# Ordres de grandeur et méthodes perturbatives

# TD n°2 : De la taille des gouttes et des montagnes

Sylvain Nascimbène

## 1 Tension de surface et chaleur latente de vaporisation

Cet exercice a pour but de décrire les propriétés macroscopiques d'un liquide simple à partir de ses propriétés microscopiques.

1. Quel est l'ordre de grandeur de l'énergie d'interaction $E_0$ entre deux particules ? De la distance intermoléculaire $d$ ?

2. En première approximation, ces deux grandeurs $E_0$ et $d$ déterminent les propriétés macroscopiques du fluide. En supposant que les $N^3$ particules sont situées sur un réseau cubique, calculer l'énergie totale en ne conservant que les termes en $N^3$ et $N^2$. Relier ces termes à la chaleur latente $L$ et la tension de surface $\sigma$ et donner l'expression de celles-ci.

   À l'aide des données expérimentales suivantes (tensions de surface à 25°C), déterminer $E_0$ et $d$ pour chacun des corps suivants. Peut-on interpréter les différences ?

| Corps | $\sigma$ ($10^{-3}$ N.m$^{-1}$) | $L$ ($10^9$ J.m$^{-3}$) |
|---|---|---|
| $Br_2$ | 41 | 0,5 |
| $H_2O$ | 72 | 2,44 |
| $CCl_4$ | 32 | 0,34 |
| $CH_40$ | 22 | 0,93 |
| $C_6H_6$ | 28,2 | 0,38 |
| $Cl_3P$ | 18 | 0,368 |

## 2 Tailles à la surface de la Terre

Nous nous intéressons ici aux tailles caractéristiques de divers objets à la surface de la Terre.

### 2.1 Hauteur des montagnes

Quels sont les paramètres pertinents pour évaluer la taille maximale d'une montagne ? Faire le calcul en supposant que la taille maximale est atteinte quand l'énergie d'une couche au sommet de la montagne permet de faire fondre une couche à la base de la montagne.

L'ordre de grandeur de la chaleur latente de liquéfaction des corps composant le manteau terrestre est $L = 3 \times 10^8$ J m$^{-3}$, et on prendra une masse volumique moyenne $\rho = 3000\,\mathrm{kg/m^3}$.

### 2.2 Taille d'une goutte

On s'intéresse à la taille des gouttes qui tombent de la face inférieure d'un plan horizontal humide. Quels sont les paramètres pertinents ?

Faire le calcul en supposant qu'une demi-sphère se détache lorsque son poids équilibre la force de tension de surface qui la retient au mur.

### 2.3 Relation entre ces tailles

Quel est le lien entre la taille d'une goutte, la hauteur d'une montagne et la distance interatomique ?

### 2.4 Longueur d'onde d'une vague sur un lac

1. On s'intéresse à la longueur d'onde des vagues qui se propagent à la surface d'un lac en présence de vent. Quels sont les paramètres pertinents ?

2. Selon que seule la tension de surface ou seule la gravité joue, quelle est la forme de la relation de dispersion ? On admettra que, lorsque les deux forces entrent en jeu, la pulsation au carré est la somme des termes donnés par chacune de ces forces.

3. On suppose que les vagues peuvent être formées seulement quand la vitesse du vent dépasse la vitesse de phase des ondes (à une constante multiplicative près). Déterminer la vitesse minimale du vent pour avoir des ondes et la longueur d'onde minimale des vagues.
   Que trouve-t-on si la vitesse du vent doit être égale à la vitesse de groupe des vagues ?

## 3 Tourisme spatial

1. Exprimer la hauteur des montagnes en fonction de la constante de gravitation $G$ et du rayon de la planète. La loi d'échelle est-elle compatible avec les données ci-dessous ? Peut-on comprendre les écarts ?

| Planète | Hauteur des montagnes | Masse ($10^{24}$ kg) | Densité (g.cm$^{-3}$) | Rayon (km) |
|---|---|---|---|---|
| Mercure | Failles de 3000 m | 0,33 | 5,43 | 2440 |
| Vénus | Mont Maxwell 12000 m | 4,87 | 5,24 | 6052 |
| Terre | Everest 8900 m | 5,97 | 5,515 | 6378 |
| Mars | Mont Olympe 25000 m | 0,64 | 3,94 | 3397 |
| Lune | Mont Huygens 5500 m | 0,0734 | 3,34 | 1738 |

   Quelles sont les limites de ce modèle ?

2. Quel est le rayon maximum d'un objet astrophysique non sphérique ?

3. Exprimer le rapport entre la hauteur d'une montagne et le rayon de Bohr en fonction de constantes comparant les diverses interactions fondamentales. Même chose pour la taille d'une goutte.
   On fera intervenir le rapport des constantes fondamentales d'interaction $x = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 G m_p^2}$ où $m_p$ est la masse d'un nucléon, ainsi que le nombre $N$ de nucléon composant la planète et le nombre $A$ de nucléons par particules.