



## TD n° 5: Théorie de Landau

mars 2015

### 1 Transition de Curie

- 1) Rappeler l'allure de l'aimantation d'un ferromagnétique en champ nul en fonction de la température. On introduira la température critique  $T_c$ .
- 2) Cette transition de phase est-elle du premier ou second ordre ?

On désire étudier plus en détail le comportement du modèle pour  $T$  proche de  $T_c$ . Le potentiel thermodynamique du système à  $T$  et  $M$  fixés en champ nul s'écrit, pour  $M$  petit :

$$G(T, M) = G_0(T) + \alpha(T)M^2 + \beta(T)M^4 + \dots \quad (1)$$

Si on supprime la contrainte sur  $M$ , le système sélectionne la valeur de  $M$  qui minimise ce potentiel.

- 3) Pourquoi le développement du potentiel ne comporte-t-il que des termes pairs en  $M$  ?
- 4) On admettra que  $\beta(T) > 0$ . Donner l'équation déterminant  $M$  à l'équilibre. Quel doit être le signe de  $\alpha(T)$  en fonction de la température ? Donner l'expression de  $M$  correspondant à l'équilibre. Justifier qu'il était effectivement inutile d'écrire des termes d'ordre supérieur ( $M^6$ ,  $M^8$ , etc.)
- 5) Comment est modifié  $G$  en présence d'un champ magnétique  $B$  ? Calculer la susceptibilité magnétique  $\chi$  en champ nul.
- 6) Expérimentalement, pour  $T > T_c$ , la susceptibilité magnétique  $\chi$  vérifie la loi de Curie-Weiss :  $\chi \propto 1/(T - T_c)$ . En déduire la forme de  $\alpha(T)$  pour  $T > T_c$ . On supposera que cette forme reste correcte pour  $T < T_c$ , au moins pour des valeurs proches de  $T_c$ .
- 7) Calculer les exposants critiques suivants de ce modèle :

$$C_B(B = 0) \propto |T - T_c|^{-\alpha}, \quad M(B = 0) \propto (T_c - T)^\beta, \quad \chi(B = 0) \propto |T - T_c|^{-\gamma}, \quad M(T = T_c) \propto B^{1/\delta}$$

### 2 Généralisation de la théorie de Landau

On considère un modèle ayant un paramètre d'ordre  $M$ , qu'on supposera non borné, et qui ne représente donc pas une aimantation. On suppose que le développement de  $G(T, M)$  est maintenant :

$$G(T, M) = G_0(T) + A \times (T - T_0)M^2 + \beta M^4 + \gamma M^6 + \dots, \quad (2)$$

où on a supposé pour simplifier que  $\beta$  et  $\gamma$  ne dépendaient pas de la température. La différence avec le cas du ferromagnétisme est que l'on suppose maintenant  $\beta < 0$ , mais  $\gamma > 0$ .

- 1) En champ nul, quels sont les valeurs de  $M$  qui sont des minima locaux de  $G$  ?
- 2) Tracer l'allure des courbes  $M \mapsto G(M, T)$  à différentes températures. Justifier que l'emplacement du minimum absolu n'est pas toujours le même.
- 3) Calculer la température critique  $T_c$ . Discuter la transition en prenant en compte les minima métastables et tracer l'allure de  $M(T)$  pour  $T > T_0$ . Quel est l'ordre de la transition ?