A}{\Gamma_e + i\omega_{12}} \quad \omega_{12} = (E_1 - E_2)/\hbar$$

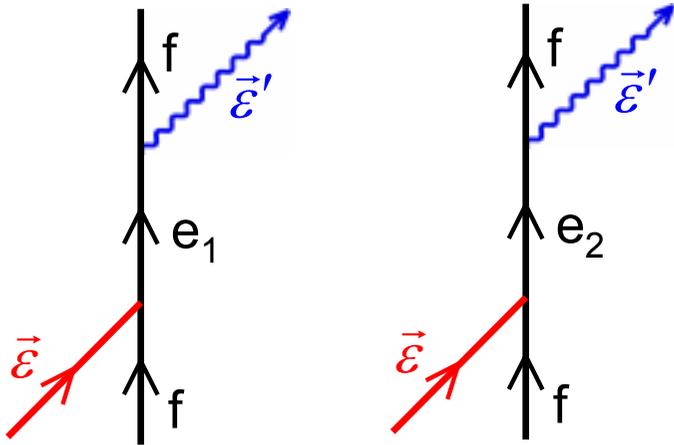
Les parties réelle et imaginaire de σ_{12}^{st} varient, en fonction de $(E_1 - E_2)/\hbar$, comme des courbes d'absorption et de dispersion, de largeur Γ_e , centrées au point de croisement où $\omega_{12} = 0$.

- Croisement en champ nul : effet Hanle.
- Croisement en champ non nul : effet Franken.

Intérêt de ces résonances

Mesure simple de la largeur naturelle Γ_e avec un faisceau lumineux dont la largeur spectrale Δ peut être très grande devant Γ_e .

Interprétation en termes d'interférences entre amplitudes de transition



2 chemins différents pour aller du même état initial $f, \vec{\varepsilon}$ au même état final $f, \vec{\varepsilon}'$, l'un passant par e_1 , l'autre par e_2 .

Ces 2 chemins sont tous les deux « ouverts » parce que $\vec{\varepsilon}$ et $\vec{\varepsilon}'$ sont des superpositions linéaires des 2 polarisations de base $\vec{\varepsilon}_1$ et $\vec{\varepsilon}_2$ des transitions $f - e_1$ et $f - e_2$.

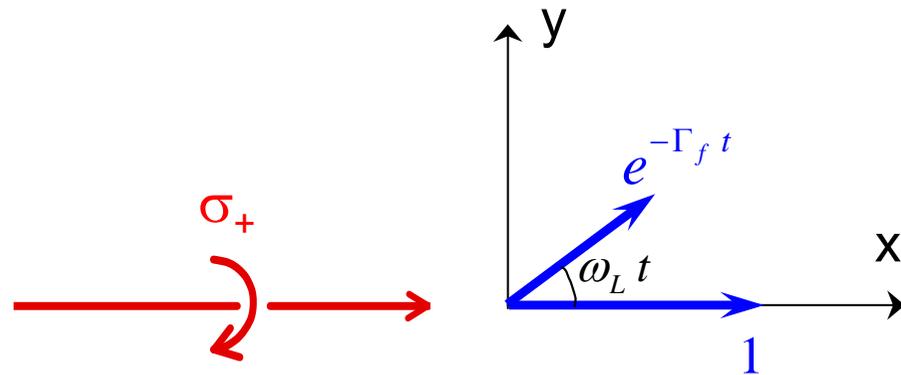
$$\text{Amplitude } A \propto \frac{A_1}{\omega - \omega_{e_1 f} + i(\Gamma_e / 2)} + \frac{A_2}{\omega - \omega_{e_2 f} + i(\Gamma_e / 2)}$$

$$\text{Terme d'interférence dans } |A|^2 \propto \frac{1}{\omega - \omega_{e_1 f} + i(\Gamma_e / 2)} \times \frac{1}{\omega - \omega_{e_2 f} - i(\Gamma_e / 2)}$$

Important si $\omega \simeq \omega_{e_1 f}$ et si $\omega \simeq \omega_{e_2 f}$, c-à-d au point de croisement.

$$\int d\omega |A|^2 \propto \int d\omega \frac{1}{\omega - \omega_{e_1 f} + i(\Gamma_e / 2)} \times \frac{1}{\omega - \omega_{e_2 f} - i(\Gamma_e / 2)} \propto \frac{1}{\omega_{12} + i\Gamma_e}$$

Effet Hanle dans l'état fondamental



Dans le plan xy perpendiculaire au champ B_0 , compétition entre

- le pompage optique qui tend à orienter les spins le long de x.
- la précession de Larmor qui les fait tourner à la fréquence ω_L dans le plan xy.

Un spin préparé à $t=0$ le long de l'axe x avec une longueur 1 (en unités de $\hbar/2$) a tourné d'un angle $\omega_L t$ après un temps t et a été réduit par un facteur $\exp(-\Gamma_f t)$.

Si $\omega_L \gg \Gamma_f$: à un instant donné, les spins pompés avant cet instant forment un éventail isotrope de résultante globale nulle.

$$\langle J_x \rangle = \langle J_y \rangle = 0$$

Si $\omega_L \lesssim \Gamma_f$: à un instant donné, les spins forment un éventail peu ouvert partant de l'axe x.

$\langle J_x \rangle$ ($\langle J_y \rangle$) varie avec ω_L comme une courbe d'absorption (de dispersion) de largeur Γ_f .

Intérêt de l'effet Hanle dans l'état fondamental

La résonance de croisement de niveaux peut être très fine et permettre de détecter des champs magnétiques très faibles car la largeur Γ_f est très petite.

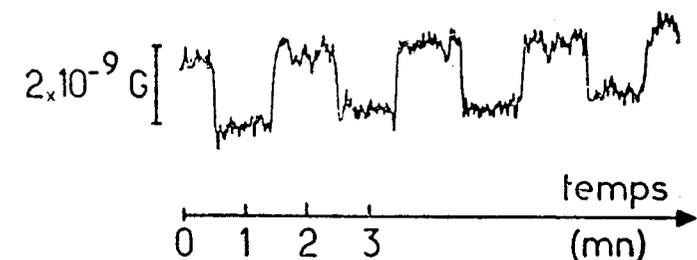
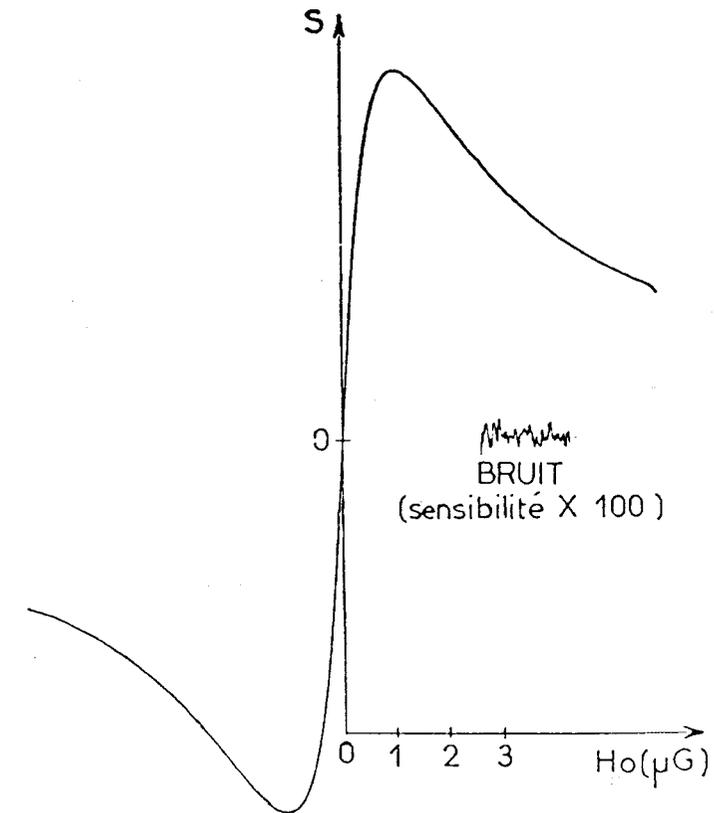
ω_L de l'ordre de 1 MHz / Gauss.

Si Γ_f est de l'ordre de 1 s⁻¹

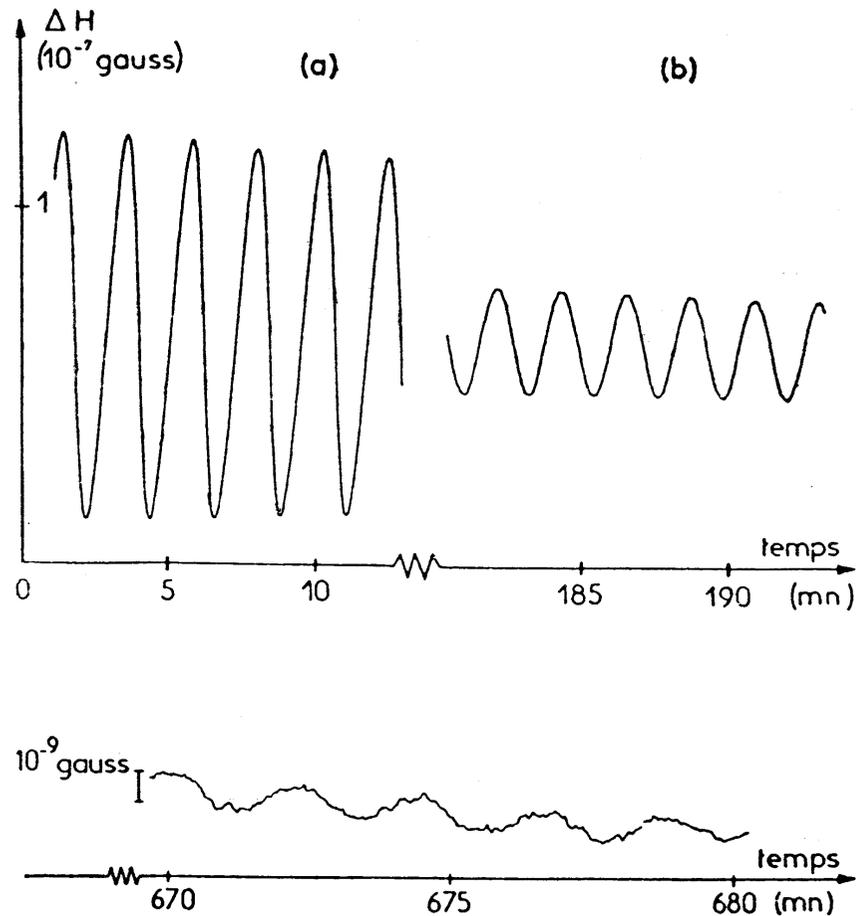
La largeur δB_0 de la résonance, donnée par $\delta\omega_L \cong \Gamma_f$ est de l'ordre de 10⁻⁶ Gauss.

**Magnétomètre
avec une sensibilité
de 5×10⁻¹⁰ Gauss**

J. Dupont-Roc,
S. Haroche,
C. Cohen-Tannoudji,
Phys. Lett. 28A, 638 (1969)



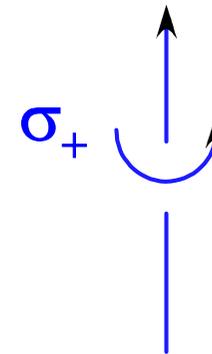
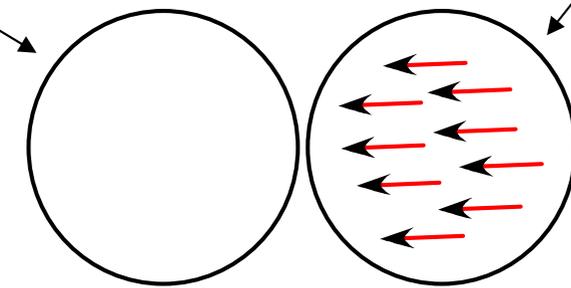
Détection du champ magnétique statique créé par des noyaux de He₃ polarisés



Cellule de Rb₈₇
(magnetomètre)

10 cm

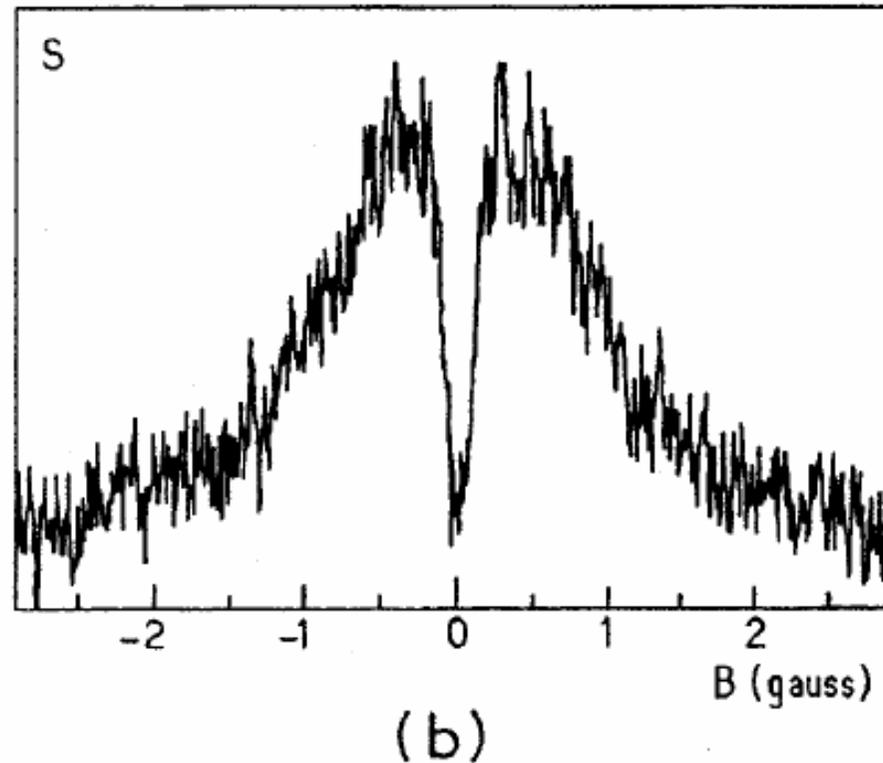
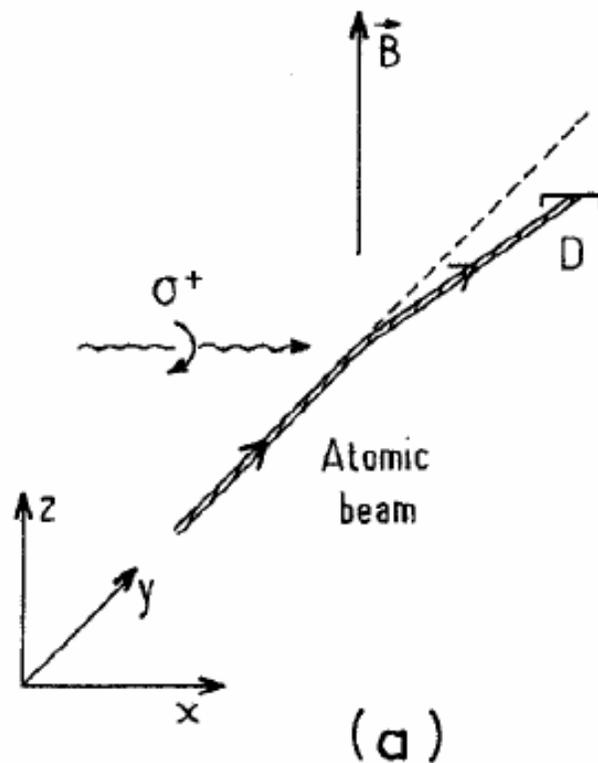
Cellule He₃



Noyaux de He₃
polarisés
 5×10^{15} at/cm³
dans 100 cm³

C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, S. Haroche, F. Laloë
Phys. Rev. Lett. 22, 758 (1971)

Détection de l'effet Hanle dans f par modification des trajectoires atomiques



La quantité de lumière absorbée par l'atome sur le faisceau σ_+ se propageant le long de l'axe x , et donc l'impulsion transférée à cet atome le long de cette direction, dépendent de $\langle J_x \rangle$. La déviation de la trajectoire varie donc de manière résonnante quand on balaie le champ B autour de 0.

R. Kaiser, N. Vansteenkiste, A. Aspect, E. Arimondo, C. Cohen-Tannoudji, *Z. Phys. D18*, 17 (1991).

Résonance de croisement de niveaux d'un spin habillé

Le diagramme d'énergie d'un spin 1/2 habillé par des photons RF de polarisation σ (linéaire et \perp à B_0) présente une série de croisements pairs pour $\omega_0 = 2n\omega$, avec $n=0,1,2,\dots$ (voir cours V).
 ω_0 : fréquence de Larmor, ω : fréquence du champ RF)

$\langle J_x \rangle$ a un élément de matrice non nul entre les niveaux habillés qui se croisent. Par exemple, les 2 niveaux habillés associés à $+,N$ et $-,N+2$, qui se croisent en $\omega_0 = 2\omega$ s'écrivent:

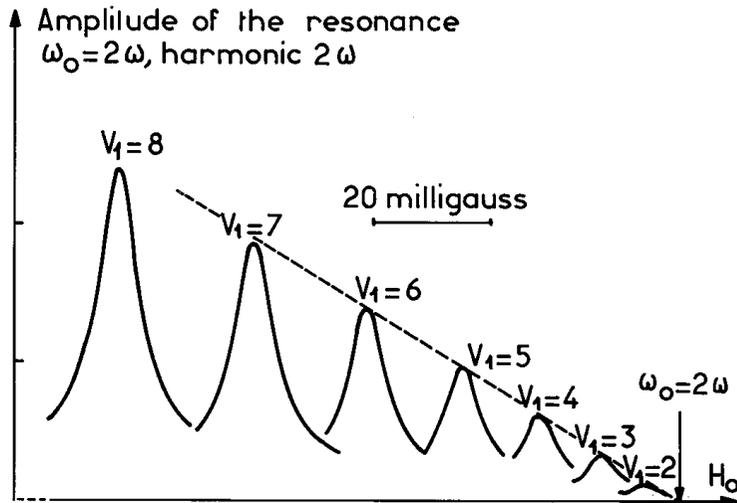
$$\overline{|+, N\rangle} = |+, N\rangle + \alpha |-, N+1\rangle + \beta |-, N-1\rangle + \dots$$

$$\overline{|-, N+2\rangle} = |-, N+2\rangle + \gamma |+, N+1\rangle + \delta |+, N+3\rangle + \dots$$

$$\langle \overline{|-, N+2\rangle} | J_x | \overline{|+, N\rangle} \rangle = \gamma^* \alpha \langle +, N+1 | J_x | -, N+1 \rangle = \gamma^* \alpha \hbar / 2 \neq 0$$

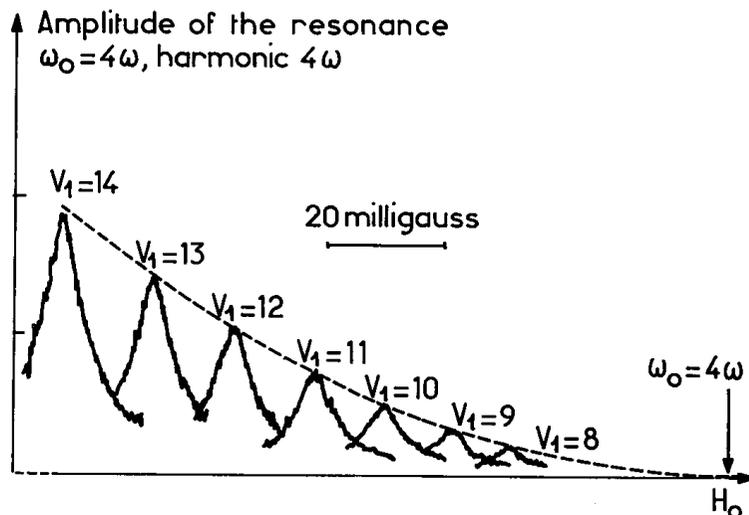
Une excitation lumineuse peut donc introduire une aimantation transversale qui s'accumule en $\omega_0 = 2\omega$

Réseau de résonances $\omega_0=2\omega$ (pour diverses valeurs de l'amplitude du champ RF)



Déplacement radiatif beaucoup plus grand que l'élargissement dû à la variation de pente des niveaux habillés.

Réseau de résonances $\omega_0=4\omega$ (pour diverses valeurs de l'amplitude du champ RF)



Excitation en lumière modulée

Dans l'équation donnant $d\sigma_{12}/dt$, le terme source $A(t)$ est modulé à la fréquence Ω .

$$d\sigma_{12}/dt = A e^{-i\Omega t} - i\omega_{12}\sigma_{12} - \Gamma_e\sigma_{12}$$

Il existe donc une solution en régime forcé:

$$\sigma_{12} = \frac{A}{\Gamma + i(\omega_{12} - \Omega)} e^{-i\Omega t}$$

Résonance de largeur Γ quand la fréquence Ω de la modulation de l'excitation est balayée autour de ω_{12} .

Première observation de cet effet dans un état excité

A. Corney, G. Series, Proc. Phys. Soc., 83, 207 (1964).

Première observation de cet effet dans un état fondamental

W. Bell, A. Bloom, Phys. Rev. Lett. 6, 280 (1961).

Interprétation de cette résonance dans l'état fondamental

La modulation de l'intensité I du faisceau σ_+ se propageant le long de l'axe x permet au pompage optique d'avoir un effet cumulatif même si $\omega_{12} \gg \Gamma_f$.

Quand $\Omega = \omega_{12}$, les spins pompés lors d'un maximum de I sont en phase avec les spins pompés lors de précédents maxima qui auront tourné autour de l'axe z d'un multiple entier de 2π .

Autre interprétation de ces résonances dans f

La modulation d'intensité à la fréquence Ω fait apparaître pour chaque onde ω du faisceau incident des bandes latérales aux fréquences $\omega + \Omega$ et $\omega - \Omega$.

Des transitions Raman stimulées se produisent entre f_1 et f_2 avec absorption de l'onde ω et émission stimulée de la bande latérale $\omega - \Omega$. Ces transitions sont résonnantes quand $\Omega = \omega_{12}$.

Détection de la résonance magnétique sur la modulation de la lumière émise ou absorbée

Même si elle n'est pas préparée directement par l'excitation optique, la cohérence σ_{12} peut apparaître sous l'effet d'un champ de radiofréquence résonnant. Elle évolue alors à un multiple entier de la fréquence ω de ce champ.

Le mouvement forcé de l'orientation ou de l'alignement atomiques aux fréquences ω ou 2ω donne alors naissance à une modulation à ces fréquences de la lumière émise à partir de e ou absorbée à partir de f.

Modulations appelées « light beats » par G. Series qui les observa pour la première fois.

J. Dodd, W. Fox, G. Series, M. Taylor, Proc. Phys. Soc. 74, 789 (1959)

Analogie avec la détection radioélectrique de la résonance magnétique où l'on détecte le voltage induit aux bornes d'une bobine par l'aimantation transversale tournante.

Exemple de signaux de détection de la résonance magnétique dans l'état fondamental de ^{199}Hg par la modulation de la lumière absorbée

Composantes en phase et en quadrature de l'aimantation transversale

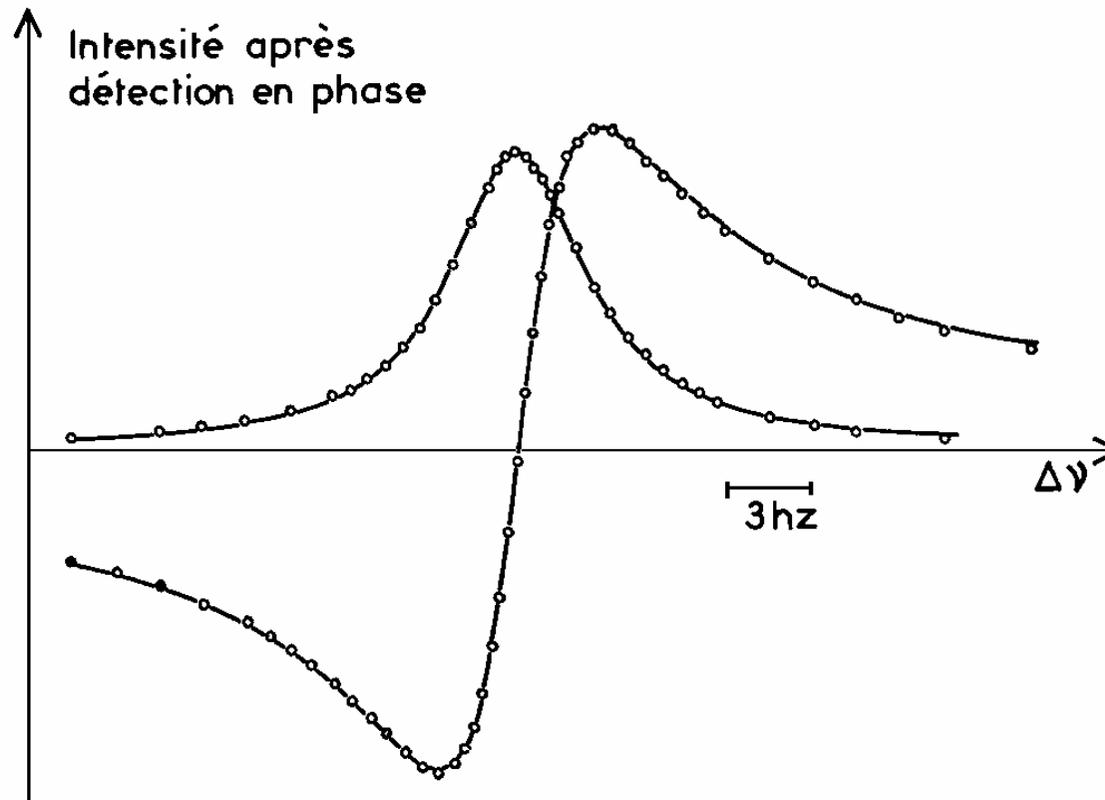


FIG. 42.

C. Cohen-Tannoudji
Ann. Phys. Paris,
7, 469 (1962)

Amélioration du rapport signal sur bruit par rapport à la méthode de détection habituelle grâce à l'utilisation d'une détection synchrone.

Exemples de signaux transitoires détectés sur la modulation de la lumière absorbée

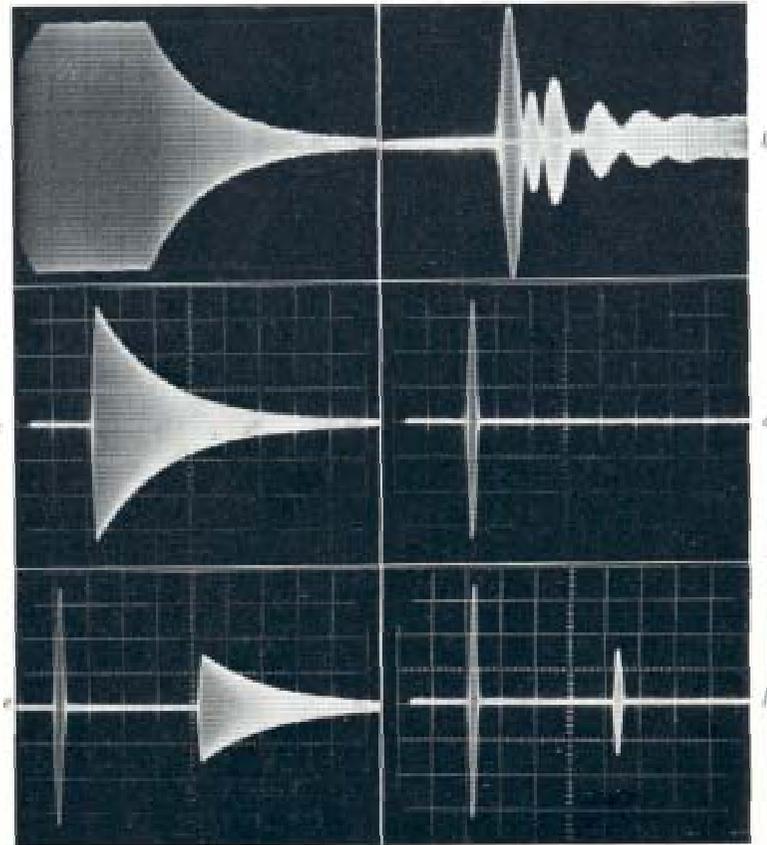


FIG. 43.

Coupure de la RF
Application de la RF
Impulsions $\pi/2, \pi$
2 impulsions $\pi-\pi/2, \pi-\pi$

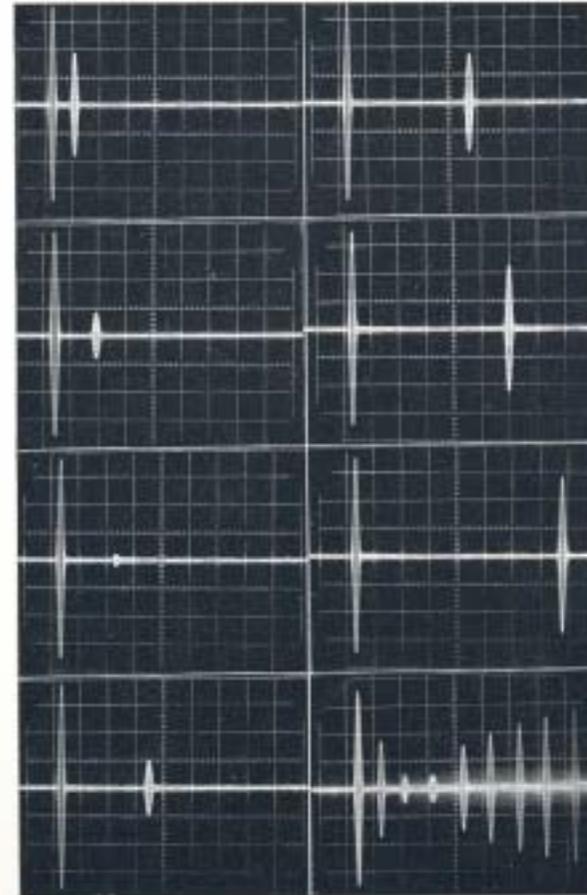


FIG. 46.

2 impulsions $\pi-\pi$
avec des délais
variables entre les 2

Battements quantiques

Dans l'équation donnant $d\sigma_{12}/dt$, le terme source $A(t)$ est une impulsion de durée très courte devant tous les autres temps caractéristiques.

$$d\sigma_{12}/dt = A\delta(t) - i\omega_{12}\sigma_{12} - \Gamma_e\sigma_{12}$$

La solution de cette équation est:

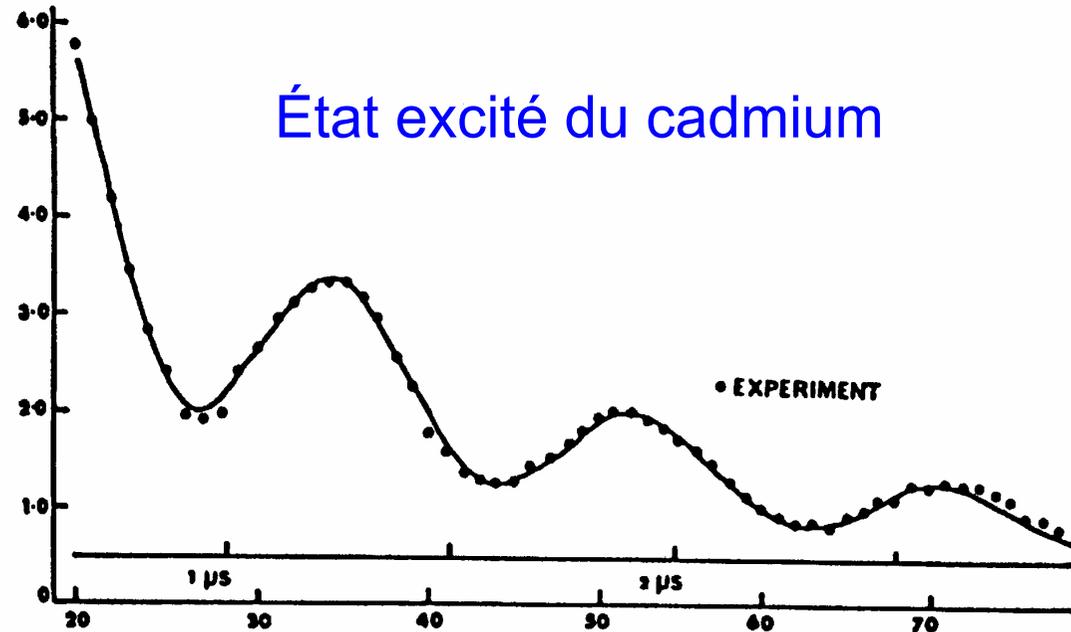
$$\sigma_{12}(t) = A\theta(t)e^{-i\omega_{12}t}e^{-\Gamma t} \quad \theta(t): \text{Fonction de Heaviside}$$

L'excitation introduit la cohérence σ_{12} de manière percussive. Cette cohérence évolue ensuite librement à la fréquence ω_{12} et s'amortit avec un taux Γ .

Cette évolution est détectée sous forme d'une modulation de la lumière absorbée ou émise.

Analogie avec les battements sonores apparaissant quand 2 cordes de piano sont frappées de manière percussive.

Première observation de battements quantiques



J. Dodd, R. Kaul,
D. Warrington,
Proc. Phys. Soc.
84, 176 (1964)

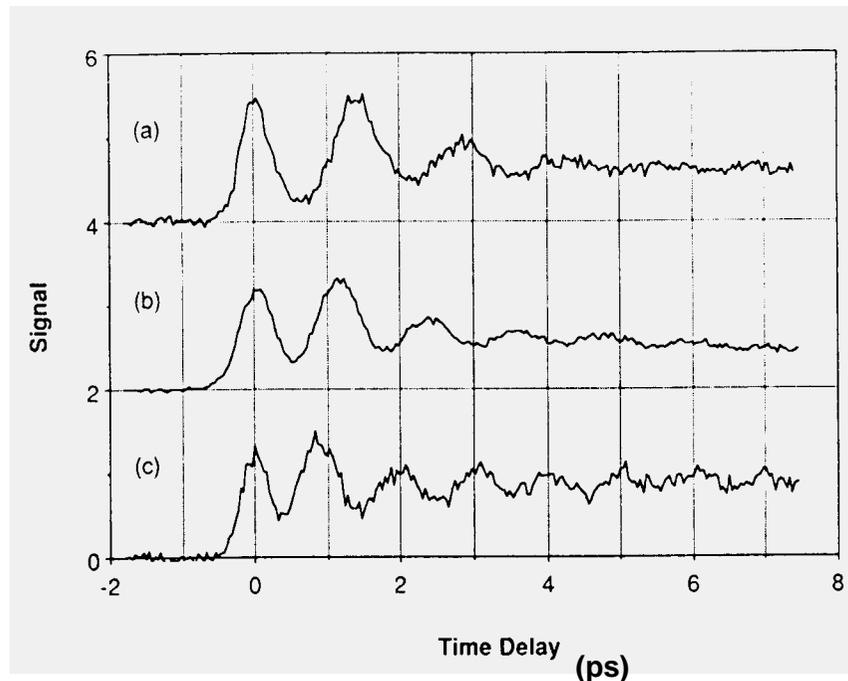
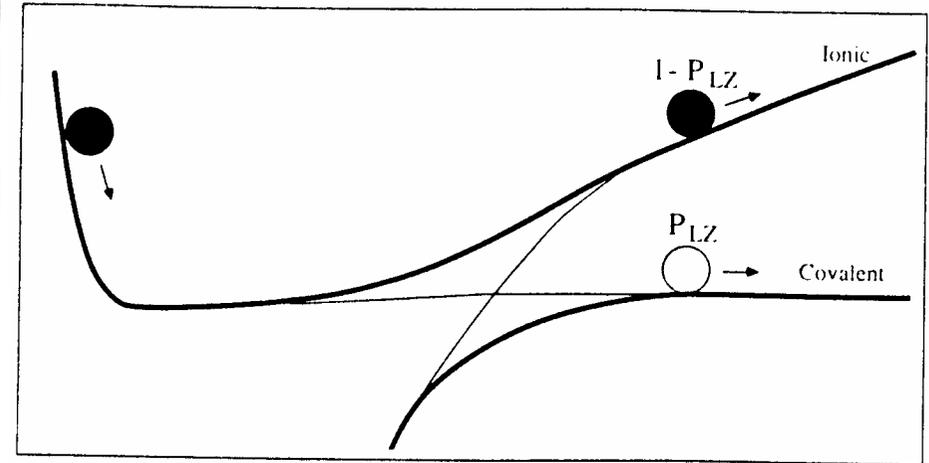
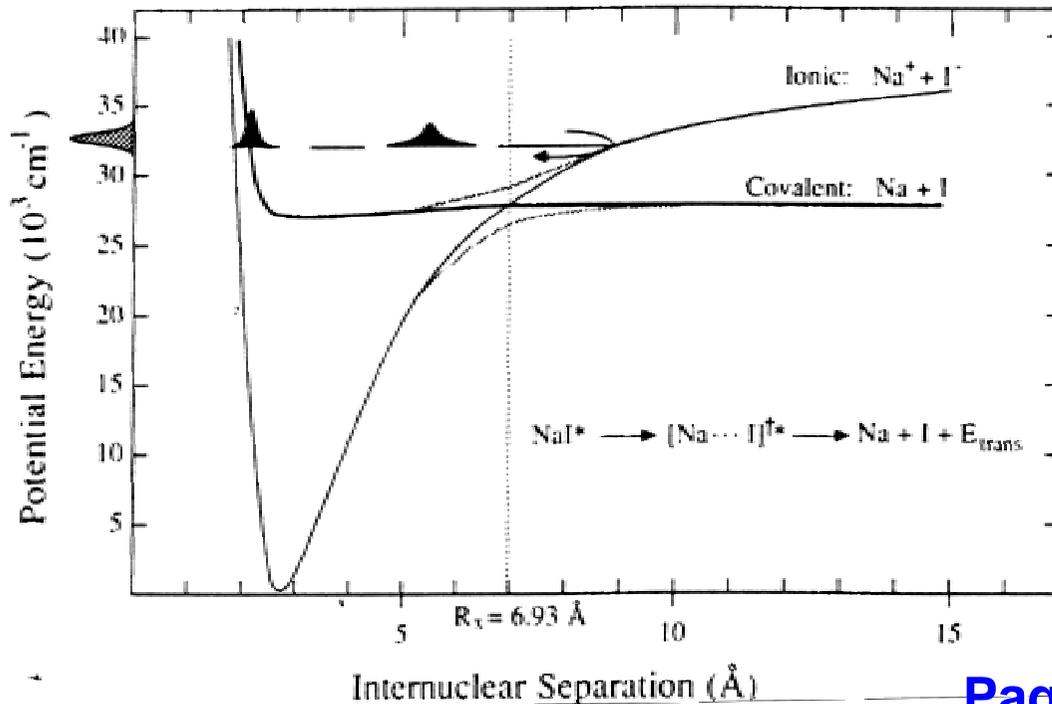
Développements récents : la femtochimie

Une impulsion laser ultra-courte (laser femtoseconde) excite une superposition linéaire d'états de vibration d'une molécule.

La paquet d'ondes ainsi formé oscille à la fréquence de vibration de la molécule.

Une seconde impulsion laser ultra-courte, décalée dans le temps par rapport à la première, détecte le paquet d'ondes.

Spectroscopie pompe-sonde résolue dans le temps.



Paquet d'ondes dans l'état électronique excité obtenu par une impulsion laser de fréquence variable.

Lors de chaque oscillation, des atomes de Na sont formés lors du passage de l'anticroisement et sont détectés par fluorescence.

Mesure de la fréquence d'oscillation pour diverses énergies d'excitation.

M. Rosker, T. Rose, A. Zewail
Chem. Phys. Lett. 146, 175 (1988)

Un exemple de battement quantique où l'excitation se produit à un instant aléatoire

La durée d'un processus d'émission spontanée est très courte, de l'ordre du temps de corrélation τ_c des fluctuations du vide.

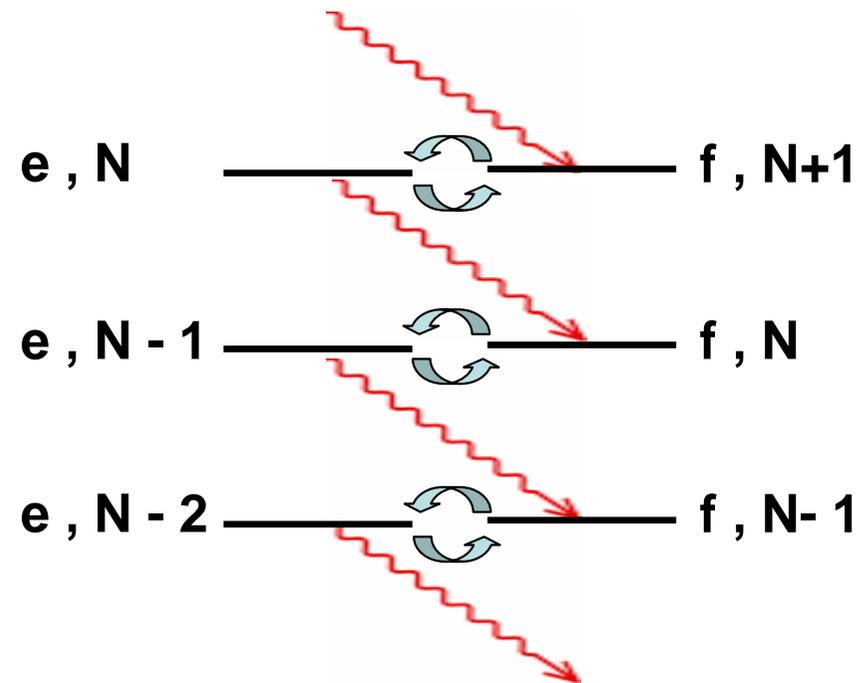
Ne pas confondre τ_c avec la durée de vie radiative $\tau_R = 1/\Gamma$, temps moyen au bout duquel un atome initialement excité émet spontanément un photon : $\tau_R \gg \tau_c$.

Le processus d'émission spontanée se produit à un instant aléatoire. Mais, une fois qu'il se produit, l'état de l'atome immédiatement après un tel processus peut être considéré comme préparé de manière instantanée pour une évolution ultérieure.

Des battements quantiques peuvent donc apparaître sur des signaux de corrélation « calés » sur l'instant d'émission du premier photon.

Exemple de la cascade radiative de l'atome habillé

- Émission spontanée d'un photon
Transition $e, N \rightarrow f, N$ ($\Delta N = 0$)
 N : nombre de photons laser
Système préparé brusquement dans l'état f, N .
- L'état f, N n'est pas un état propre de l'hamiltonien.
Couplages de Rabi entre f, N et $e, N-1$ associés à des processus d'absorption et d'émission induite.
L'état f, N est une superposition linéaire des états habillés $1(N)$ et $2(N)$ associés à f, N et $e, N-1$.
- La probabilité d'émission d'un 2ème photon ($e, N-1 \rightarrow f, N-1$) un instant τ après le 1er est une fonction oscillante de τ .



Conclusion

Des battements quantiques apparaissent sur la « fonction délai » $K(\tau)$ donnant la probabilité pour que, un photon ayant été émis à l'instant t , le suivant soit émis à l'instant $t+\tau$.

Évolution de l'atome entre 2 émissions spontanées successives

Décrite par l'hamiltonien effectif

$$H_{\text{eff}} = \hbar \begin{pmatrix} -i\Gamma/2 & \Omega_1/2 \\ \Omega_1/2 & \delta \end{pmatrix}$$

Γ : Largeur naturelle de e

$\delta = \omega_L - \omega_0 =$ désaccord

Ω_1 : fréquence de Rabi

Fonction délai $K(\tau)$

$$K(\tau) = \Gamma \left| \langle e, N-1 | \exp(-i H_{\text{eff}} \tau / \hbar) | f, N \rangle \right|^2$$

Probabilité pour que l'atome, partant de f, N arrive dans e, N-1 après un temps t x taux d'émission spontanée à partir de cet état

$K(\tau) = 0$ pour $\tau = 0$	$K(0) = \Gamma \left \langle e, N-1 f, N \rangle \right ^2 = 0$
-------------------------------	--

Dégrouperement de photons (« antibunching »)

$K(\tau)$: fonction oscillante de τ

Fréquence : $\sqrt{\Omega_1^2 + \delta^2}$ si $\sqrt{\Omega_1^2 + \delta^2} \gg \Gamma$

Battements quantiques

Simulation Monte-Carlo de l'évolution d'un seul atome

- Suite aléatoire de sauts quantiques associés à des émissions spontanées de photons, la distribution des délais τ entre 2 sauts successifs étant donnée par $K(\tau)$.
- Entre 2 sauts, évolution cohérente de la fonction d'onde de l'atome, évolution régie par H_{eff} .

Le fait d'effectuer une simulation Monte-Carlo pour décrire l'évolution d'un système quantique unique ne doit pas faire croire qu'on perd les effets quantiques liés aux superpositions linéaires d'états.

Ces effets apparaissent dans l'évolution de l'atome entre 2 sauts quantiques. Son état est alors décrit par une fonction d'onde qui est en général une superposition linéaire d'états d'énergies différentes, à l'origine de l'apparition de modulations dans la probabilité d'effectuer le prochain saut quantique.

Corrélations temporelles d'ordre supérieur sur la lumière émise par une source incohérente

Les modulations que nous venons de décrire concernent les corrélations temporelles entre les photons émis par un seul atome à 2 niveaux interagissant avec un laser monochromatique.

Considérons maintenant un grand nombre d'atomes avec 1 niveau fondamental f et 2 sous niveaux excités e_1 et e_2 .

Aucun champ laser incident. Aucun champ de radiofréquence.

Excitation incohérente stationnaire de ces atomes conduisant à n_1 (n_2) atomes dans e_1 (e_2), pas de cohérence entre e_1 et e_2 ($\sigma_{12}=0$).

Aucune modulation ne peut donc apparaître sur l'intensité moyenne $I(t)$ de la lumière émise par ces atomes.

Des modulations peuvent-elles apparaître sur les fonctions de corrélation d'ordre supérieur (corrélations temporelles entre photons, spectre de bruit de l'intensité).

Problème abordé par A. Forrester, R. Gudmundsen, P. Johnson, Phys. Rev. 99, 1691, (1955).

Ces modulations sont-elles liées à des interférences quantiques?

Expression du signal de corrélation d'ordre 2

$C_2(t, t+\tau)$: Probabilité de détecter un photon à l'instant t et un autre à l'instant $t+\tau$ (indépendante de t dans un état stationnaire)

$$C_2(\tau) = \left\langle \hat{E}^{(-)}(t) \hat{E}^{(-)}(t+\tau) \hat{E}^{(+)}(t+\tau) \hat{E}^{(+)}(t) \right\rangle$$

$\hat{E}^{(+)} (\hat{E}^{(-)})$: composante de fréquence positive (négative) du champ.

Comme le champ est rayonné par les dipôles des divers atomes i ,

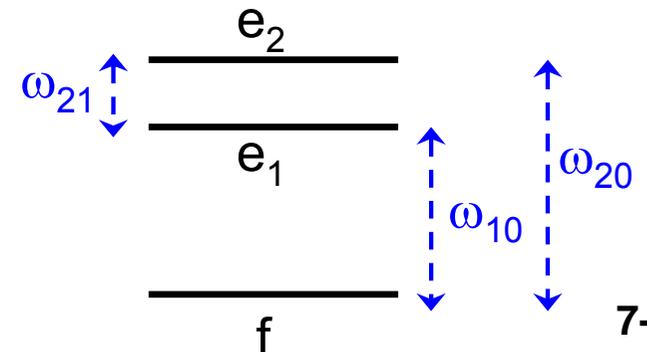
$$\hat{E}^{(+)}(t) \propto \sum_i \hat{d}_i^-(t - r_i/c)$$

$$\hat{d}_i^- = \hat{d}_{i1}^- + \hat{d}_{i2}^- \propto |i, f\rangle \langle i, e_1| + |i, f\rangle \langle i, e_2|$$

\hat{d}_{i1}^- et \hat{d}_{i2}^- sont les composantes du dipôle de l'atome i faisant descendre cet atome de e_1 à f et de e_2 à f . Ce sont bien des composantes de fréquence positive car, les atomes étant indépendants et évoluant librement, on a :

$$\hat{d}_{i1}^-(t) \propto |i, f\rangle \langle i, e_1| e^{-i\omega_{10}t}$$

$$\hat{d}_{i2}^-(t) \propto |i, f\rangle \langle i, e_2| e^{-i\omega_{20}t}$$



Expression du signal de corrélation d'ordre 2 (suite)

$$C_2(\tau) = \sum_{i,j,k,l} \left\langle \hat{d}_l^+(t') \hat{d}_k^+(t'+\tau) \hat{d}_j^-(t'+\tau) \hat{d}_i^-(t') \right\rangle \quad t' = t - r_i / c$$

Les termes $i = j = k = l$ sont nuls car $(\hat{d}_{i1}^-)^2 = 0$.

Comme la matrice densité est diagonale et que les atomes sont indépendants, on doit avoir $i=l, j=k$ ou $i=k, j=l$, les 2 opérateurs d^+ et d^- associés à chaque atome i ou j étant affectés du même indice supplémentaire 1 ou 2. On obtient ainsi les contributions suivantes non nulles à C_2 :

$$\left\langle \hat{d}_{i1}^+(t') \hat{d}_{j1}^+(t'+\tau) \hat{d}_{j1}^-(t'+\tau) \hat{d}_{i1}^-(t') \right\rangle + i \leftrightarrow j \quad \Rightarrow \quad 2n_1(n_1 - 1)$$

$$\left\langle \hat{d}_{j1}^+(t') \hat{d}_{i1}^+(t'+\tau) \hat{d}_{j1}^-(t'+\tau) \hat{d}_{i1}^-(t') \right\rangle + i \leftrightarrow j \quad \Rightarrow \quad 2n_1(n_1 - 1)$$

$$\text{Termes analogues avec } 1 \rightarrow 2 \quad \Rightarrow \quad 4n_2(n_2 - 1)$$

$$\left\langle \hat{d}_{i1}^+(t') \hat{d}_{j2}^+(t'+\tau) \hat{d}_{j2}^-(t'+\tau) \hat{d}_{i1}^-(t') \right\rangle + i \leftrightarrow j \quad \Rightarrow \quad 2n_1 n_2$$

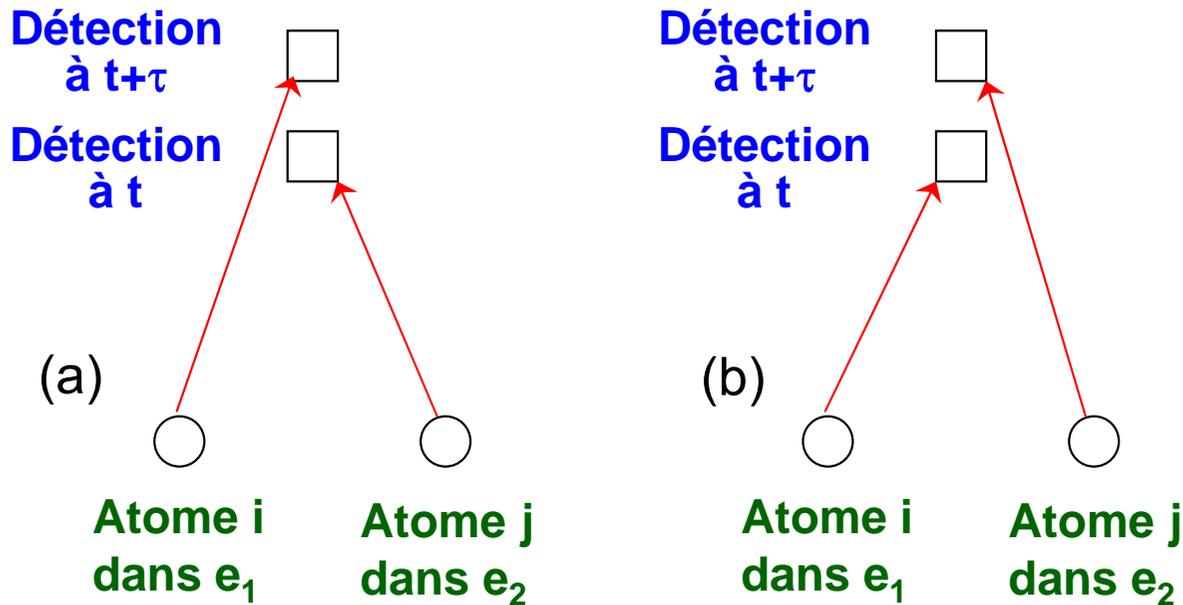
$$\left\langle \hat{d}_{j2}^+(t') \hat{d}_{i1}^+(t'+\tau) \hat{d}_{j2}^-(t'+\tau) \hat{d}_{i1}^-(t') \right\rangle + i \leftrightarrow j \quad \Rightarrow \quad 2n_1 n_2 e^{i\omega_{21}\tau}$$

$$\text{Termes analogues avec } 1 \rightarrow 2 \quad \Rightarrow \quad 2n_1 n_2 \left(1 + e^{-i\omega_{21}\tau}\right)$$

Récapitulation et conclusion

$$C_2(\tau) \propto n_1(n_1 - 1) + n_2(n_2 - 1) + n_1 n_2 (1 + \cos \omega_{21}\tau)$$

Des modulations à la fréquence ω_{21} apparaissent donc bien sur la fonction de corrélation d'ordre 2, et donc sur le spectre de fréquence du bruit d'intensité.



Ces modulations sont dues à une interférence quantique entre 2 amplitudes de transition associées aux processus (a) et (b) impliquant non pas 1 mais 2 photons. Interprétation analogue à celle qui peut être donnée de l'effet Hanbury-Brown et Twiss.

Le photon détecté à l'instant t+ τ peut provenir de l'atome i dans e_1 et celui détecté à l'instant t de l'atome j dans e_2 (processus a) ou vice versa (processus b).

Les « résonances noires » de A. Gozzini

Laser bimode traversant une cellule de sodium placée dans un gradient de champ magnétique.

La fluorescence, visible à l'œil nu, disparaît à certains endroits le long du trajet du faisceau laser. En ces points l'écart de fréquence entre les 2 modes laser est égal à l'écart d'énergie entre 2 sous niveaux Zeeman F_1, M_1 et F_2, M_2 appartenant à des niveaux hyperfins différents

Résonance noire



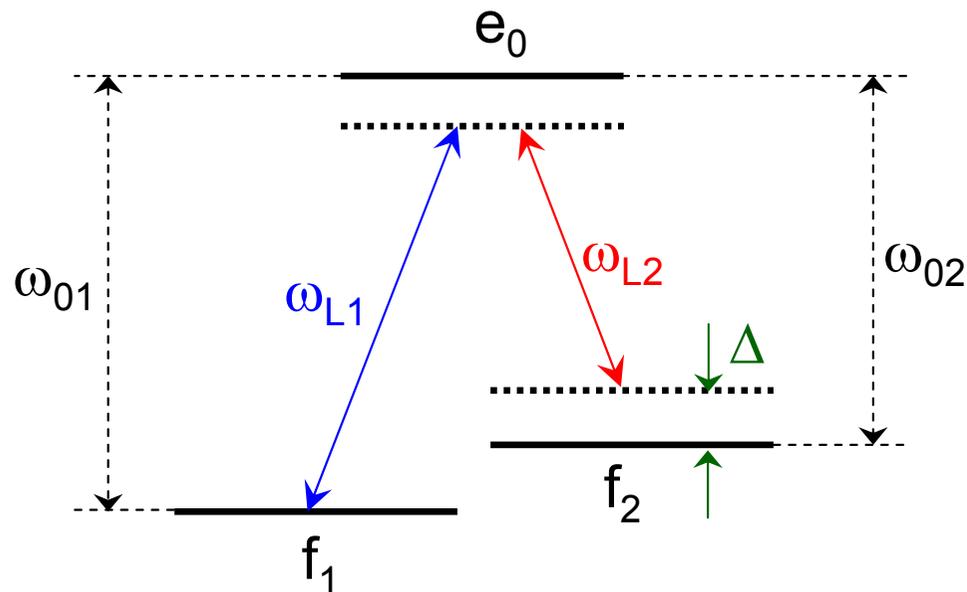
G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, G. Orriols
Il Nuovo Cimento, 36B, 5 (1976)

Analyse théorique à partir des équations de Bloch optiques

Piégeage des atome dans une superposition linéaire de F_1, M_1 et F_2, M_2 n'absorbant pas la lumière.

E. Arimondo, G. Orriols, Lettere al Nuovo Cimento, 17, 333 (1976)

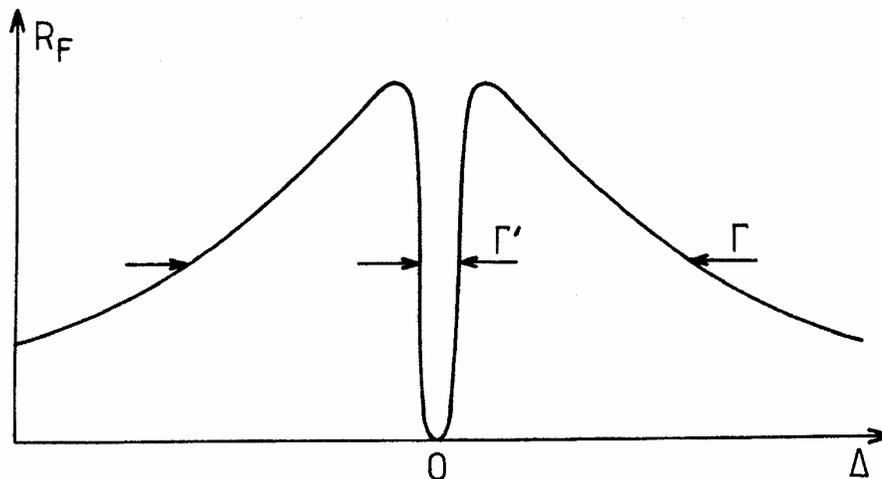
Modèle simplifié à 3 niveaux



2 transitions $f_1 \leftrightarrow e_0$ et $f_2 \leftrightarrow e_0$
de fréquences ω_{01} et ω_{02} excitées
par 2 faisceaux laser ω_{L1} et ω_{L2}

$\Delta = \omega_{01} - \omega_{02} - (\omega_{L1} - \omega_{L2})$
Désaccord de résonance
pour la transition Raman
stimulée entre f_1 et f_2

Résultats du traitement par équations de Bloch optiques
pour les variations avec Δ du taux de fluorescence $R_F = \Gamma \sigma_{00}$

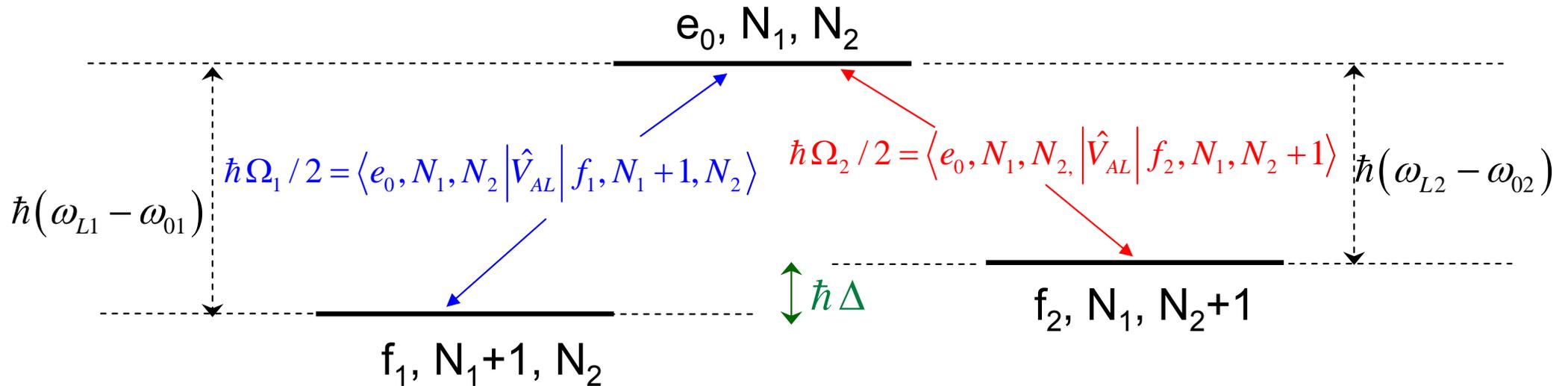


Γ : Largeur naturelle de e
 Γ' : Largeur de l'état fondamental
 $\Gamma' \ll \Gamma$

La fluorescence s'arrête quand
 $\Delta = 0$ (résonance Raman)

Approche atome habillé

États non perturbés du système atome+photons laser ($V_{AL}=0$)



$$E(f_1, N_1+1, N_2) - E(f_2, N_1, N_2+1) = \hbar \left[(\omega_{L1} - \omega_{01}) - (\omega_{L2} - \omega_{02}) \right]$$

$$= \hbar \left[(\omega_{L1} - \omega_{L2}) - (\omega_{01} - \omega_{02}) \right] = \hbar\Delta$$

Quand la condition de résonance Raman est remplie ($\Delta=0$), les 2 états f_1, N_1+1, N_2 et f_2, N_1, N_2+1 sont dégénérés

Couplages induits par V_{AL}

Couplages de Rabi Ω_1 et Ω_2 sur les transitions $f-e_1$ et $f-e_2$.

$$\hbar\Omega_1/2 = \langle e_0, N_1, N_2 | \hat{V}_{AL} | f_1, N_1+1, N_2 \rangle \quad \hbar\Omega_2/2 = \langle e_0, N_1, N_2 | \hat{V}_{AL} | f_2, N_1, N_2+1 \rangle$$

États couplé et non couplé

Définition

$$|\psi_C\rangle = (\Omega_1 / \Omega) |f_1, N_1 + 1, N_2\rangle + (\Omega_2 / \Omega) |f_2, N_1, N_2 + 1\rangle$$

$$|\psi_{NC}\rangle = (\Omega_2 / \Omega) |f_1, N_1 + 1, N_2\rangle - (\Omega_1 / \Omega) |f_2, N_1, N_2 + 1\rangle$$

$$\Omega = \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}$$

Propriétés

$$\langle e_0, N_1, N_2 | V_{AL} | \psi_{NC} \rangle = 0$$

$$\langle e_0, N_1, N_2 | V_{AL} | \psi_C \rangle = \hbar \Omega$$

Dans l'état non couplé ψ_{NC} , l'atome peut absorber un photon à partir de f_1 et à partir de f_2 , mais les 2 amplitudes interfèrent destructivement.

État noir (état non couplé pour $\Delta=0$)

Quand $\Delta=0$, les 2 états f_1, N_1+1, N_2 et f_2, N_1, N_2+1 , qui sont des états propres de $H_0 = H_A + H_L$ sont dégénérés. Leur combinaison linéaire ψ_{NC} est donc aussi état propre de H_0 .

Comme $V_{AL}\psi_{NC}=0$, ψ_{NC} est aussi état propre de $H=H_0+V_{AL}$.

Enfin, aucune émission spontanée n'est possible à partir de ψ_{NC} .

Un atome dans l'état noir ψ_{NC} restera donc indéfiniment.

Interprétation du piégeage cohérent de populations

Piégeage des atomes dans l'état noir quand $\Delta=0$

Au cours de la cascade radiative, l'atome a une certaine probabilité de tomber dans l'état non couplé ψ_{NC} . Si $\Delta=0$, il y reste indéfiniment car aucune absorption, émission induite ou spontanée ne peut se produire à partir de cet état qui est de plus état propre de H_0 et est donc stationnaire. La cascade radiative s'arrête.

Que se passe-t-il quand $\Delta \neq 0$?

Les 2 états f_1, N_1+1, N_2 et f_2, N_1, N_2+1 , ne sont plus dégénérés et leur superposition linéaire ψ_{NC} n'est plus état propre de H_0 . L'hamiltonien H_0 a un élément de matrice non diagonal entre ψ_{NC} et ψ_C , proportionnel au désaccord Δ .

Quand, au cours de la cascade radiative, l'atome tombe dans ψ_{NC} , il ne peut toujours pas effectuer d'absorption ou d'émission de photons à partir de cet état. Mais, sous l'effet du couplage induit par H_0 , il peut passer dans l'état couplé ψ_C , à partir duquel il peut de nouveau absorber des photons. La fluorescence ne s'arrête plus. Quand Δ croît, le transfert vers ψ_C , et donc la reprise de la fluorescence croissent comme Δ^2 .

Quelques applications des états noirs

- États noirs sélectifs en vitesse.
Refroidissement subrecul (voir Cours 1991-92 et cours 9)
- Transparence induite par champ électromagnétique (« Electromagnetically induced transparency »).
Voir S. Harris, Physics Today, Juin 1997, p.36
- Variation rapide de l'indice de réfraction au voisinage d'une résonance noire et ralentissement spectaculaire de la vitesse de propagation de la lumière.
L. Hau et al, Nature, 397, 594 (1999)
- Passage adiabatique d'un état moléculaire à un autre par suivi d'un état noir.
Méthode « STIRAP » de K. Bargmann (voir Cours 1991-92)

Voir aussi l'article de revue: E. Arimondo, in Progress in Optics, E. Wolf, ed., Elsevier Science, Amsterdam (1996), p. 257