Relativité et Électromagnétisme : TD n°1
— L7 —

Relativité restreinte

Igor Ferrier-Barbut, Marc Lilley, Sylvain Nascimbène & Bruno Peaudecerf

12 février 2013

Exercice 1 : Électromagnétisme et relativité galiléenne

On considère une charge ponctuelle q dans un référentiel galiléen $\mathcal{R}$ où règnent un champ électrique $\mathbf{E}$ et un champ magnétique $\mathbf{B}$. On appelle $\mathbf{u}$ sa vitesse dans ce référentiel.
On considère un second référentiel galiléen $\mathcal{R}'$ en translation uniforme à la vitesse $\mathbf{v}$ par rapport au référentiel $\mathcal{R}$. On note $\mathbf{u}'$ la vitesse de la charge ponctuelle q dans le référentiel $\mathcal{R}'$. On appelle $\mathbf{E}'$ et $\mathbf{B}'$ les champs électrique et magnétique dans ce référentiel.

1. En tenant compte de l'invariance de la charge et du principe de relativité, exprimer les forces de Lorentz $\mathbf{F}$ et $\mathbf{F}'$ agissant sur la charge q dans chacun des référentiels.
2. Expliquer pourquoi la force exercée sur un système d'étude est invariante dans une transformation galiléenne. Déduire l'expression des champs $\mathbf{E}'$ et $\mathbf{B}'$ en fonction des champs $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$.

On considère l'expérience d'électrostatique présentée sur la figure 1. Une charge q est au repos dans le référentiel du laboratoire. Cette charge est soumise à l'influence d'un fil infini portant une densité de charge linéique λ.

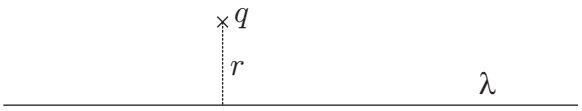


FIGURE 1: Charge q en interaction avec un fil chargé

3. Calculer les champs électrique et magnétique créés par le fil (à partir des équations de Maxwell) dans le référentiel du laboratoire puis dans un référentiel en translation uniforme à la vitesse $\mathbf{v}$ dans une direction parallèle au fil.
4. Calculer l'expression de la force de Lorentz dans ces deux référentiels et conclure.

Exercice 2 : Expérience de Michelson-Morley (1887)

L'expérience de Michelson-Morley avait pour but de mettre en évidence la présence d'un hypothétique éther dans lequel la Terre se déplace, et qui définit le référentiel d'inertie dans lequel la lumière se propage à la vitesse c. Le résultat négatif de cette expérience est une des expériences fondamentales qui ont mené à la relativité restreinte.

Le principe de l'expérience est de réaliser un interféromètre dit de Michelson (voir FIG. 2), qui permet de comparer les temps d'aller-retour dans deux bras perpendiculaires de même longueur L, lorsque ceux-ci sont en mouvement par rapport à l'éther. La longueur déployée des bras est de $L = 22\,\mathrm{m}$. La source de lumière utilisée était une lampe à vapeur de Sodium de longueur d'onde $\lambda = 589\,\mathrm{m}$. La Terre se déplace à $v = 30\,\mathrm{km{\cdot}s^{-1}}$ autour du Soleil.

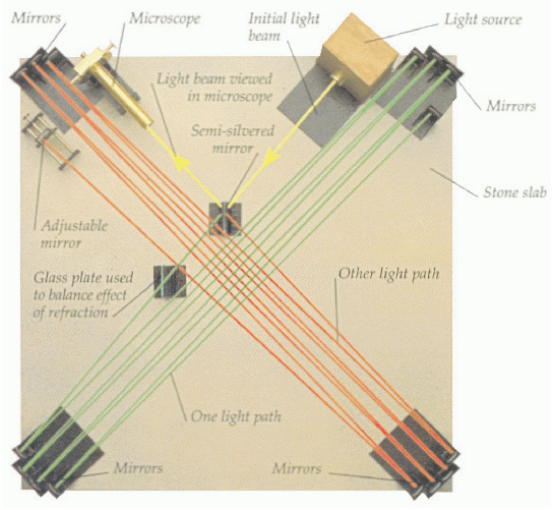


FIGURE 2: Principe de l'expérience historique de Michelson-Morley.

1. Effectuer un calcul de physique Galiléenne pour déterminer le temps d'aller retour d'un flash lumineux le long de chacun des deux bras. On supposera que le mouvement de la Terre coincide avec la direction de l'un des bras.
2. En déduire, dans la limite $v \ll c$, le déphasage qui devrait être observé en sortie de l'interféromètre lorsqu'on éclaire l'interféromètre en lumière monochromatique. Comment observer expérimentalement ce déphasage ?
3. Le résultat de l'expérience historique a donné une absence de déphasage à mieux qu'un centième de frange. Si l'éther existait, quelle serait sa vitesse maximale par rapport à la Terre ? Commenter.

Exercice 3 : Désintégration de muons cosmiques

Les muons sont des particules chargées ayant des propriétés très semblables aux électrons excepté qu'ils sont plus massifs et instables. On les trouve en abondance dans les rayons cosmiques. Leur durée de vie moyenne au repos a été mesurée et vaut : $\tau_0 = 2,197 \times 10^{-6}$ s.
Un détecteur de muons est placé tout d'abord au sommet du Mont Washington (1910 m), puis au pied de cette montagne, sensiblement au niveau de la mer. Dans sa première position, le détecteur enregistre 563 ± 10 muons par heure, dans sa seconde position, 408 ± 9.

1. En faisant l'hypothèse que la vitesse des muons est proche de c, calculez leur durée de vie moyenne τ telle qu'elle est mesurée par un expérimentateur terrestre.

En réalité, au cours de cette expérience, on a pu sélectionner des muons de vitesse $v = 0.992\,c$.

2. Montrez que l'expérimentateur peut retrouver cette valeur de τ à partir de la connaissance de τ_0.

Exercice 4 : Temps propre et temps impropre

Une fusée quitte la Terre avec une vitesse $\beta \equiv v/c = 3/5$. Quand une horloge placée sur la fusée indique qu'une heure s'est écoulée, la fusée envoie un signal lumineux à la Terre.

1. Pour les horloges terrestres, quand le signal lumineux a-t-il été envoyé ?
2. Pour les horloges terrestres, combien de temps après le départ de la fusée le signal a-t-il atteint la Terre ?
3. Pour les horloges de la fusée, combien de temps après le départ de la fusée le signal a-t-il atteint la Terre ?

Exercice 5 : L'effet Doppler

On considère une source ponctuelle S émettant des flashs lumineux sphériques à une fréquence ν'_S qui se propagent à la vitesse de la lumière c. Comme il est indiqué sur la FIG. 3, la source est animée d'une vitesse $\boldsymbol{v}$ par rapport au référentiel du laboratoire, qui fait un angle θ avec l'axe de visée (toujours dans le référentiel du laboratoire).

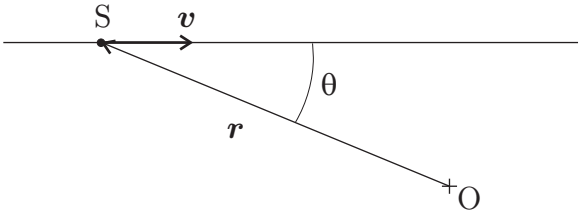


FIGURE 3: Source S se déplaçant à la vitesse $\boldsymbol{v}$ par rapport à un observateur O fixe dans le référentiel du laboratoire.

Un observateur immobile dans ce référentiel est placé au point O. On repère par le vecteur $\boldsymbol{r}$ la position de la source qui a émis le signal présent en O. On suppose l'observateur éloigné, c'est-à-dire $r \gg C/\nu'$.

Effet Doppler classique ($v \ll C$)

1. Dans le référentiel du laboratoire, exprimer la durée Δt_O séparant la réception de 2 flashs pour l'observateur en fonction de Δt_S, période d'émission du signal dans le référentiel de l'observateur.
2. Interpréter graphiquement l'effet Doppler classique en représentant les crêtes correspondant à 4 périodes successives sur un dessin. Y-a-t-il un effet Doppler classique transverse (pour $\theta = \pi/2$) ?

Effet Doppler relativiste

3. Définir ensuite un référentiel dans lequel l'intervalle de temps séparant 2 flashs est un temps propre et en déduire la fréquence ν_O mesurée par l'observateur en fonction de v, θ et de la fréquence ν'_S de la source.

Exercice 6 : Diverses mesures de longueurs

On considère une fusée voyageant à la vitesse $\mathbf{v}$ entre 2 planètes A et B séparées d'une distance L.

1. Calculez l'intervalle de temps mesuré par une horloge de la fusée entre les 2 franchissements de planètes.

2. Déduisez en la longueur L' mesurée par le pilote de la fusée entre les 2 planètes.

On considère un appareil comportant une source d'éclairs E placée à égale distance de 2 miroirs situés en A et B, eux-mêmes séparés d'une distance L (mesurée au repos). Comme il est indiqué sur la figure 4, l'ensemble se déplace à une vitesse $\mathbf{v}$ par rapport au laboratoire.

La source émet un éclair au temps $t = t' = 0$ juste quand elle passe devant le point E' du laboratoire. L'éclair atteint les points A et B, est réfléchi vers le laboratoire et laisse 2 marques en A' et B'.

3. Trouvez les temps indiqués par des horloges situées en A, B, A' et B' quand l'éclair y arrive.
4. Les événements : *l'éclair est en* A' et *l'éclair est en* B' sont-ils simultanés ?

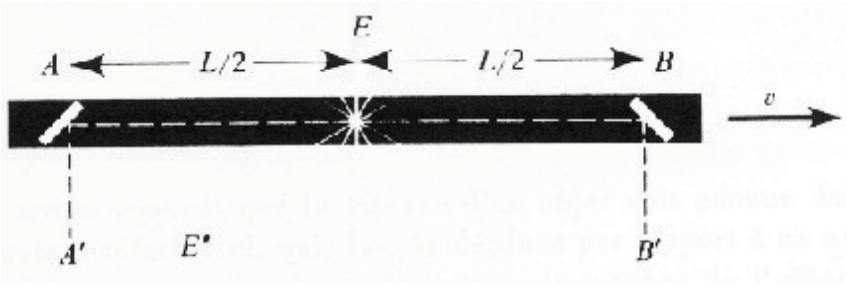


FIGURE 4: Dispositif émettant un éclair en E et le réfléchissant en A et B.