

Cours 8

SUPERPOSITIONS LINÉAIRES D'ÉTATS INTERFÉRENCES QUANTIQUES (Suite)

Plan du cours 8

Transfert de cohérences

- Entre paires de niveaux d'un même atome
- Entre atomes différents

Effets d'interférence dans les processus multiphotoniques

- Impliquant un seul atome
- Impliquant plusieurs atomes

États intriqués

- Corrélations quantiques et non séparabilité
- Sources de photons intriqués

Cohérences spatiales

- Longueur de cohérence
- Lien avec la distribution d'impulsion
- Fragilité des cohérences spatiales

TRANSFERTS DE COHÉRENCE

Transferts de cohérence

Une cohérence existant entre une paire de niveaux atomiques peut être transférée vers une autre paire de niveaux atomiques appartenant

- au même atome
- à un atome différent

Ce transfert peut être réalisé

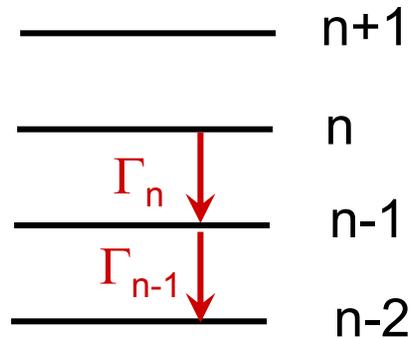
- par excitation optique
- par émission spontanée
- par collisions

Ces transferts entraînent souvent

- un affinement ou un élargissement des raies atomiques
- un déplacement de ces raies

Premier exemple

Émission spontanée d'un oscillateur harmonique



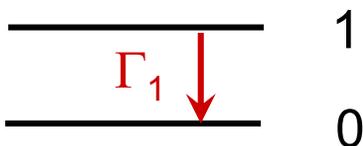
Γ_1 : taux d'émission spontanée à partir du premier niveau excité $n=1$

Comme les taux d'émission spontanée sont proportionnels au carré de l'élément de matrice de x entre les 2 états de la transition, le taux d'émission spontanée Γ_n de n vers $n-1$ vaut :

$$\Gamma_n = n\Gamma_1 \quad \left(\langle n-1 | \hat{x} | n \rangle \propto \sqrt{n} \right)$$

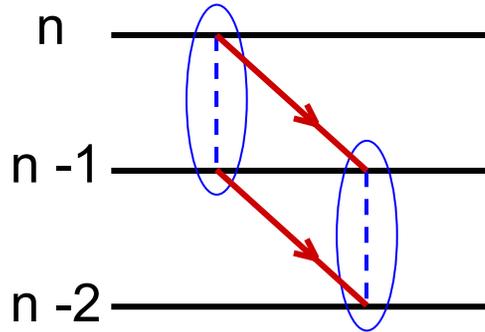
La cohérence $\sigma_{n,n-1}$ entre n et $n-1$ est donc amortie avec un taux :

$$\frac{1}{2}(\Gamma_n + \Gamma_{n-1}) = \left(n + \frac{1}{2} \right) \Gamma_1$$



Cela veut-il dire que la largeur de la raie émise par un oscillateur dépend de son état d'excitation?

Transfert de cohérence de la paire n,n-1 vers la paire n-1, n-2



La cohérence quittant la paire de niveaux n,n-1 est partiellement transférée vers la paire n-1,n-2 avec un taux proportionnel à Γ_1 et au produit des éléments de matrice de x sur les 2 bras du transfert

$$\left(\frac{d \sigma_{n-1,n-2}}{dt} \right)_{\text{transfert}} = \Gamma_1 \sqrt{n} \sqrt{n-1} \sigma_{n,n-1}$$

Équation d'évolution de $\sigma_{n-1,n-2}$

$$\frac{d \sigma_{n-1,n-2}}{dt} = \underbrace{-i \omega_0 \sigma_{n-1,n-2}}_{\text{Évolution libre}} - \underbrace{\frac{1}{2} (\Gamma_{n-1} + \Gamma_{n-2}) \sigma_{n-1,n-2}}_{\text{Départ vers le bas}} + \underbrace{\sqrt{n(n-1)} \Gamma_1 \sigma_{n,n-1}}_{\text{Transfert à partir de la paire n,n-1}}$$

$$\frac{d \sigma_{n,n-1}}{dt} = -i \omega_0 \sigma_{n,n-1} - \frac{1}{2} (2n-1) \Gamma_1 \sigma_{n,n-1} + \sqrt{n(n+1)} \Gamma_1 \sigma_{n+1,n}$$

Évolution de $\langle \hat{a} \rangle$

$$\hat{a} = \sum_n \sqrt{n} |n-1\rangle \langle n|$$

$$\langle \hat{a} \rangle = \text{Tr} (\hat{\sigma} \hat{a}) = \sum_n \sqrt{n} \sigma_{n,n-1} \rightarrow d \langle \hat{a} \rangle / dt = \sum_n \sqrt{n} d \sigma_{n,n-1} / dt$$

En utilisant l'équation au bas de la page précédente, on obtient alors aisément:

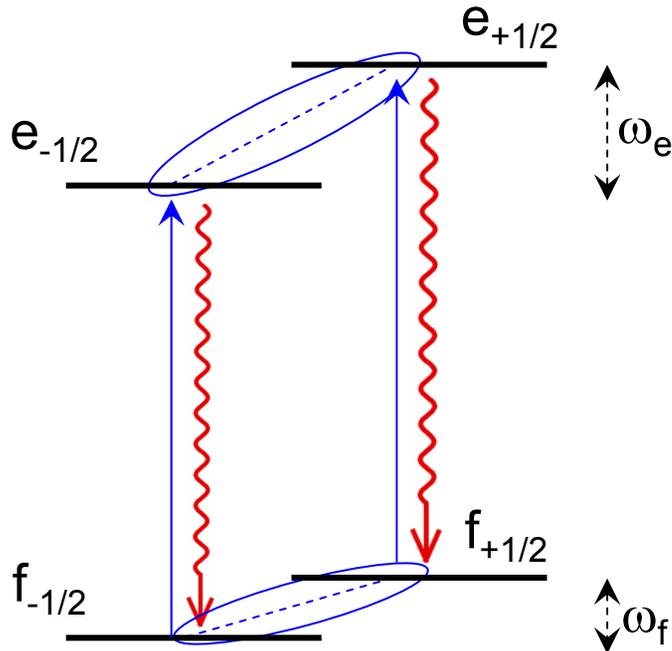
$$\frac{d}{dt} \langle \hat{a} \rangle = -i \omega_0 \langle \hat{a} \rangle - \frac{\Gamma_1}{2} \langle \hat{a} \rangle$$

Le taux d'amortissement de l'amplitude de l'oscillateur est donc toujours égal à $\Gamma_1/2$ quel que soit l'état d'excitation de l'oscillateur. C'est le transfert de cohérence entre paires de niveaux qui est responsable de ce résultat.

Remarque

Le transfert de cohérence dans un oscillateur harmonique est particulièrement efficace car il s'effectue entre paires de niveaux ayant la même fréquence d'évolution propre. Que se passe-t-il lors d'un transfert entre paires de niveaux ayant des écarts d'énergie différents? C'est ce que nous allons voir dans le second exemple.

Exemple 2 : Circulation de cohérence dans un cycle de pompage optique



Cas simple d'une transition $J_f=1/2 \rightarrow J_e=1/2$ (cas de ^{199}Hg)

Dans un champ magnétique statique les 2 sous niveaux excités $e_{\pm 1/2}$ sont séparés de ω_e (fréquence de Larmor dans e), les 2 sous niveaux $f_{\pm 1/2}$ sont séparés de $\omega_f \neq \omega_e$.

$$\sigma_{+-}^e = \langle e_{+1/2} | \hat{\sigma} | e_{-1/2} \rangle$$

$$\sigma_{+-}^f = \langle f_{+1/2} | \hat{\sigma} | f_{-1/2} \rangle$$

Une cohérence σ_{+-}^f est créée dans f (action d'un champ RF)

Une excitation π la transfère partiellement dans e et introduit une cohérence σ_{+-}^e dans cet état.

Cette cohérence évolue et retombe partiellement dans f par émission spontanée.

Conséquence d'un tel cycle sur l'évolution de σ_{+-}^f ?

Évolution de σ_{+-}^e

$$d \sigma_{+-}^e / d t = -i \omega_e \sigma_{+-}^e - \Gamma_e \sigma_{+-}^e + \Gamma' B \sigma_{+-}^f$$

Évolution
propre

Amortissement
par émission spontanée

Transfert de cohérence
à partir de f

Γ' : taux d'absorption d'un photon à partir de f.

B : Coefficient réel proportionnel au produit des 2

coefficients de Clebsch-Gordan des transitions $f_{\pm 1/2} \rightarrow e_{\pm 1/2}$.

σ_{+-}^f évolue à la fréquence ω_f et subit un amortissement négligeable pendant la durée de vie $1/\Gamma_e$ de e. Si l'on pose : $\sigma_{+-}^f = \tilde{\sigma}_{+-}^f e^{-i\omega_f t}$, le temps d'évolution de $\tilde{\sigma}_{+-}^f$ est de l'ordre de $1/\Gamma'$

σ_{+-}^e qui a un temps d'amortissement $1/\Gamma_e$ beaucoup plus court que $1/\Gamma'$ peut suivre adiabatiquement l'évolution de $\tilde{\sigma}_{+-}^f$ et effectue donc un mouvement d'oscillation forcée à ω_f .

$$\sigma_{+-}^e \simeq \frac{\Gamma' B}{i(\omega_e - \omega_f) + \Gamma_e} \tilde{\sigma}_{+-}^f e^{-i\omega_f t} = \frac{\Gamma' B}{i(\omega_e - \omega_f) + \Gamma_e} \sigma_{+-}^f$$

Évolution de σ_{+-}^f

$$d \sigma_{+-}^f / dt = -i \omega_f \sigma_{+-}^e - \Gamma' \sigma_{+-}^f + \Gamma_e B' \sigma_{+-}^e$$

Évolution
propre

Départ de f vers e
par absorption

Transfert de cohérence
de e vers f par émission spontanée

B' : Coefficient réel proportionnel au produit des 2 coefficients de Clebsch-Gordan des transitions $f_{\pm 1/2} \rightarrow e_{\pm 1/2}$.
Reportons dans cette équation la valeur obtenue pour σ_{+-}^e

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \sigma_{+-}^f &= -i \omega_f \sigma_{+-}^f - \Gamma' \sigma_{+-}^f + \Gamma_e B B' \frac{\Gamma_e}{i(\omega_e - \omega_f) + \Gamma_e} \sigma_{+-}^f \\ &= -i \left[\omega_e + B B' \frac{\omega_e - \omega_f}{(\omega_e - \omega_f)^2 + \Gamma_e^2} \right] - \Gamma' \left[1 - B B' \frac{\Gamma_e^2}{(\omega_e - \omega_f)^2 + \Gamma_e^2} \right] \sigma_{+-}^f \end{aligned}$$

La circulation de cohérence entre f et e

- modifie (diminue) le taux d'amortissement d'origine optique de la cohérence Zeeman dans l'état fondamental
- modifie la fréquence d'évolution de cette cohérence

Discussion physique

1 – La circulation de cohérence n'est importante que si :

$$|\omega_e - \omega_f| \lesssim \Gamma_e$$

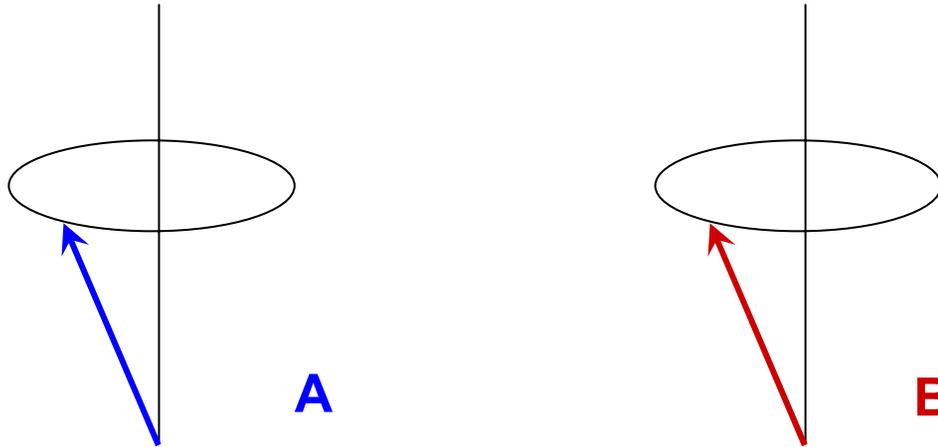
Autrement, la différence des fréquences de précession de Larmor dans e et f brouille le transfert de cohérence de f vers e si cette différence est grande devant Γ_e .

2 – La cohérence arrachée à l'état fondamental lors de l'absorption d'un photon est partiellement restituée lors du retour dans cet état par émission spontanée.

3 – Le déplacement de fréquence variant avec $\omega_e - \omega_f$ comme une courbe de dispersion est dû à des transitions réelles de résonance optique.

Il ne doit pas être confondu avec le déplacement lumineux décrit dans le cours 3 qui était dû à des absorptions et réémissions virtuelles de photons induites par une excitation non résonnante.

Interprétation du déplacement



2 atomes A et B dans f avec leurs spins parallèles.

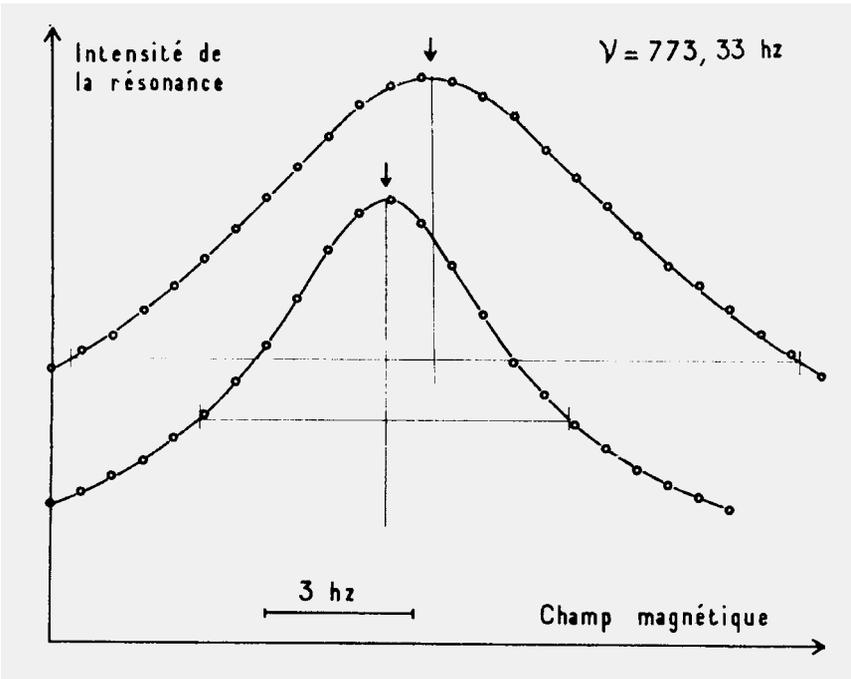
A absorbe un photon et passe dans e en gardant un souvenir de son orientation dans f (transfert partiel de cohérence).

Dans e , A tourne avec une vitesse angulaire ω_e différente de celle qu'il avait dans f . Il prend de l'avance par rapport à B si $\omega_e > \omega_f$.

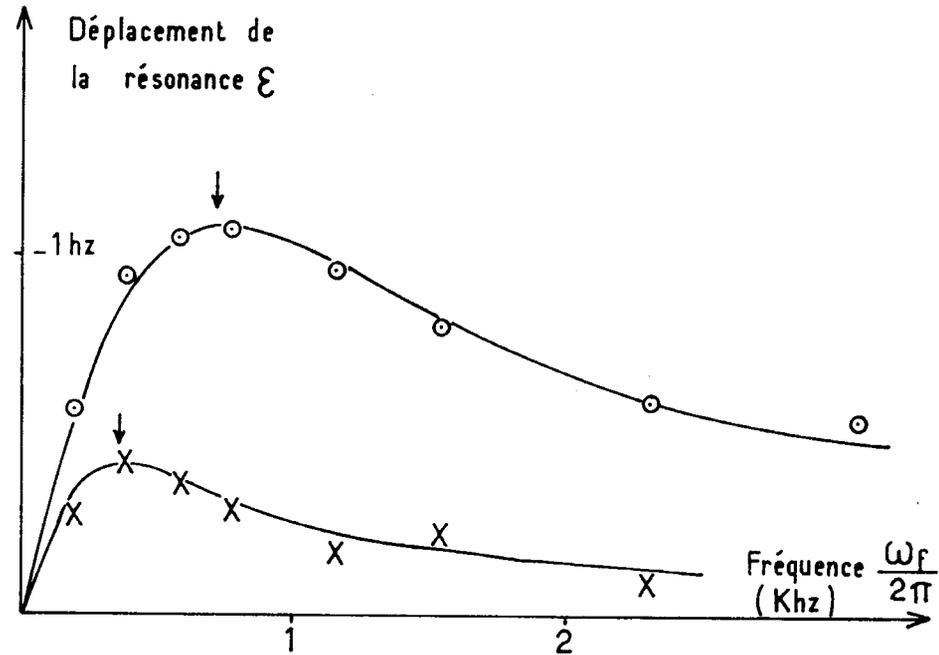
Quand A retombe dans f avec un souvenir de son orientation dans e , il a pris une certaine avance par rapport à la direction qu'il aurait s'il n'avait pas subi un cycle absorption - émission spontanée.

Si ce cycle se répète régulièrement pour A, la vitesse angulaire moyenne de A est augmentée par rapport à celle de B.

Observation expérimentale (sur ^{199}Hg)



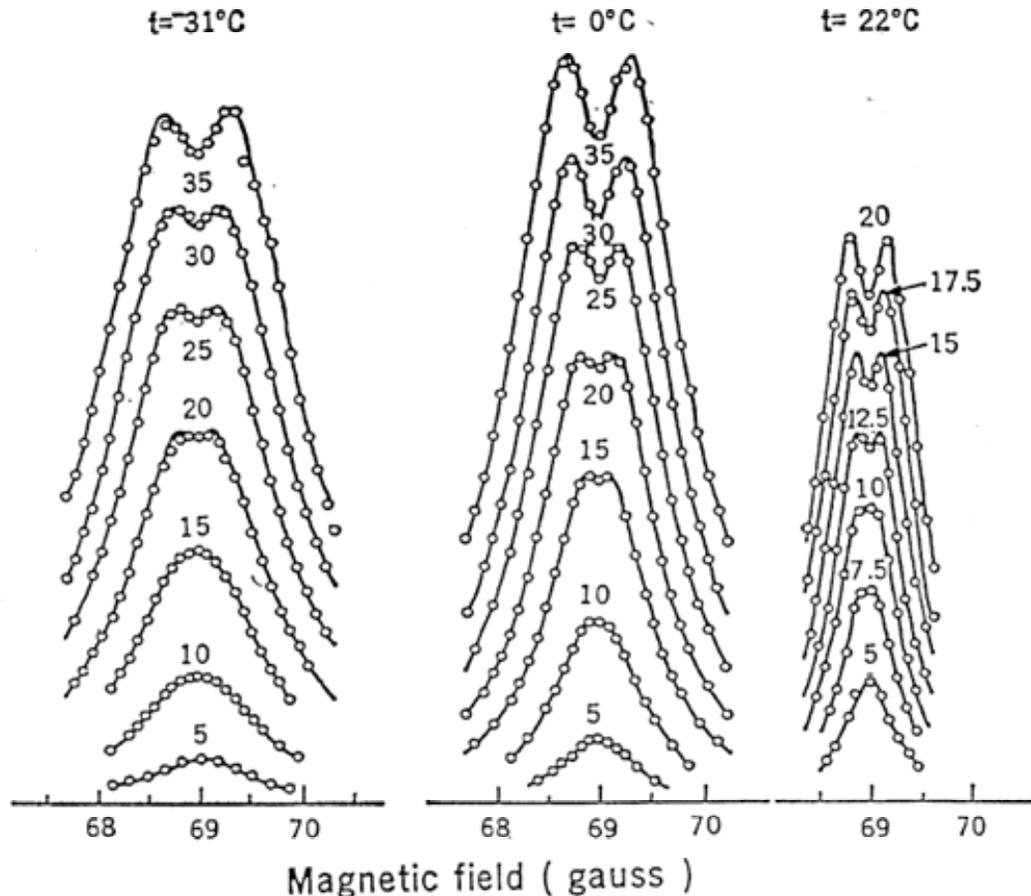
Les 2 courbes correspondent à 2 intensités différentes du faisceau perturbateur 2. Ce faisceau 2 est résonnant contrairement à la situation décrite dans le cours 3.



Variations du déplacement avec la fréquence ω_f qui est proportionnelle aussi à $\omega_e - \omega_f$. Les 2 courbes correspondent à 2 transitions hyperfines différentes de ^{199}Hg .

C. Cohen-Tannoudji, C.R.Acad.Sci. 252, 394 (1961)

Exemple 3 : Diffusion multiple cohérente



Les raies de double résonance s'affinent quand la température de la cellule de Hg augmente alors qu'on s'attendrait plutôt à un élargissement des raies dû à une augmentation des taux de collision à pression de vapeur plus élevée.

M-A. Guiochon-Bouchiat, J-E. Blamont, J.Brossel
C. R. Acad. Sci. 243, 1859 (1956) ; J.Phys.Rad. 18, 99 (1957)

Interprétation de l'affinement

Quand un atome excité émet spontanément un photon, ce photon peut être réabsorbé par un autre atome de la vapeur. Si les dimensions de la cellule sont suffisamment grandes, ce phénomène peut être important à des pressions de vapeur où les collisions entre atomes sont encore négligeables.

La cohérence Zeeman introduite par le champ RF dans l'état excité du premier atome est partiellement transférée à l'état excité du second atome qui absorbe le photon émis par le premier. Tout se passe comme si la cohérence Zeeman « vivait » plus longtemps.

Après moyenne sur toutes les positions possibles du second atome, le second atome garde un souvenir de la direction de la grandeur transversale existant sur le premier.

À la différence des 2 exemples précédents, il s'agit ici d'un transfert de cohérence entre 2 atomes différents, et non pas à l'intérieur du même atome.

Étude théorique quantitative de ce phénomène

J-P. Barrat, Thèse, Paris 1959. J. Phys. Rad. 20, 541, 633 et 657 (1959)

Déplacement de la raie de double résonance dû à la diffusion multiple

Déphasage entre la grandeur transversale transférée de l'atome A à l'atome B par diffusion multiple et celle qui serait restée sur A en l'absence d'émission spontanée d'un photon par A.

Déphasage dû

- au temps de propagation fini du photon se propageant de A à B
- à l'effet des autres atomes situés entre A et B
 - Indice de réfraction
 - Rotation Faraday de la polarisation

Ce déphasage est responsable d'un déplacement de la raie de double résonance.

A. Omont, C. R. Acad. Sci. Paris, 258, 1193 (1964)

Exemple 4 : Transfert de cohérence entre 2 alcalins différents par collisions d'échange de spin

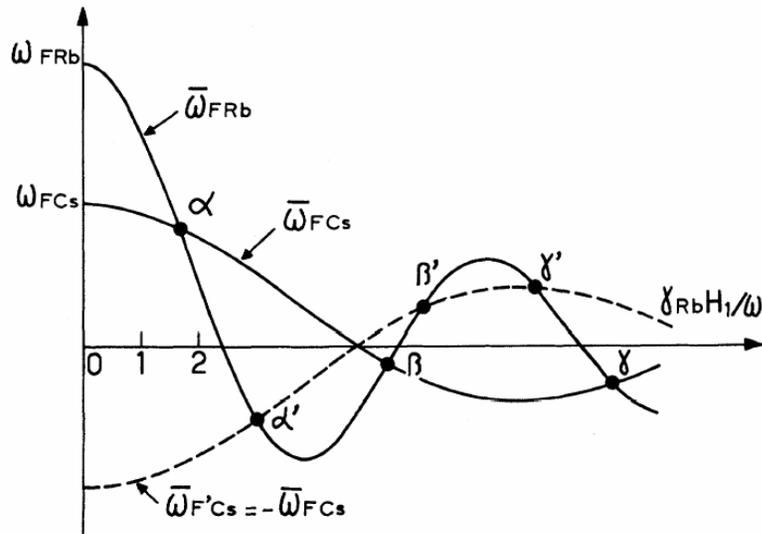
Les collisions d'échange de spin permettent de transférer à un alcalin, par exemple Rb, l'orientation longitudinale (parallèle au champ statique B_0) obtenue par pompage optique sur un autre alcalin, par exemple Cs.

Les transferts d'orientation transversale, c'est-à-dire des cohérences Zeeman, sont cependant impossibles en champ non nul car les fréquences de Larmor ω_{Cs} et ω_{Rb} sont différentes. Ces transferts ne sont possibles qu'en champ faible ($\omega_{\text{Cs}} - \omega_{\text{Rb}} \lesssim \Gamma_f$).

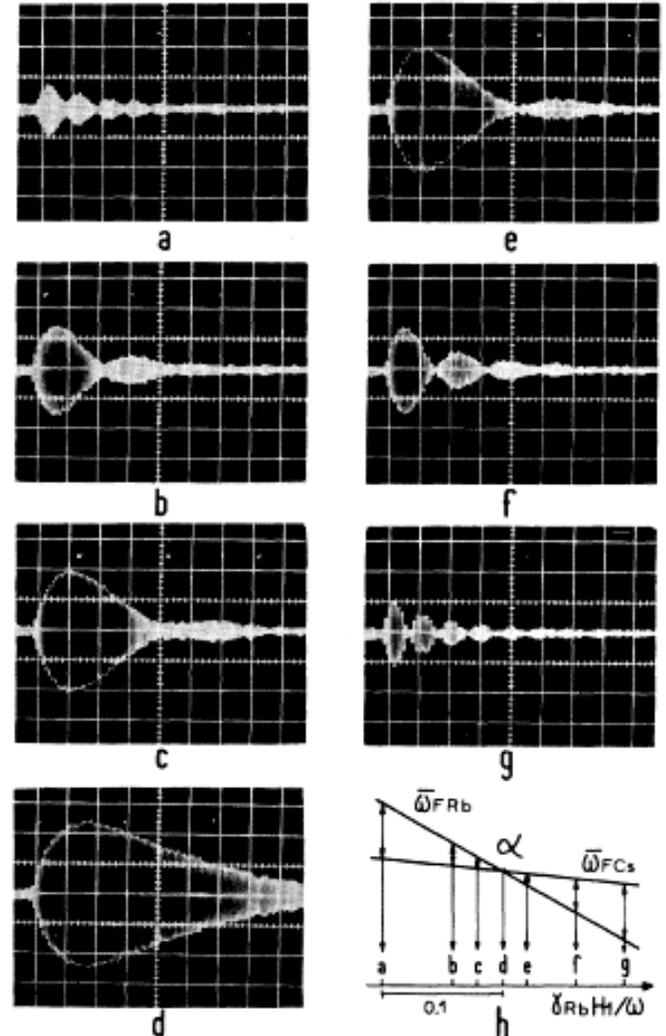
On peut cependant rendre les 2 fréquences de Larmor égales en « habillant » les 2 alcalins au moyen d'un champ RF haute fréquence (voir cours 4) et en rendant leurs moments magnétiques égaux. Le transfert n'est alors possible que pour l'amplitude du champ RF permettant cette égalisation.

S. Haroche, C. Cohen-Tannoudji, Phys. Rev. Lett. 24, 974 (1970)

Résultats expérimentaux



- Orientation de Cs par pompage optique.
- Impulsion $\pi/2$ sur Cs introduisant une orientation transversale sur Cs.
- Habillage des 2 atomes par un champ RF.
- Détection de l'orientation transversale de Rb pour diverses valeurs de l'amplitude du champ RF au voisinage des valeurs correspondant aux croisements de la figure.



EFFETS D'INTERFÉRENCE DANS LES PROCESSUS MULTIPHOTONIQUES

Effets d'interférence dans les processus multiphotoniques

Première catégorie d'effets

Un processus multiphotonique comporte nécessairement plusieurs états intermédiaires (plusieurs interactions avec le champ).

Plusieurs chemins différents peuvent donc conduire le système atome + champ de l'état initial à l'état final et les amplitudes correspondantes interfèrent.

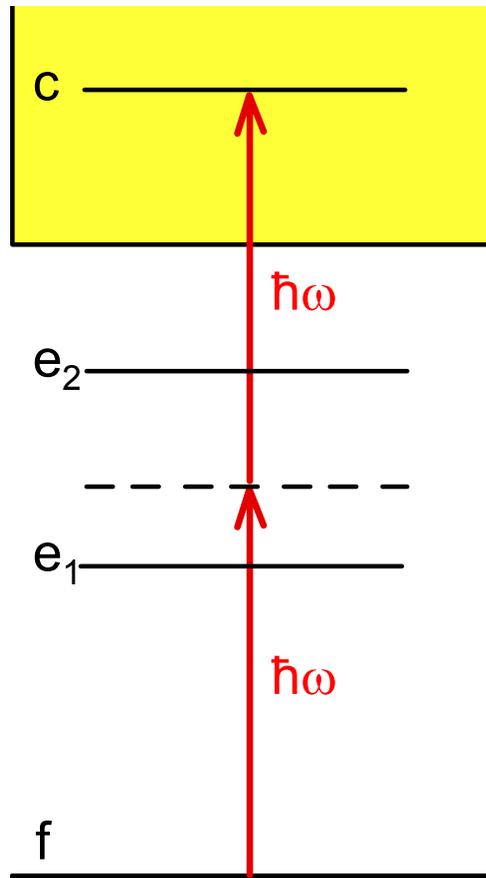
Deuxième catégorie d'effets

Impliquant non plus un seul mais plusieurs atomes.

Si de nouvelles ondes sont générées dans un processus multiphotonique, les ondes provenant d'atomes différents peuvent-elles interférer?

Exemple 1 de la 1ère catégorie : Minima d'ionisation multiphotonique entre 2 résonances

Exemple d'une ionisation à 2 photons

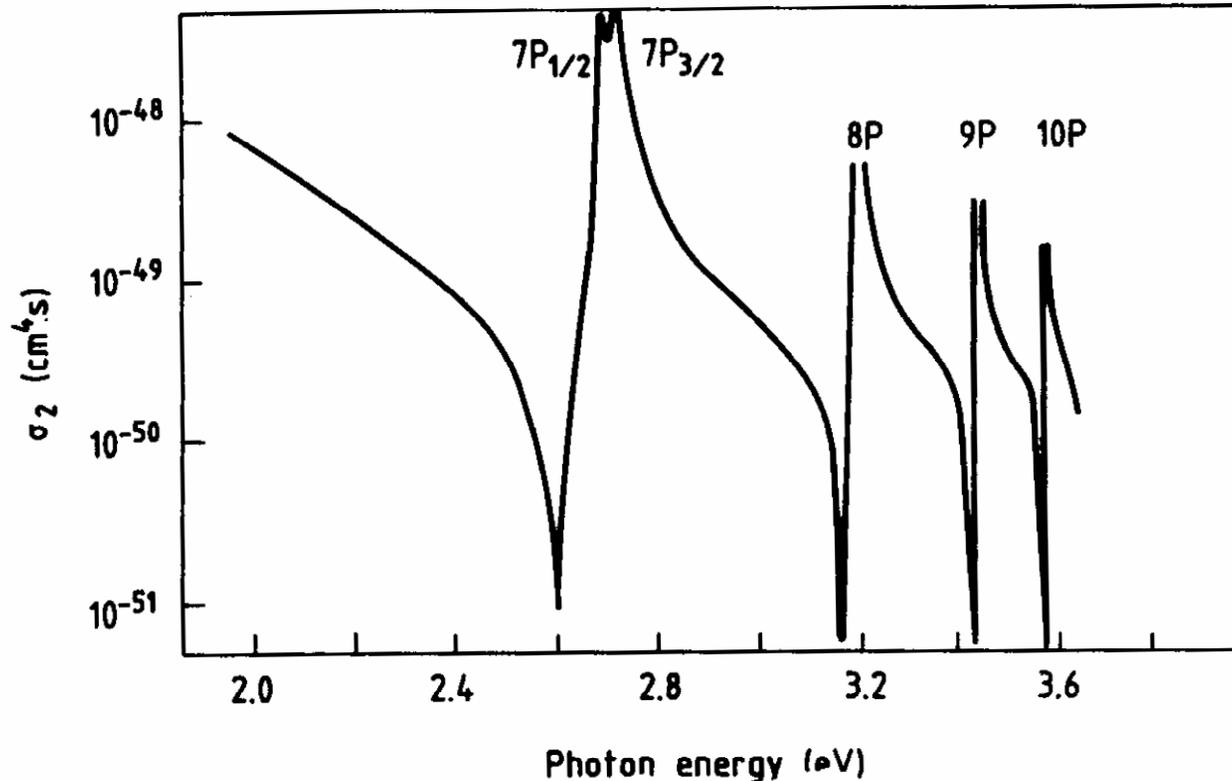


Quand ω varie, des résonances se produisent quand ω coïncide avec l'une des fréquences ω_{10} et ω_{20} correspondant aux transitions $f \rightarrow e_1$ et $f \rightarrow e_2$.

Quand ω est compris entre ω_{10} et ω_{20} , les 2 dénominateurs d'énergie correspondant aux 2 états intermédiaires e_1 et e_2 ont des signes opposés et les 2 amplitudes interfèrent avec un signe -.

Exemple de prédiction théorique

Ionisation à 2 photons du Césium



On voit les résonances associées aux états intermédiaires 7p, 8p, 9p, 10p et les minima des probabilités d'ionisation entre 2 résonances

Figure extraite de G. Mainfray, J. de Phys. Colloque C2, 43, 367 (1982) présentant les résultats de H. Bebb, Phys. Rev. 149, 25 (1966)

Confirmation expérimentale

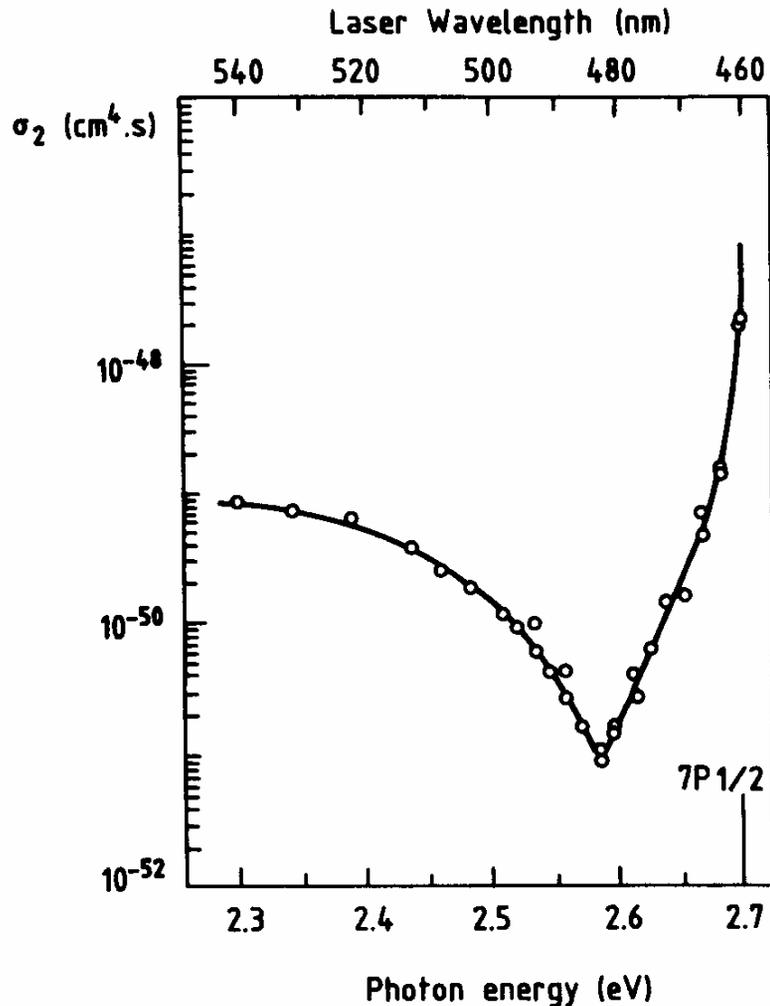


Figure extraite de G. Mainfray, J. de Phys. Colloque C2, 43, 367 (1982) (présentant les résultats de J. Morellec, D. Normand, G. Mainfray, C. Manus, Phys. Rev. Lett. 44, 1394 (1980))

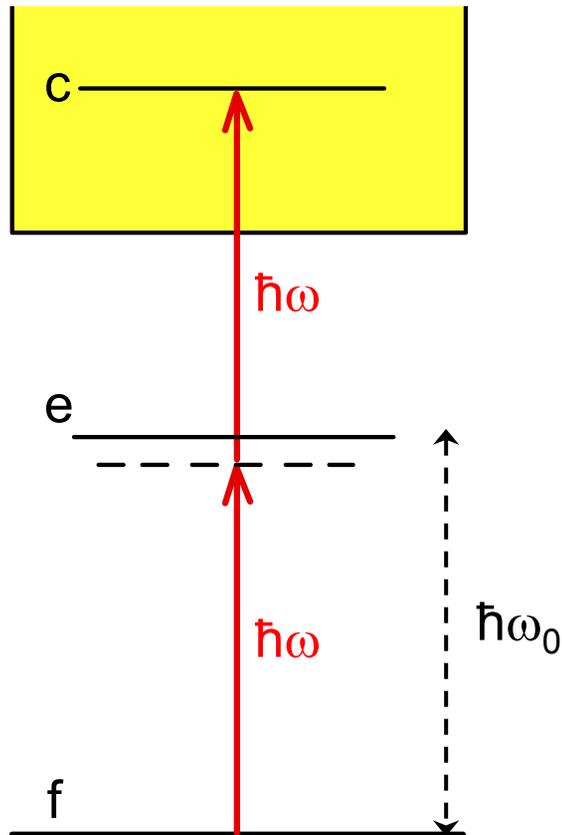
Plusieurs expériences précédentes n'avaient pu observer de minima, par suite d'un signal parasite d'ions Cs^+ provenant d'ions moléculaires $(\text{Cs}_2)^+$ produits par la dissociation de dimères Cs_2 .

Intérêt de ces résonances

- La comparaison de la position et de la profondeur des minima avec les prédictions théoriques permettent de tester la précision des calculs des énergies et des éléments de matrice apparaissant dans l'expression perturbative de l'amplitude de transition.
- De manière plus générale, la possibilité d'utiliser des effets d'interférence quantique pour bloquer un processus physique dans un sens et l'orienter dans un autre est l'objet actuellement de nombreux travaux théoriques et expérimentaux.

Nouveau champ de recherche appelé
« contrôle cohérent »

Exemple 2 de la 1ère catégorie : Profils de Fano au voisinage d'une résonance d'ionisation multiphotonique



L'atome peut passer de f à c

- soit en passant intermédiairement par e . Si ω est proche de ω_0 , l'amplitude varie de manière importante quand on balaie ω .
- soit en passant par un état intermédiaire autre que e .

L'interférence entre les 2 amplitudes donne naissance à des profils asymétriques analogues aux profils de Fano observés en photoionisation simple au voisinage d'un état autoionisant.

Phénomène initialement suggéré par :

S. Feneuille, L. Armstrong, J. Phys. Lettres, 36, L-235 (1975)

B. Beers, L. Armstrong, Phys. Rev. A12, 2447 (1975)

Exemple de la 2ème catégorie : interprétation de la condition d'accord de phase

Considérons un processus multiphotonique au cours duquel un certain nombre de photons sont absorbés et d'autres émis.

L'impulsion gagnée par l'atome subissant ce processus vaut:

$$\delta \vec{p} = \hbar \left[\left(\sum \vec{k}_i \right)_{\text{absorbés}} - \left(\sum \vec{k}_j \right)_{\text{émis}} \right]$$

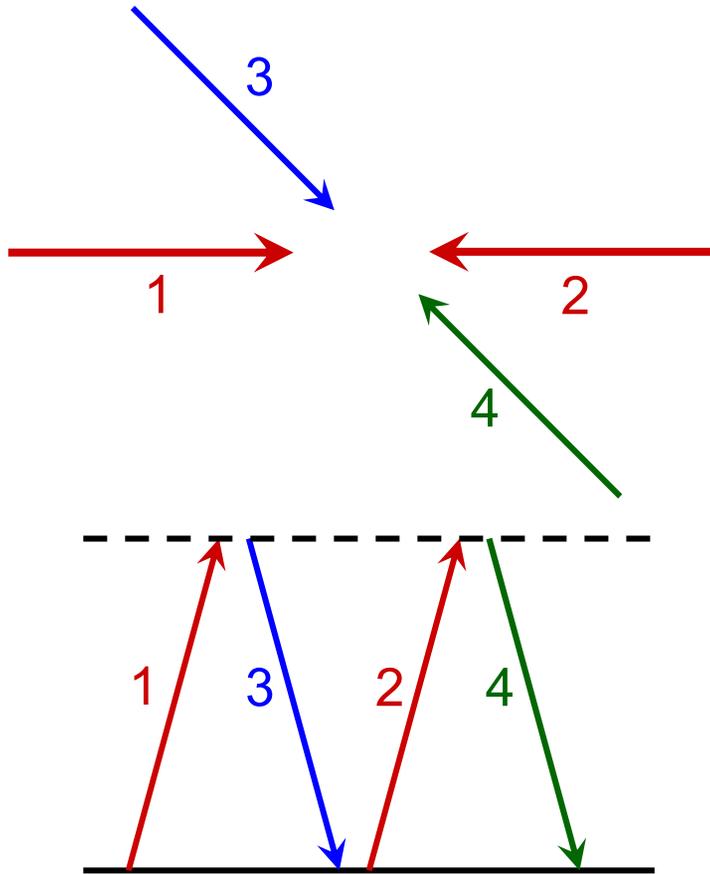
Considérons 2 atomes A et B d'impulsions initiales \vec{p}_A et \vec{p}_B . Suivant que c'est l'atome A ou l'atome B qui subit le processus, c'est \vec{p}_A ou \vec{p}_B qui augmentera de $\delta \vec{p}$. Les états finals des 2 atomes seront donc $\vec{p}_A + \delta \vec{p}$, \vec{p}_B dans le premier cas, \vec{p}_A , $\vec{p}_B + \delta \vec{p}$ dans le second.

Pour que les amplitudes associées aux processus issus de A et de B puissent interférer, il faut que les états finals des 2 atomes soient les mêmes. Il faut donc que :

$$\delta \vec{p} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \left(\sum \vec{k}_i \right)_{\text{absorbés}} = \left(\sum \vec{k}_j \right)_{\text{émis}}$$

Remarque : En toute rigueur, il faut aussi tenir compte, dans un milieu comportant un grand nombre d'atomes, des effets de l'indice de réfraction qui dépend de la fréquence.

Application au mélange à 4 ondes dégénéré



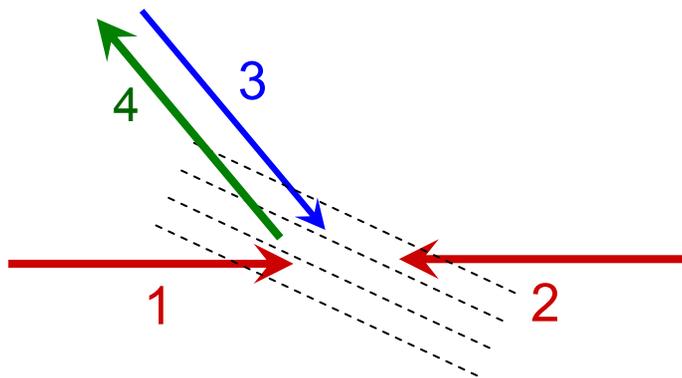
Milieu atomique soumis à 3 ondes 1, 2, 3, de même fréquence ω . Les 2 ondes 1 et 2 se propagent dans des directions opposées

Génération d'une onde 4 par un processus où un photon 1 est absorbé, un photon 3 émis, un photon 2 absorbé et finalement un photon 4 est émis avec retour de l'atome dans l'état fondamental .

La conservation de l'énergie implique que le photon 4 a la même fréquence que les 3 autres. Les ondes 4 émises par les différents atomes ne peuvent interférer que si :

$$\delta \vec{p} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{k}_4 = -\vec{k}_3$$

Autre interprétation de la condition $\delta \vec{p} = \vec{0}$



Les ondes 1 et 3 interfèrent et donnent naissance à un réseau de densité atomique.

L'onde 2, par diffraction de Bragg sur de réseau donne naissance à l'onde 4.

Interprétation qualitative en termes de dipôles induits

À un facteur de proportionnalité près (susceptibilité non linéaire), la composante de fréquence positive de la répartition spatiale des dipôles induits par les trois ondes 1,2 et 3 est le produit des composantes de fréquence positive des 2 ondes absorbées 1 et 2

$$\exp i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t) \times \exp i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t) = \exp(-2i\omega t) \quad \text{car } \vec{k}_1 = -\vec{k}_2$$

par la composante de fréquence négative de l'onde 3 émise

$$\exp -i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r} - \omega t - \varphi) \quad \varphi : \text{phase de l'onde 3}$$

ce qui donne:

$$\exp -i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r} + \omega t - \varphi)$$

Interprétation qualitative en termes de dipôles induits (suite)

Répartition spatiale des dipôles induits par les ondes 1,2,3 :

$$\exp -i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r} + \omega t - \varphi) + \exp i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r} + \omega t - \varphi)$$

Cette dépendance spatiale est aussi celle de l'onde 4 qui en résulte.

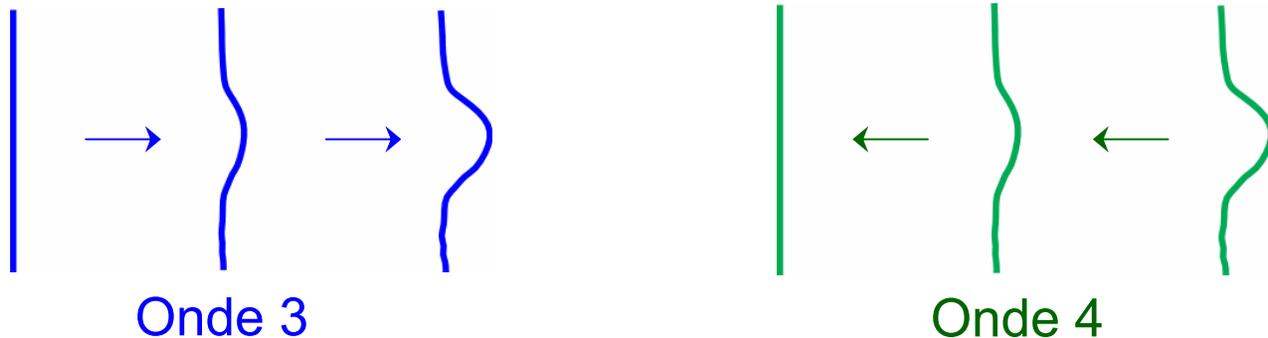
Comparons la à celle de l'onde 3 ;

$$\exp -i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r} - \omega t - \varphi) + \exp i(\vec{k}_3 \cdot \vec{r} - \omega t - \varphi)$$

On voit qu'on passe de l'une à l'autre par le changement $t \rightarrow -t$.

L'onde 4, appelée « onde conjuguée » de l'onde 3, peut donc être considérée comme obtenue à partir de cette dernière par renversement du sens du temps.

Si l'onde 3 subit des distorsions de phase lors de sa propagation dans le milieu, l'onde conjuguée verra ces distorsions disparaître



ÉTATS INTRIQUÉS

États intriqués

Superpositions linéaires d'états produits

$$|\psi\rangle = \alpha |\varphi_1\rangle |\varphi_2\rangle + \beta |\chi_1\rangle |\chi_2\rangle$$

Ne peuvent pas être écrits sous forme du produit d'un état du système 1 par un état du système 2.

Exemples

- Deux spins 1/2 dans l'état singulet

$$(|1+, 2-\rangle - |1-, 2+\rangle) / \sqrt{2}$$

- Un atome et le champ de rayonnement

$$(|f, N+1\rangle + |e, N\rangle) / \sqrt{2}$$

- Intrication entre degrés de liberté internes et externes

$$(|f, \vec{p}\rangle + |e, \vec{p} + \hbar \vec{k}\rangle) / \sqrt{2}$$

- Intrication à plusieurs particules

$$(|1+, 2+, 3+\rangle - |1-, 2-, 3-\rangle) / \sqrt{2}$$

Importance des états intriqués sur le plan conceptuel

1 – Mettent clairement en évidence des corrélations quantiques non intuitives.

Considérons 2 spins $1/2$ dans l'état singulet qui s'éloignent à une grande distance l'un de l'autre.

Si l'on mesure S_z sur le premier et qu'on trouve $+1$ (en unités de $\hbar/2$), on est sûr que S_z vaut -1 pour le second.

Idem si l'on mesure S_x ou S_y .

Einstein, Podolsky et Rosen (1935) en concluent que la description quantique des phénomènes est incomplète.

Leur argument: Quand on mesure S_z ou S_x sur le premier spin, on n'influe pas le second qui est très loin. Si la valeur de S_z ou S_x est sûre sur le second, c'est qu'elle existait avant la mesure sur le premier. Comment concilier cette conclusion avec le fait que S_z et S_x ne commutent pas et ne peuvent donc pas avoir des valeurs bien définies simultanément?

2 – Une avancée importante: les inégalités de Bell

Admettons l'existence de paramètres supplémentaires λ non inclus dans la description quantique usuelle. Ils caractérisent l'état du système lors de sa formation et sont décrits par une densité de probabilité $P(\lambda)$ positive et normée.

Si l'on admet que les résultats de mesure sur 1 ne dépendent que de λ et du dispositif de mesure sur 1 (et non du dispositif de mesure sur 2 – hypothèse de localité), on peut démontrer (Bell 1964) des inégalités concernant une certaine combinaison de signaux de corrélation entre résultats de mesures sur 1 et sur 2.

Or, les prédictions de la mécanique quantique usuelle violent ces inégalités.

Il devient donc possible de tester expérimentalement si une description plus complète et locale des phénomènes physiques en termes de paramètres supplémentaires est compatible ou non avec la mécanique quantique.

3 – Les tests expérimentaux démontrent clairement une violation des inégalités de Bell

Plusieurs générations d'expériences de précision croissante:

- Freedom, Clauser 1972-76
- Fry, Thomson 1976
- Aspect, Grangier, Roger, Dalibard 1981-82
- Kwiat, Mattle, Weinfurter, Zeilinger 1995

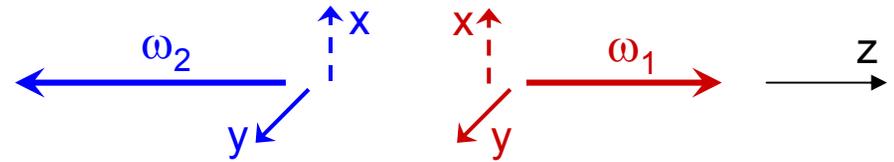
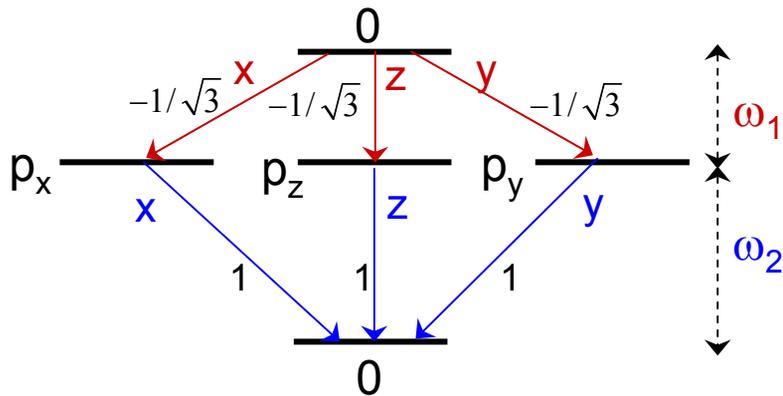
4 – Conclusion

Aussi éloignés soient-ils l'un de l'autre, les 2 systèmes apparaissant dans un état intriqué ne peuvent pas être considérés comme des entités séparées. Ils forment un tout inséparable.

Non séparabilité quantique

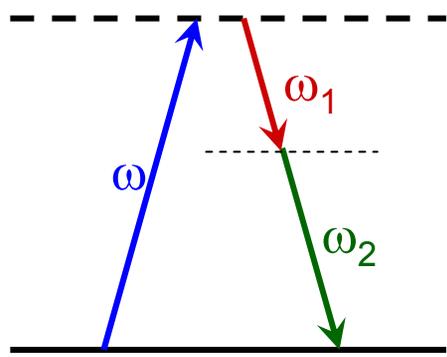
Sources de photons intriqués

Cascade J=0 → J=1 → J=0 (cas du Ca)



$$|\psi\rangle = [|\omega_1 y, \omega_2 y\rangle + |\omega_1 x, \omega_2 x\rangle] / \sqrt{2}$$

Conversion paramétrique de type 2 dans un cristal de BBO



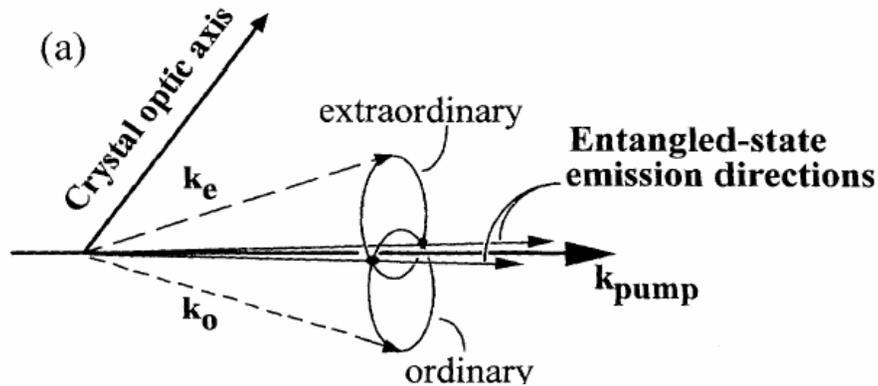
Un photon ω est absorbé. Deux photons ω_1 et ω_2 sont émis, l'atome retournant dans l'état fondamental

Conservation de l'énergie

$$\omega = \omega_1 + \omega_2$$

Les conditions d'accord de phase dans le cristal de BBO font que les 2 photons ont des polarisations linéaires orthogonales et que les directions d'émission de ces 2 photons se répartissent sur 2 cônes.

Une amélioration récente



Si $\omega_1 = \omega_2 = \omega/2$, un photon émis le long de l'une des intersections des 2 cônes peut avoir l'une ou l'autre polarisation, l'autre ayant la polarisation orthogonale

État intriqué $\psi =$

Intérêt d'une telle méthode: pas de perte d'angle solide. Possibilité d'injecter la paire de photons dans 2 fibres et de les faire propager sur des kilomètres.

Obtention d'une violation des inégalités de Bell par 100 déviations standard en 5 minutes.

P. Kwiat, K. Mattle, W. Weinfurter, A. Zeilinger, A. Sergienko, Y. Shih,
Phys. Rev. Lett. 75, 4337 (1995)

COHÉRENCES SPATIALES

Description des variables externes

Distribution de positions et d'impulsions

$$R(\vec{r}) = \langle \vec{r} | \hat{\rho} | \vec{r} \rangle \quad P(\vec{p}) = \langle \vec{p} | \hat{\rho} | \vec{p} \rangle$$

Δr : largeur de $R(\vec{r})$ Dispersion des positions

Δp : largeur de $P(\vec{p})$ Dispersion des impulsions

Cas où l'état du centre de masse peut être décrit par une fonction d'onde.

Cas pur : $\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|$

$$R(\vec{r}) = |\langle \vec{r} | \psi \rangle|^2 = |\psi(\vec{r})|^2 \quad P(\vec{p}) = |\langle \vec{p} | \psi \rangle|^2 = |\tilde{\psi}(\vec{p})|^2$$

Les fonctions $\psi(\vec{r}) = \langle \vec{r} | \psi \rangle$ et $\tilde{\psi}(\vec{p}) = \langle \vec{p} | \psi \rangle$ sont transformées de Fourier l'une de l'autre.

Attention !

$$R(\vec{r}) = |\langle \vec{r} | \psi^2 \rangle| \text{ n'est pas la T.F. de } P(\vec{p}) = |\langle \vec{p} | \psi^2 \rangle|$$

Cohérences spatiales : $\langle \vec{r}' | \hat{\rho} | \vec{r}'' \rangle$

Éléments non diagonaux de ρ entre 2 points d'espace différents.
Si ρ correspond à un cas pur,

$$\langle \vec{r}' | \hat{\rho} | \vec{r}'' \rangle = \langle \vec{r}' | \psi \rangle \langle \psi | \vec{r}'' \rangle = \psi(\vec{r}') \psi^*(\vec{r}'')$$

L'argument du nombre complexe $\langle \vec{r}' | \hat{\rho} | \vec{r}'' \rangle$ est égal à la différence des phases de ψ entre \vec{r}' et \vec{r}'' .

Cohérence spatiale globale à une distance \vec{a}

$$G(\vec{a}) = \int d^3 r \langle \vec{r} | \hat{\rho} | \vec{r} + \vec{a} \rangle$$

Somme de toutes les cohérences spatiales entre couples de points séparés par une distance \vec{a}

Si $\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|$ (cas pur),

$$G(\vec{a}) = \int d^3 r \langle \vec{r} | \psi \rangle \langle \psi | \vec{r} + \vec{a} \rangle = \int d^3 r \psi(\vec{r}) \psi^*(\vec{r} + \vec{a})$$

Intégrale de recouvrement entre le paquet d'ondes $\psi(\vec{r})$ et le paquet d'ondes $\psi^*(\vec{r})$ translaté de $-\vec{a}$.

Lien entre $G(\vec{a})$ et $P(\vec{p})$

$$\begin{aligned} G(\vec{a}) &= \int d^3 r \langle \vec{r} | \hat{\rho} | \vec{r} + \vec{a} \rangle \\ &= \iiint d^3 r d^3 p d^3 p' \langle \vec{r} | \vec{p} \rangle \langle \vec{p} | \hat{\rho} | \vec{p}' \rangle \langle \vec{p}' | \vec{r} + \vec{a} \rangle \end{aligned}$$

$$\langle \vec{r} | \vec{p} \rangle \langle \vec{p}' | \vec{r} + \vec{a} \rangle = (1/2\pi\hbar)^3 \exp\left[i(\vec{p} - \vec{p}') \cdot \vec{r} / \hbar\right] \exp(-i \vec{p}' \cdot \vec{a} / \hbar)$$

$$(1/2\pi\hbar)^3 \int d^3 r \exp\left[i(\vec{p} - \vec{p}') \cdot \vec{r} / \hbar\right] = \delta(\vec{p} - \vec{p}')$$

$$\Rightarrow G(\vec{a}) = \int d^3 p P(\vec{p}) \exp(-i \vec{p} \cdot \vec{a} / \hbar)$$

La cohérence spatiale globale est la transformée de Fourier de la distribution d'impulsion.

Longueur de cohérence ξ

ξ est la largeur de $G(\vec{a})$

Ne pas confondre ξ et dispersion spatiale Δx

Pour une particule libre, Δx dépend du temps (étalement du paquet d'ondes) alors que p , et donc ξ , sont des constantes du mouvement.

Analogie optique

Fonction de corrélation temporelle d'un champ optique

$$G(\tau) = \int dt \overline{E(t)E^*(t+\tau)}$$

Intégrale de recouvrement d'un train d'ondes avec le train d'ondes translaté dans le temps de $-\tau$.

D'après le théorème de Wiener-Khinchine, $G(\tau)$ est la transformée de Fourier de la densité spectrale $I(\omega)$.

Si la largeur $\Delta\omega$ de $I(\omega)$ est trop petite pour être mesurable avec précision au moyen d'un spectromètre, il est plus commode de mesurer $G(\tau)$ en faisant interférer dans un Michelson les trains d'ondes avec les mêmes trains d'ondes retardés avec un délai ajustable. On mesure ainsi $G(\tau)$ et, par transformée de Fourier, $I(\omega)$.

Principe de la spectroscopie de Fourier.

Une nouvelle méthode de mesure de la distribution d'impulsion d'atomes froids

Si la dispersion d'impulsions Δp est trop petite pour être mesurable avec précision par une méthode de temps de vol, il peut être plus commode de dédoubler chaque paquet d'ondes, de décaler l'un par rapport à l'autre et de mesurer leur intégrale de recouvrement au moyen d'un signal d'interférence. On mesure ainsi $G(a)$ et, par transformée de Fourier, $P(p)$.

Méthode récemment utilisée pour mesurer la distribution d'impulsions d'atomes d'hélium refroidis par laser à 5nK et la distribution d'impulsions d'un condensat.

B. Saubamea, T. W. Hijmans, S. Kulin, E. Rasel, E. Peik, M. Leduc, C. Cohen-Tannoudji, Phys. Rev. Lett. **79**, 3146 (1997).

E. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, M. Trippenbach, Y. Band, M. Edwards, M. Doery, P. Julienne, K. Helmerson, S. Rolston, W. Phillips, Phys. Rev. Lett. 83, 3112 (1999)

Les diverses longueurs caractéristiques

Δx : Dispersion en position

$\xi = \hbar / \Delta p$: Longueur de cohérence

$\lambda_{\text{dB}} = h / \langle p \rangle$: Longueur d'onde de de Broglie

Bien définie si $\Delta p \ll \langle p \rangle$, c-à-d si $\lambda_{\text{dB}} \ll \xi$.

Sinon, on utilise uniquement ξ .

Pour une particule en équilibre thermodynamique à la température T , la longueur de cohérence est appelée longueur d'onde de de Broglie thermique et est définie par:

$$\lambda_T = \sqrt{\frac{\pi \hbar^2}{2 m k_B T}}$$

En lithographie atomique, la limite inférieure de la tache focale est de l'ordre de λ_{dB} , mais pour pouvoir l'atteindre, il faut une optique atomique ouverte, et donc ξ très grand.

Fragilité des cohérences spatiales

Tout processus augmentant Δp diminue $\xi = \hbar / \Delta p$

Premier exemple : émission spontanée

Le photon émis spontanément peut l'être dans n'importe quelle direction. La dispersion en impulsion sur chaque axe augmente donc d'une quantité de l'ordre de $\Delta p = \hbar k$.

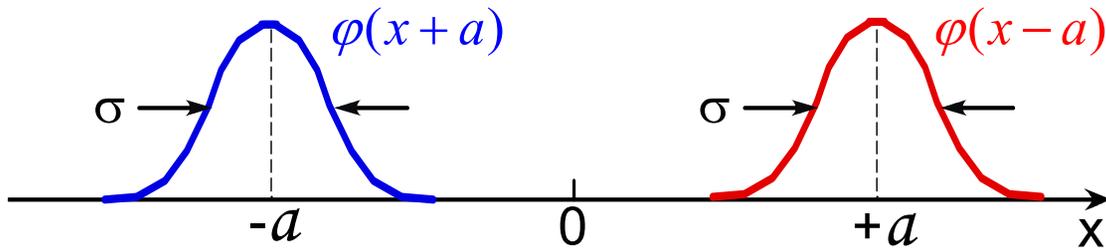
Si la longueur de cohérence est infinie avant l'émission ($\Delta p = 0$), elle devient certainement au moins de l'ordre de $\hbar / \hbar k = 1/k = \lambda_L$ après l'émission, λ_L étant la longueur d'onde du photon émis.

C'est la raison pour laquelle tout processus d'émission spontanée doit être soigneusement évité dans toutes les expériences, par exemple d'interférométrie atomique, nécessitant une grande longueur de cohérence.

Pour plus de détails, voir cours au Collège de France 1988-89.

Deuxième exemple : diffusion d'impulsion d'un atome subissant des collisions

Atome dans une superposition de 2 paquets d'ondes de largeur σ , séparés par une distance $2a$ grande devant σ .

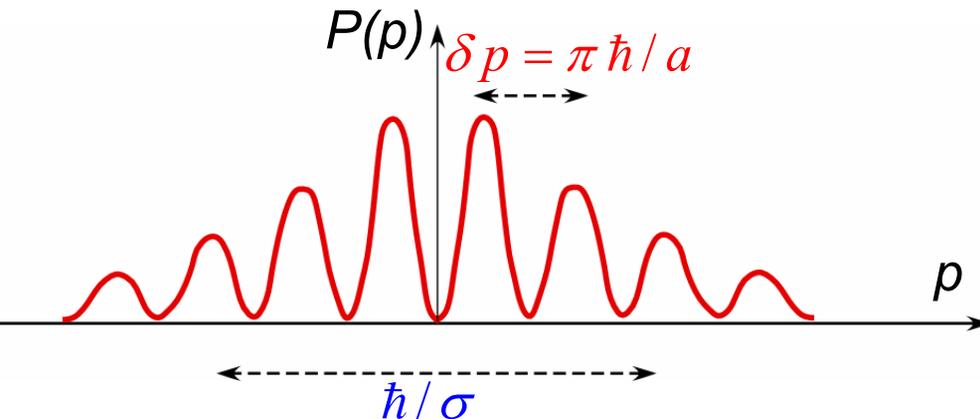


$\varphi(x)$: paquet d'ondes centré en $x=0$

$$\psi(x) = \left(1/\sqrt{2}\right) [\varphi(x-a) - \varphi(x+a)]$$

T.F. de $\psi(x)$: $\tilde{\psi}(p) = \left(1/\sqrt{2}\right) [e^{-ipa/\hbar} - e^{+ipa/\hbar}] \tilde{\varphi}(p)$ où $\tilde{\varphi}(p)$ = T.F. de $\varphi(x)$

Distribution d'impulsion $P(p) = 2 |\tilde{\varphi}(p)|^2 \sin^2(pa/\hbar)$



La cohérence entre les 2 paquets d'ondes séparés de $2a$ se traduit par l'apparition de franges dans la distribution d'impulsions avec un interfrange $\delta p = \pi \hbar / a$.

Deuxième exemple (suite)

L'atome diffuse au sein du gaz en subissant des collisions. Comme dans le mouvement brownien, son impulsion diffuse. Chaque état d'impulsion bien définie acquiert au bout d'un temps Δt une dispersion d'impulsions Δp donnée par l'équation:

$$(\Delta p)^2 = 2 D \Delta t$$

où D est le coefficient de diffusion de l'impulsion.

Au bout d'un temps Δt , la distribution d'impulsion de l'atome partant de l'état décrit plus haut est donc le produit de convolution de la distribution d'impulsion de la figure précédente par une courbe de largeur $\Delta p = (2D\Delta t)^{1/2}$.

Quand Δt augmente, le contraste des franges de $P(p)$ diminue et les franges finissent par disparaître. Il n'y a plus alors de cohérence entre les 2 paquets d'ondes et l'état de l'atome est devenu un mélange statistique de 2 paquets d'ondes.

Temps de relaxation T_R de la cohérence entre les 2 paquets d'ondes.

Ce temps est appelé maintenant temps de « décohérence » si la distance entre les 2 paquets est mésoscopique (voir cours de S. Haroche).

Les franges disparaissent quand l'élargissement dû à la diffusion d'impulsion est égal à l'interfrange des franges de $P(p)$ caractérisant la cohérence entre les 2 paquets d'ondes. T_R est donc donné par l'équation:

$$(\Delta p)^2 = 2DT_R = (\delta p)^2 = \pi^2 \hbar^2 / a^2$$
$$\frac{1}{T_R} = \frac{2D}{\pi^2 \hbar^2} a^2$$

Il est intéressant maintenant de comparer le taux de décohérence $1/T_R$ au taux d'amortissement de l'impulsion moyenne de l'atome donné par l'équation:

$$d \langle p \rangle / dt = -\gamma \langle p \rangle \quad \gamma : \text{coefficient de friction}$$

Comparaison du taux de décohérence $1/T_R$ au taux d'amortissement γ de l'impulsion moyenne

D'après le théorème fluctuation-dissipation, D et γ sont reliés (Einstein 1905):

$$D / \gamma = 3 m k_B T$$

On en déduit:

$$\frac{1}{T_R} = \frac{2D}{\pi^2 \hbar^2} a^2 = \gamma \frac{6 m k_B T}{\pi^2 \hbar^2} a^2 = \frac{3}{2\pi} \gamma \left(\frac{a}{\lambda_T} \right)^2$$

Le taux de décohérence est donc plus grand que le taux d'amortissement de l'impulsion moyenne par un facteur égal au carré du rapport entre la distance entre les 2 paquets d'ondes et la longueur d'onde de de Broglie thermique λ_T .

Comme λ_T est très petit (de l'ordre de 10^{-11} m à $T=300$ K), le taux de décohérence est beaucoup plus grand que γ , ce qui montre clairement la difficulté de conserver longtemps des superpositions d'états mésoscopiquement différents.

(voir aussi cours du Collège de France 1988-89)