

## Ancrage des vortex dans les supraconducteurs

Description phénoménologique de la réponse linéaire  
d'un réseau de vortex ancré

N. Lütke-Entrup, B. Plaçais, P. Mathieu et Y. Simon

---

Principales notations utilisées 3

---

Avant-propos 5

---

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Introduction</b>   | <b>9</b> |
|          | 1. La théorie de Ginzburg et Landau                                   | 9        |
|          | 2. L'état mixte   | 11       |
|          | 3. La résistivité $\rho$ flux-flow $\rho_{ff}$ et le courant critique | 16       |
|          | 4. La réponse linéaire  | 20       |

---

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>2</b> | <b>Les théories de la réponse linéaire</b> | <b>27</b> |
|          | 1. Les modèles de résistivité locale       | 28        |
|          | 2. Les modèles à deux modes                | 44        |

---

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>3</b> | <b>Modèle hydrodynamique de la réponse linéaire</b> | <b>47</b> |
|          | 1. Thermodynamique de l'état mixte                  | 47        |
|          | 2. Les états métastables                            | 50        |
|          | 3. Les équations de transport                       | 53        |
|          | 4. La condition limite pour les vortex              | 56        |
|          | 5. La réponse linéaire alternative                  | 58        |

---

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>4</b> | <b>Les supraconducteurs classiques : PbIn, Nb, V</b>                            | <b>63</b> |
|          | 1. Principe de mesure   | 63        |
|          | 2. Les mesures dans $\text{Pb}_{0,82}\text{In}_{0,18}$                          | 67        |
|          | 3. Mesures dans Nb, V, $\text{Pb}_{0,91}\text{In}_{0,09}$ , et effets de taille | 75        |

---

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>5</b> | <b>YBaCuO : un supraconducteur à haute <math>T_c</math></b> | <b>81</b> |
|          | 1. Propriétés physiques et diagramme de phase               | 81        |
|          | 2. Quelques mesures récentes à haute fréquence              | 84        |
|          | 3. Résultats expérimentaux                                  | 86        |

---

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>6</b> | <b>UPt<sub>3</sub> : des vortex exotiques</b> | <b>93</b> |
|          | 1. Propriétés physiques et diagramme de phase | 93        |
|          | 2. Le paramètre d'ordre d'UPt <sub>3</sub>    | 95        |
|          | 3. Résultats expérimentaux                    | 100       |

---

|  |                   |            |
|--|-------------------|------------|
|  | <b>Conclusion</b> | <b>107</b> |
|--|-------------------|------------|

---

|  |                   |            |
|--|-------------------|------------|
|  | <b>Références</b> | <b>109</b> |
|--|-------------------|------------|

---

# Ancrage des vortex dans les supraconducteurs

Description phénoménologique de la réponse linéaire  
d'un réseau de vortex ancré

---

N. Lütke-Entrup<sup>1</sup>, B. Plaçais<sup>1</sup>, P. Mathieu<sup>1</sup> et Y. Simon<sup>1</sup>

## Résumé

Ce travail porte sur l'étude de l'ancrage des vortex par la réponse linéaire haute fréquence. Nous présentons une série de mesures de la profondeur de pénétration complexe dans l'état mixte sur une variété d'échantillons qui va des supraconducteurs classiques (Nb, V, PbIn), aux composés de fermions lourds non-conventionnels (UPt<sub>3</sub>), en passant par les cuprates à haute température critique (YBaCuO). La large gamme des fréquences explorées (1 kHz–10 MHz) permet de couvrir le changement de régime entre la réponse quasistatique dominée par l'interaction élastique des vortex avec les défauts, et la réponse haute fréquence amortie par la friction visqueuse du réseau de vortex au cristal ionique.

Pour décrire quantitativement le spectre de fréquence, nous nous appuyons sur une théorie phénoménologique qui fait une distinction explicite et rigoureuse entre lignes de vortex, décrites par un champ  $\omega$ , et lignes de champ magnétique  $B$ . On prédit ainsi l'existence d'un second mode électrodynamique, évanescent et de courte portée, lié à la tension de ligne des vortex. On montre que la réponse aux petits mouvements, amplitude et phase, est réglée par une condition limite supplémentaire sur le réseau de vortex à la surface ; elle prend la forme d'une condition de glissement avec une longueur phénoménologique contrôlée par la rugosité de l'échantillon. Le spectre de fréquence associé à ce mécanisme se distingue nettement du spectre de Campbell, générique des modèles d'ancrage en volume.

Nos mesures sur des échantillons PbIn, Nb, V et YBaCuO confirment entièrement notre modèle, y compris des effets de taille peu intuitifs qui se produisent à basse fréquence quand l'échantillon devient transparent au mode flux flow. En revanche, l'étude des vortex dans les phases  $B$  et  $C$  d'UPt<sub>3</sub> montre une contribution importante du volume à l'ancrage des vortex.

---

1. Laboratoire de Physique de la Matière Condensée, École Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 5, France.

**Abstract****Vortices pinning in superconductors**

In this article we report on the investigation of the dynamics of vortices based on the high frequency linear response. We present a serie of measurements of the complex penetration depth in the mixed state in a variety of samples, including conventional materials (Nb, V, PbIn), the non-conventional heavy fermion UPt<sub>3</sub>, and the high- $T_c$  cuprate YBaCuO. We have explored a large frequency range (1 kHz–10 MHz) so as to cover the cross-over from the quasi-static response, which is dominated by elastic interactions between vortices and sample defects, to the high-frequency regime, which is governed by viscous damping due to vortex friction against the host crystal.

For a quantitative description of the frequency spectrum we start from a phenomenological theory which makes a rigorous distinction between vortex lines, along a vortex field  $\omega$ , and magnetic field lines  $\mathbf{B}$ . It predicts a second electro-dynamical mode, which is linked to the vortex line tension and has a rather short range. We show that, in the limit of small vortex oscillations, amplitude and phase of the linear response are governed by an additional boundary condition for the vortex lattice at the sample surface ; it takes the form of a slipping condition with a characteristic length that depends on the surface roughness. The frequency spectrum deduced from this mechanism is clearly different from the Campbell spectrum, which is the common signature of all bulk pinning mechanisms.

Our results on samples of PbIn, Nb, V, and YBaCuO entirely confirm our model, including some non-intuitive size effects which appear at low frequency when the sample becomes transparent to the flux flow mode. However, our measurements in the  $B$  and  $C$  phases of UPt<sub>3</sub> reveal an important contribution of the bulk to the vortex pinning.

## Principales notations utilisées

---

|  |  |
|--|--|
| $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{e}$       | potentiel vecteur, champ magnétique, champ électrique locaux                               |
| $a_0$                                      | distance intervortex   |
| $\mathbf{B}, \mathbf{E}$                   | champs magnétique, électrique moyens   |
| $B_{c1}, B_{c2}, B_{c3}$                   | champs critiques inférieur, supérieur de volume, de surface                                |
| $c_{11}, c_{44}, c_{66}$                   | modules élastiques de compression, torsion, cisaillement                                   |
| $\mathbf{F}_L, \mathbf{F}_f, \mathbf{F}_p$ | forces de Lorentz, de friction, de piégeage  |
| $F, \mathcal{G}, \mathcal{U}$              | densités d'énergie libre, d'enthalpie libre magnétique et d'énergie                        |
| $\hbar, k_B$                               | constantes de Planck, de Boltzmann   |
| $J_c, K_c$                                 | densités volumique, surfacique de courant critique   |
| $\mathbf{J}_n, \mathbf{J}_s$               | densités moyennes de courant normal, supraconducteur                                       |
| $L_c, R_c, V_c$                            | longueur, rayon, volume de Larkin  |
| $L_S$                                      | longueur de pénétration apparente de l'ancrage en surface                                  |
| $l$  | longueur phénoménologique de l'ancrage en surface  |
| $\mathcal{M}, M$                           | moment magnétique, densité d'aimantation   |
| $\mathbf{n}$                               | normale extérieure à la surface  |
| $n_V, n_s$                                 | densités de vortex, d'électrons supraconducteurs   |
| $s, w, d$                                  | longueur, largeur, épaisseur de l'échantillon  |
| $\mathbf{u}, \mathbf{v}_L$                 | déplacement, vitesse des vortex  |
| $\mathbf{V}_s, \mathbf{v}_s$               | vitesse supraconductrices moyenne et locale  |
| $Z$  | impédance de surface complexe  |
| $\alpha_p$                                 | constante de la force de rappel  |
| $\beta_V$                                  | coefficient de friction mutuelle   |
| $\gamma$                                   | facteur d'anisotropie  |
| $\varepsilon$                              | potentiel de vortex  |
| $\eta$                                     | paramètre de friction ( $= \varphi_0 \sigma_f \omega$ )                                    |
| $\theta_c$                                 | angle critique des vortex à la surface   |
| $\kappa, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$     | paramètres de Ginzburg-Landau  |
| $\lambda, \bar{\lambda}$                   | longueur de London, longueur effective sous champ  |
| $\lambda_{ac}$                             | profondeur de pénétration apparente du champ ac ( $= \lambda' + i\lambda''$ )              |
| $\lambda_{f,n}$                            | abrégiés pour $\delta_{f,n}(1+i)/2$  |
| $\lambda_C$                                | profondeur de pénétration de Campbell  |
| $\lambda_V$                                | profondeur de torsion du réseau de vortex  |
| $\mu_r$                                    | ii perméabilité $\mu_r$ réduite de l'état mixte ( $= \omega/(\omega + \mu_0\varepsilon)$ ) |

|                              |   |
|------------------------------|---|
| $\nu$                        | orientation locale des vortex                             |
| $\xi$                        | longueur de cohérence de Ginzburg-Landau                  |
| $\rho_f, \sigma_f, \delta_f$ | résistivité, conductivité et profondeur de peau flux-flow |
| $\rho_n, \sigma_n, \delta_n$ | résistivité, conductivité et profondeur de peau normales  |
| $\tau, \tau_V$               | temps de relaxation électronique, de vortex               |
| $\varphi$                    | force de friction mutuelle                                |
| $\varphi_0$                  | quantum de flux ( $= h/2e$ )                              |
| $\Omega_p$                   | fréquence angulaire de piégeage ( $= 2\pi f_p$ )          |
| $\omega$                     | champ de vorticité ( $= n_V \varphi_0 \nu$ )              |

## Avant-propos

---

Cet article reprend le vieux problème de l'impédance de surface d'un supraconducteur de type II. La physique sous-jacente est celle de la réponse linéaire d'un réseau de vortex en présence de défauts, sources d'ancrage (ou *pinning*) pour les vortex. L'échantillon est soumis à une excitation de très faible amplitude, courant alternatif appliqué ou champ magnétique faible ( $b_0 e^{-i\Omega t}$ ,  $b_0 \lesssim 1 \mu\text{T}$ ) superposé au champ principal. La fréquence d'excitation  $\Omega/2\pi$  peut varier, selon les auteurs, dans une large gamme ( $10^2$ – $10^{10}$  Hz). La dynamique des vortex dans ces conditions implique une très faible amplitude d'oscillation des lignes de vortex ( $u \lesssim 1 \text{ \AA}$ ) autour d'une configuration moyenne constante qui est elle-même gouvernée par les défauts en question.

La géométrie expérimentale considérée dans cet article est celle d'une lame supraconductrice épaisse, en champ perpendiculaire, plongée dans un champ excitateur  $b_0 e^{-i\Omega t}$  uniforme et parallèle à celle-ci. L'onde incidente, qui pénètre plus ou moins dans le matériau, induit des courants d'écrantage et une certaine dissipation. Cette réponse apparaît expérimentalement par la mesure du flux magnétique qui pénètre dans l'échantillon. L'amplitude et la phase de ce flux se retrouvent dans l'expression de l'impédance complexe  $Z(\Omega) = R - iX$  ou de façon équivalente dans une profondeur de pénétration complexe  $\lambda_{ac} = \lambda' + i\lambda''$  ( $\sim 0,1$ – $100 \mu\text{m}$ ).  $Z$  ou  $\lambda_{ac}$  représentent seulement ce qu'on voit de l'extérieur ; et, de même que des circuits linéaires complexes dans une boîte noire peuvent avoir la même impédance d'entrée, le même  $Z$  d'une face supraconductrice peut être interprété de plusieurs façons complètement différentes, surtout si on se contente de l'observer à une seule fréquence ou dans une gamme restreinte. Il est donc indispensable d'étudier  $Z(\Omega)$  dans une large gamme de fréquences (ici de 1 kHz à 15 MHz).

Malgré une littérature abondante sur le sujet, qui commence dans les années 1960, autour des modèles fondateurs du pinning et des courants critiques, pour se poursuivre dans les années 1990 avec l'apparition des nouveaux matériaux, on peut affirmer qu'aucune théorie proposée jusqu'à présent n'est capable d'interpréter le spectre observé de  $Z(\Omega)$  sur plusieurs décades de fréquence, qu'il s'agisse d'ailleurs d'un supraconducteur conventionnel ou non. Nos expériences montrent en effet que le comportement du réseau de vortex dans un échantillon supraconducteur standard ressemble beaucoup plus à celui d'un réseau de vortex superfluides dans une boîte aux parois rugueuses, qu'à celui d'un réseau distordu en volume par la présence de nombreux défauts cristallins qui seraient autant de centres

d'ancrage. Cette image classique et toujours reconduite a incité les théoriciens à rechercher des analogies avec des systèmes désordonnés comme les dislocations, les verres, ou les liquides polymérisés, plutôt que du côté des superfluides qui se distinguent évidemment par l'absence totale de défauts en volume.

Le modèle que nous proposons dans cet article s'appuie fortement sur les modèles de vortex dans les superfluides. Il a plusieurs conséquences importantes, qu'on a su vérifier expérimentalement avec une précision remarquable. Tout d'abord, une onde électromagnétique se propageant dans l'état mixte devrait se décomposer en deux modes, d'équations de dispersion très différentes, contrairement aux modèles classiques qui développent tous une électrodynamique à un seul mode ; ce résultat est toujours vrai, quel que soit le modèle de piégeage sous-jacent. La distinction faite à la base entre le champ magnétique moyen  $\mathbf{B}$  et le champ de vortex  $\boldsymbol{\omega}$  (donnant leur densité et orientation), comme deux variables thermodynamiques indépendantes, rend très bien compte de l'apparition de deux modes.

Pour illustrer l'effet des deux modes, considérons d'abord la réponse d'un échantillon idéal sans défauts d'aucune sorte. La réponse de l'état mixte serait tout à fait semblable à celle d'un métal normal, en remplaçant simplement la résistivité normale  $\varrho_n$  par la résistivité flux-flow  $\varrho_f$  dans l'effet de peau ordinaire. Aux basses fréquences, la profondeur de peau deviendrait très grande et l'échantillon serait transparent à l'onde incidente ; à haute fréquence, on aurait l'effet de peau avec  $\lambda' = \lambda'' = \delta_f/2$ . Mais les défauts modifient considérablement cette réponse, et là encore tout le monde est d'accord sur quelques observations simples. À basse fréquence, tandis que  $\lambda'' \rightarrow 0$ , la partie réelle  $\lambda' \simeq \lambda'(0) \simeq \text{const}$  présente un plateau limité à quelques dizaines de microns, c'est-à-dire beaucoup plus faible que  $\delta_f$  qui diverge, et surtout sans dissipation à la manière d'un supraconducteur de type-I où on aurait  $\lambda' = \lambda$ ,  $\lambda'' = 0$ . À haute fréquence au contraire, au-delà d'une fréquence dite de piégeage  $\Omega_p$ , la réponse devient progressivement insensible à l'ancrage et le comportement redevient idéal :  $\lambda' = \lambda'' = \delta_f/2$  avec un  $\delta_f$  beaucoup plus faible que  $\lambda'(0)$ .

L'idée classique est alors que si la profondeur de pénétration d'une onde à basse fréquence est limitée à  $\lambda'(0) \sim 10 \mu\text{m}$  au lieu de diverger comme  $\delta_f$ , c'est que les défauts de volume limitent sa pénétration ; il revient au même de dire que l'équation de dispersion du mode unique est profondément modifiée, ce qui peut aussi se traduire par une résistivité locale  $\varrho_{ac}$  complexe. C'est ainsi que Campbell montre avec succès qu'en ajoutant une force de rappel  $-\alpha_p \mathbf{u}$  pour de petits mouvements des vortex au voisinage de leurs pièges, on trouve bien que  $\lambda_{ac} = \lambda_C$  réel et du bon ordre de grandeur à basse fréquence. Cette idée avait été introduite initialement par Gittleman et Rosenblum pour expliquer la forte dépendance en fréquence, dans la gamme des radio-fréquences, de la résistance de rubans de PbIn et NbTa. Cet argument simple et efficace a été plus ou moins amendé depuis, en introduisant diverses expressions de  $\varrho_{ac}$ , mais qui conduisent toutes à l'existence d'une profondeur de pénétration restreinte  $\lambda'(0)$  à basse fréquence, qu'on continue d'appeler longueur de Campbell.

Si l'onde ne pénètre effectivement que sur une profondeur  $\lambda'(0) = \lambda_C$ , une lame dont l'épaisseur dépasse deux ou quelques  $\lambda_C$  doit se comporter comme 2 demi-espaces, et augmenter son épaisseur ne doit plus rien changer. Or, ce que nous observons est tout différent ; les faces de l'échantillon ne se comportent comme des demi-espaces infinis que lorsque l'épaisseur dépasse  $3\delta_f$ . Ceci veut dire que l'onde pénètre en volume profondément et librement. La profondeur  $\lambda'(0)$  effective à basse fréquence n'est pas une véritable profondeur physique de pénétration dans l'échantillon, mais le résultat apparent d'une combinaison de deux modes : un mode de surface pénétrant sur  $\lambda_V$  et qui écrante le champ extérieur d'autant plus efficacement que la surface est rugueuse, et un second mode profond d'effet de peau ordinaire dont l'amplitude est fortement réduite. C'est ce que nous appelons *l'effet de taille* *à l'effet de taille*.

Dans un échantillon standard (du monocristal à la feuille laminée), chimiquement et normalement homogène, mais qui a par ailleurs tous les défauts cristallins usuels, les seules distorsions importantes du réseau restent quasi-superficielles, et résultent de l'adaptation d'un réseau régulier en volume aux conditions limites désordonnées imposées par une surface inévitablement rugueuse. Ces distorsions se guérissent sur une faible profondeur  $\lambda_V \lesssim \lambda \sim 1000 \text{ \AA}$ , et permettent l'apparition de courants continus non dissipatifs et superficiels, qui rendent compte à eux seuls des courants critiques standard observés. Il en résulte un ancrage des vortex en surface qui est assez différent du piégeage en volume des modèles classiques : c'est un effet des conditions aux limites, imposant aux lignes de vortex (lignes  $\psi = 0$ ) de se terminer normalement à la surface microscopique. Cette condition limite sur le paramètre d'ordre est d'ailleurs identique à la condition limite de Ginzburg-Landau ( $\partial\psi/\partial\mathbf{n} = 0$ ), qui exige que les courants microscopiques autour des vortex doivent tangenter la surface libre. L'adaptation du réseau à la surface apparaît donc comme un compromis entre cette forte contrainte de surface et les interactions entre vortex qui tendent à régulariser le réseau. Contrairement à l'intuition commune, ces distorsions du réseau de vortex à la surface coûtent peu d'énergie, car le champ magnétique, qui domine l'énergie du système, est quant à lui peu perturbé en surface. Notons à cet égard que le désordre des vortex à la surface échappe aux méthodes de décoration classiques, qui sont elles-mêmes basées sur des techniques magnétiques.

Ce jeu de conditions aux limites règle le poids des deux modes. À basse fréquence, il a pour effet de rendre l'impédance de surface purement inductive. Une simple mesure à basse fréquence ne permet donc pas de discerner deux mécanismes de pénétration pourtant très différents ; il est nécessaire de monter en fréquence et d'atteindre les premières dissipations pour statuer. D'autre part, si l'onde de volume pénètre effectivement sur  $\delta_f$ , c'est justement qu'elle n'est pas affectée par les défauts de volume. Seul le régime intermédiaire, situé autour de la fréquence de piégeage  $\Omega_p$  permet réellement de trancher entre les deux modèles. Gittleman et Rosenblum ont d'ailleurs bien exploré ce régime, mais c'est toujours l'effet de taille qui fait que pour des feuilles minces nous aboutissons exactement à la même formule que les deux auteurs, dont nous pouvons *a posteriori* reprendre les résultats expérimentaux à notre compte.

Afin de pouvoir conclure de manière définitive, nous avons choisi le plomb-indium pour l'étude centrale de ce travail. Ce matériau est bien entendu d'un intérêt limité pour les développements actuels de la matière vortex. Cependant, il nous paraissait tout à fait justifié de choisir d'abord un matériau dont les caractéristiques physiques sont parfaitement connues, et dont on peut fabriquer une grande quantité d'échantillons de toutes tailles. Il y a par ailleurs peu de chances de pouvoir comprendre la réponse d'un supraconducteur exotique et/ou anisotrope si on ne comprend déjà pas la réponse du PbIn dans toute la gamme des fréquences accessibles.

Nous avons accumulé, sur le PbIn, ainsi que sur des métaux purs (Nb, V) des centaines de spectres  $\lambda_{ac}(\Omega)$ , parties réelle et imaginaire, en les comparant à la formule théorique que nous proposons,  $1/\lambda_{ac} = 1/L_S + (1-i)/\delta_f$  ( $L_S$  est la valeur réelle de  $\lambda_{ac}(0)$  et  $\delta_f = \sqrt{2\rho_f/\mu\Omega}$  est la profondeur de peau associée à la résistivité flux flow  $\rho_f$ ). À une seule exception près (*cf.* plus loin), nous avons toujours trouvé un accord excellent entre notre modèle et les données expérimentales. Ce résultat est d'autant plus remarquable que dans le cas du PbIn, dont la résistivité flux flow  $\rho_f$  est mesurée indépendamment à partir des caractéristiques courant-tension, et où on accède aux basses fréquences à la profondeur limite  $\lambda'(0) = L_S$ , il n'y a plus alors aucun paramètre ajustable. À ce stade de précision la méthode d'impédance de surface devient non plus un sujet d'étude mais une technique d'investigation fiable pour explorer la dynamique des vortex. Cette technique ouvre donc des applications nombreuses en particulier sur les nouveaux matériaux. C'est ce que nous avons voulu montrer par des mesures, tout d'abord sur un supraconducteur anisotrope comme  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ , puis sur  $\text{UPt}_3$  qui est le prototype du supraconducteur non-conventionnel.

Nous avons pu disposer d'un gros monocristal d' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  non maclé (ISTEC, Tokyo), de dimensions millimétriques, permettant les mesures de profondeur de pénétration en régime d'effet de peau au voisinage de la ligne de fusion, à haute température (85–87 K) et jusqu'à 6 T. Bien qu'obtenus dans une gamme de fréquence plus restreinte (0.1–3 MHz), les résultats montrent clairement l'absence d'ancrage en volume et la disparition de l'ancrage en surface à la transition de fusion.

Dans  $\text{UPt}_3$ , dont la température critique est de 0,5 K, la motivation était de regarder l'effet d'un paramètre d'ordre supraconducteur non-conventionnel sur la dynamique et l'ancrage des vortex. Nous avons bénéficié de monocristaux de grande pureté (CENG, Grenoble) qui nous ont permis de mettre en évidence un effet d'ancrage en volume, vraisemblablement lié à la structure en domaine du paramètre d'ordre bi-dimensionnel. Nous ajoutons des mesures précises de la résistivité flux flow jusqu'à 100 mK, dont les dépendances en champ portent, de manière très marquée, la signature des mécanismes dissipatifs des vortex en limite propre.

Ce chapitre a pour but de rappeler les notions physiques nécessaires à la compréhension de ce manuscrit et d'introduire quelques notations utiles. Nous résumerons d'abord la théorie des supraconducteurs de Ginzburg et Landau [1] ainsi que le travail d'Abrikosov [2] sur l'état mixte des supraconducteurs de type II et le réseau de vortex. Nous discuterons les propriétés dynamiques fondamentales des vortex, et nous aborderons brièvement les propriétés particulières des supraconducteurs à haute température critique. Finalement, nous parlerons des techniques expérimentales principales à l'aide desquelles on étudie la réponse linéaire alternative des vortex, en mettant l'accent sur les mesures de l'impédance de surface.

## 1. La théorie de Ginzburg et Landau

### 1.1. L'énergie libre

L'état supraconducteur s'établit dans une grande variété de matériaux différents dès lors que la température  $T$  est inférieure à une température critique  $T_c$ , qui est caractéristique du matériau et située entre 0 K et 134 K à la date d'aujourd'hui. Au niveau microscopique, l'état supraconducteur est assez bien décrit par la théorie de Bardeen, Cooper et Schrieffer (BCS) [3], dont les résultats principaux sont d'une part la condensation des électrons en paires dites paires de Cooper  $\psi$  due à une interaction attractive entre les électrons, et d'autre part l'apparition d'un gap  $\Delta(\mathbf{k})$  dans le spectre d'énergie  $\epsilon(\mathbf{k})$  des électrons près de la surface de Fermi ( $\mathbf{k} \sim \mathbf{k}_f$ ). Dans un modèle isotrope,  $\Delta(\mathbf{k})$  est constant sur la surface de Fermi, et  $\epsilon(\mathbf{k}) \approx \sqrt{\Delta^2 + \hbar^2 k^2 / 2m} - \epsilon_f$  (avec  $k > k_f$ ), où  $m$  est la masse de l'électron. Dans la plupart des matériaux, dits supraconducteurs conventionnels, la symétrie de  $\Delta$  est aussi celle du cristal, de sorte que seule la symétrie de jauge est brisée dans la transition vers l'état supraconducteur. La théorie de Ginzburg-Landau telle que nous la présentons dans cette introduction s'applique uniquement aux supraconducteurs conventionnels. Comme une partie de notre travail porte sur le supraconducteur non-conventionnel UPt<sub>3</sub>, dont la fonction de gap  $\Delta$  possède une symétrie qui est inférieure à celle du cristal, nous serons amenés à discuter la généralisation de la théorie de Ginzburg-Landau au paragraphe 2.1 du chapitre 6.

La théorie de Ginzburg-Landau est une description phénoménologique de l'état supraconducteur, qu'on peut d'ailleurs rigoureusement déduire de la théorie

microscopique dans la limite  $(T_c - T) \ll T_c$  [4]. Son point de départ est l'hypothèse qu'il apparaît dans un supraconducteur un paramètre d'ordre sous forme d'une pseudo-fonction d'onde complexe  $\psi(\mathbf{r})$ , où  $|\psi|^2$  représente la densité locale  $n_s(\mathbf{r})$  des électrons supraconducteurs :  $\psi = \sqrt{n_s(\mathbf{r})}e^{i\vartheta(\mathbf{r})}$ . La théorie microscopique montre que  $\psi$  représente, à une constante près, le gap  $\Delta$ .

Près de  $T_c$ , et en présence d'un champ magnétique  $\mathbf{b} = \nabla \times \mathbf{a}$ , on peut développer la densité d'énergie libre  $F$  de l'échantillon en  $\psi$  et  $\nabla\psi$  :

$$F = F_0 + \alpha(T)|\psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\psi|^4 + \frac{1}{8m} \left| \left( \frac{\hbar}{i} \nabla + 2e\mathbf{a} \right) \psi \right|^2 + \frac{1}{2\mu_0} \mathbf{b}^2. \quad (1.1)$$

$F_0$  est la densité d'énergie libre dans l'état normal, et  $-e$  la charge de l'électron. Puisque le fluide des électrons supraconducteurs est constitué des paires d'électrons, la charge apparaît avec un facteur 2. Les termes en  $|\psi|^2$  représentent l'énergie de condensation des électrons supraconducteurs, le 4<sup>e</sup> terme est leur énergie cinétique, et le dernier terme l'énergie du champ magnétique. Le coefficient  $1/8m$  devant le 4<sup>e</sup> terme détermine la normalisation de  $\psi$ , alors que  $\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres caractéristiques du matériau. Près de  $T_c$ , on peut admettre que  $\alpha(t_r = T/T_c) = -const \times (1 - t_r) \leq 0$ , et  $\beta = const > 0$ .

## 1.2. Les équations d'équilibre

En présence d'un champ magnétique extérieur  $\mathbf{B}_0$ , l'échantillon est à l'équilibre si l'enthalpie libre magnétique  $\mathcal{G}$ ,

$$\mathcal{G} = \int d^3\mathbf{r} \left( F - \frac{1}{\mu_0} \mathbf{b} \cdot \mathbf{B}_0 \right), \quad (1.2)$$

est minimale. Un calcul variationnel par rapport à  $n_s$  et  $\mathbf{a}$  nous amène aux équations de Ginzburg-Landau :

$$\sqrt{n_s} - \frac{n_s}{n_{s0}} \sqrt{n_s} + \xi^2 \left[ \Delta \sqrt{n_s} - \sqrt{n_s} \left( \nabla\vartheta + \frac{2e}{\hbar} \mathbf{a} \right)^2 \right] = 0 \quad \text{avec} \quad \xi = \sqrt{\frac{\hbar^2}{8m|\alpha|}}, \quad (1.3)$$

$$\mathbf{j}_s = -en_s \mathbf{v}_s = -\frac{1}{\mu_0 \lambda^2} \left( \frac{\hbar}{2e} \nabla\vartheta + \mathbf{a} \right) \frac{n_s}{n_{s0}} \quad \text{avec} \quad \lambda = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 e^2 n_{s0}}}, \quad (1.4)$$

où  $\mathbf{j}_s$  est le courant et  $\mathbf{v}_s$  la vitesse des électrons supraconducteurs. Ce jeu d'équations est complété par la condition limite  $\mathbf{v}_s \cdot \mathbf{n} = 0$  à la surface de l'échantillon, où  $\mathbf{n}$  est la normale extérieure ; cette condition, qui traduit l'impossibilité pour les électrons de quitter l'échantillon, peut être généralisée au cas d'une interface vers un métal normal [5]. L'équation (1.3) décrit la distribution de la densité des électrons supraconducteurs. En l'absence de champs et de courants, celle-ci est constante et égale à  $n_{s0} = -\alpha/\beta$ , et  $F$  s'écrit sous la forme  $F = F_0 - \alpha^2/2\beta$ . Comme on verra plus loin, il est utile d'associer à  $\mathcal{G}$  l'énergie de condensation  $\mathcal{G}_c$

$(F_0 - F)$  un champ magnétique critique  $B_c$  défini par  $B_c^2/2\mu_0 = \alpha^2/2\beta$ . En général,  $n_s$  varie sur une longueur typique  $\xi$  qui près de  $T_c$  diverge suivant la loi  $\xi(t_r) = \xi(0)(1 - t_r)^{-1/2}$ . La valeur de  $\xi(0) \sim 1-200$  nm dépend fortement de la nature du matériau, en particulier de sa température critique  $T_c$  et de sa pureté.

L'équation (1.4) lie la phase du paramètre d'ordre et le champ magnétique au courant  $\mathbf{j}_s$  des électrons supraconducteurs ; toute variation spatiale de  $\mathbf{j}_s$  se fait sur une échelle typique  $\lambda(t_r) = \lambda(0)(1 - t_r)^{-1/2}$ , où  $\lambda(0) \sim 100$  nm est l'ordre de grandeur valable pour la grande majorité des matériaux. On peut récrire l'équation (1.4) sous une forme plus compacte,

$$\hbar \nabla \vartheta = 2m\mathbf{v}_s - 2e\mathbf{a}, \quad (1.5)$$

qui met non seulement en évidence la relation directe entre la phase du paramètre d'ordre et le courant supraconducteur, mais nous fait aussi découvrir le principe de la quantification du flux magnétique. Si on calcule l'intégrale de contour de l'équation (1.4) le long d'un chemin fermé où  $\mathbf{v}_s = 0$ , on voit que le flux magnétique à l'intérieur de cette boucle est toujours un multiple  $n\varphi_0$  du quantum de flux  $\varphi_0 = \pi\hbar/e$  (avec  $n \in \mathbb{N}$ ) d'un milieu où la charge élémentaire est égale à  $2e$ .

Finalement, en prenant le rotationnel de (1.4), on obtient l'équation de London,

$$\mathbf{b} + \nabla \times \left( \frac{\mu_0 \lambda^2 n_{s0} \mathbf{j}_s}{n_s} \right) = \mathbf{b} - \frac{m}{e} \nabla \times \mathbf{v}_s = 0, \quad (1.6)$$

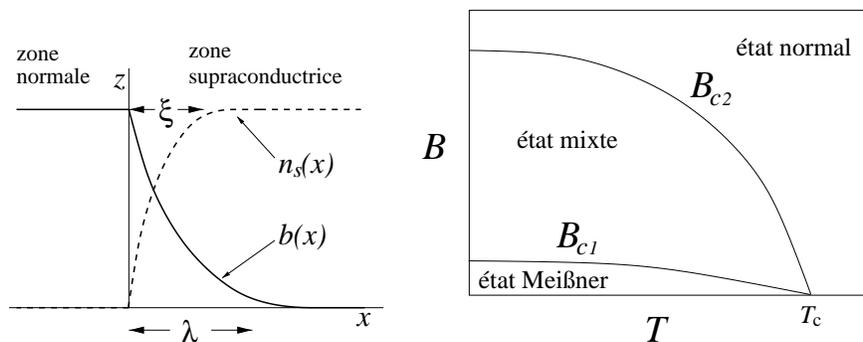
qui est à la base de l'effet Meißner : un champ magnétique faible, tel que  $n_s \approx n_{s0}$  reste à peu près constant, est expulsé de la masse d'un supraconducteur, à l'exception d'une faible pénétration,  $b(z) = B_0 e^{z/\lambda}$ , à la surface du supraconducteur ( $z < 0$ ).

## 2. L'état mixte

### 2.1. Le réseau de vortex

Considérons un long cylindre supraconducteur parallèle à  $\hat{z}$  placé dans un champ magnétique uniforme  $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{z}$ . La simplification apportée par cette géométrie tient à ce que le champ magnétique extérieur n'est pas perturbé par la présence de l'échantillon et donne une contribution constante à l'enthalpie  $\mathcal{G}$ . La question qui se pose est de savoir si l'effet Meißner persiste jusqu'au champ critique  $B_c$ , auquel cas l'échantillon retourne brutalement à l'état normal, ou s'il s'établit un état intermédiaire avec une pénétration partielle du champ magnétique.

La réponse dépend essentiellement de l'énergie contenue dans une interface hypothétique parallèle à  $\mathbf{B}_0$  entre une zone supraconductrice ( $n_s = n_{s0}$  et  $b = 0$ ) et une zone normale ( $n_s = 0$  et  $b = B_0$ ) à l'intérieur de l'échantillon (Fig. 1, à gauche). Près d'une telle interface, il existe dans la zone supraconductrice une région où  $n_s$  tombe à zéro sur une longueur  $\xi$ , ce qui entraîne une perte en énergie de condensation de l'ordre de  $\xi B_c^2/2\mu_0$ . En revanche, le champ magnétique pénètre dans la zone supraconductrice sur une longueur  $\lambda$ , de sorte que l'énergie



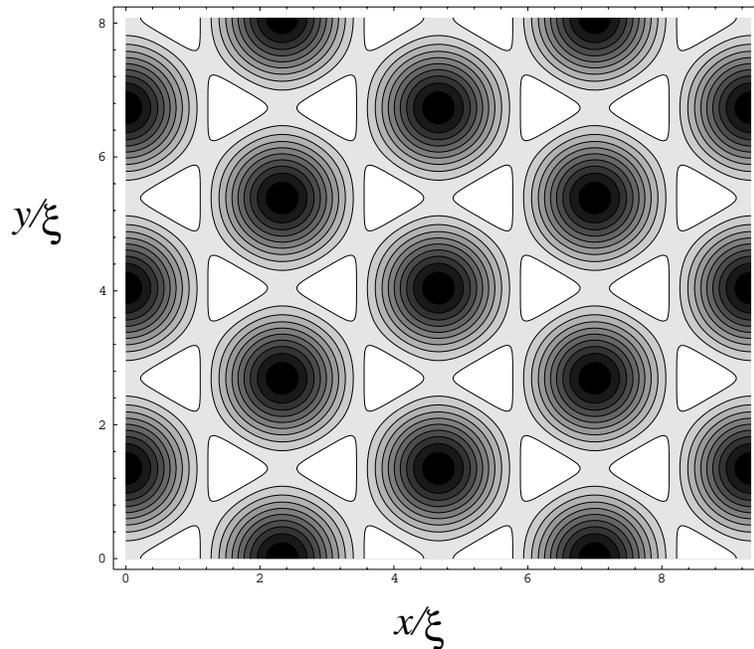
**Figure 1.** À gauche une interface schématique entre une zone normale et une zone supraconductrice ; à droite le diagramme de phase d'un cylindre supraconducteur de type II en champ parallèle.

[Left, the normal-superconducting interface; right, the phase diagramme of a type-II cylinder in parallel field.]

d'écrantage est réduite de  $\lambda B_0^2/2\mu_0$ . Dans le cas particulier  $b = B_c$ , le signe de l'énergie interfaciale  $(\xi - \lambda)B_c^2/2\mu_0$  dépend alors uniquement du paramètre  $\kappa = \lambda/\xi$  dit  $\kappa$  de Ginzburg-Landau  $\kappa$ . Dans le cadre de la théorie de Ginzburg-Landau, ce paramètre est une constante du matériau et indépendante de la température.  $\kappa$  détermine donc le comportement en champ magnétique du matériau.

Un calcul exact montre que pour  $\kappa < 1/\sqrt{2}$ , l'existence des zones normales dans l'échantillon est toujours énergiquement défavorable, de sorte que l'effet Meißner persiste jusqu'au champ critique  $B_c$ . Les matériaux se comportant de cette manière sont appelés  $\kappa$  supraconducteurs de type I  $\kappa$  et comprennent la plupart des métaux purs (par exemple plomb, indium, aluminium, etc.)

Si  $\kappa > 1/\sqrt{2}$ , la création de zones normales devient favorable à partir d'un champ  $B_{c1} < B_c$  dit  $\kappa$  champ critique inférieur  $\kappa$ , car la perte en énergie de condensation est sur-compensée par le gain en énergie interfaciale. C'est le cas pour tous les alliages et composés, et aussi pour quelques métaux purs comme niobium et vanadium. On appelle ces matériaux  $\kappa$  supraconducteurs de type II  $\kappa$ . La configuration exacte des  $\kappa$  zones  $\kappa$  normales a été calculée par Abrikosov [2] et Kleiner *et al.* [6] dans la limite  $n_s \ll n_{s0}$  à partir des équations (1.3, 1.4) linéarisées ; elle est présentée sur la figure 2. Il s'établit dans l'échantillon un réseau hexagonal de lignes singulières, dites  $\kappa$  vortex  $\kappa$ , où le paramètre d'ordre s'annule. Bien qu'un vortex soit strictement une ligne, on le considère souvent comme un tube (le  $\kappa$  cœur du vortex  $\kappa$ ) d'un rayon  $\xi$ , qui est la longueur de guérison sur laquelle  $n_s$  croît de zéro à sa valeur maximale. Le champ magnétique pénètre dans l'échantillon, et des courants supraconducteurs circulent autour des vortex. Par conséquent, le champ magnétique est une fonction périodique de l'espace, avec des maxima aux cœurs des vortex. Selon l'équation (1.5), le flux magnétique transporté par un vortex (ou plus précisément par maille du réseau) est un multiple  $n\varphi_0$  du quantum de flux. Un bilan d'énergie détaillé montre en fait que la configuration la plus favorable est



**Figure 2.** Diagramme de contour du paramètre d'ordre dans l'état mixte selon le calcul d'Abrikosov [2] et de Kleiner et al. [6]. Les zones sont d'autant plus sombres que le rapport  $n_s/n_{s0}$  est faible.

[Contour plot of the order parameter  $n_s/n_{s0}$  of the Abrikosov array at  $(B = B_{c2})$  [2,6].]

celle où chaque vortex transporte un seul quantum de flux, car cette configuration maximise le nombre de vortex, et donc l'énergie interfaciale [7].

## 2.2. Les champs critiques

Le réseau de vortex persiste dans la masse jusqu'au champ critique supérieur  $B_{c2}$  où la distance intervortex  $a_h = (4/3)^{1/4} \sqrt{\varphi_0/B} \equiv (4/3)^{1/4} a_0$  devient comparable à  $\xi$  ;  $B = \langle b \rangle$  est la moyenne spatiale du champ magnétique  $b$  sur plusieurs mailles du réseau de vortex (champ magnétique  $\mathbb{H}$  macroscopique  $\mathbb{H}$ ). Les cœurs des vortex se recouvrent, tandis que le paramètre d'ordre s'évanouit, de sorte que l'échantillon devient partout normal. Un calcul exact à partir des équations (1.3, 1.4) linéarisées donne

$$B_{c2} = \sqrt{2}\kappa B_c = \frac{\varphi_0}{2\pi\xi^2}. \quad (1.7)$$

Strictement, le calcul d'Abrikosov n'est valable qu'au voisinage de  $B_{c2}$ , mais le résultat principal — l'existence et l'allure du réseau de vortex — est général.

Le champ critique  $B_{c1}$  est le champ pour lequel l'enthalpie libre magnétique  $\mathcal{G}_M$  de la phase Meißner est égale à l'enthalpie  $\mathcal{G}_{1v}$  d'un état à un vortex

(de longueur  $L$ ),  $\mathcal{G}_{1v} = \mathcal{G}_M + \epsilon_l L - B_{c_1} L \varphi_0 / \mu_0$ .  $\epsilon_l$  est ici l'énergie de ligne d'un vortex isolé, c'est-à-dire essentiellement la somme de l'énergie magnétique et de l'énergie cinétique des courants supraconducteurs autour du cœur, auxquelles il faut ajouter un petit terme dû au cœur du vortex. Elle peut se déterminer à l'aide d'un calcul approché de la structure d'un vortex basé sur les équations (1.3, 1.4). Il en découle que

$$B_{c_1} = \frac{\mu_0 \epsilon_l}{\varphi_0} \approx \frac{\varphi_0}{4\pi\lambda^2} \log \kappa = B_c \frac{\log \kappa}{\sqrt{2}\kappa} \quad \text{si } \kappa \gg 1. \quad (1.8)$$

Typiquement,  $B_{c_1} \sim 0,01\text{--}0,1$  T et  $B_{c_2} \sim 0,2\text{--}100$  T. Le diagramme de phase est présenté sur la figure 1 (à droite).

Ajoutons finalement qu'au-delà de  $B_{c_2}$  le paramètre d'ordre peut persister dans une couche superficielle d'épaisseur  $\xi$  jusqu'à un champ critique  $B_{c_3} \geq B_{c_2}$ , qui décroît de  $1,69 B_{c_2}$  pour une surface parallèle au champ, à  $B_{c_2}$  en champ perpendiculaire.

### 2.3. L'aimantation

En l'absence de courant macroscopique, la valeur moyenne du champ magnétique  $B = \langle b \rangle$  est simplement déterminée par la densité des vortex  $n_V$  (le nombre de vortex par unité de surface). Dans l'état mixte,  $B$  est généralement inférieur par une  $\frac{1}{2}$  densité d'aimantation  $\langle M \rangle$  et la perméabilité associée  $\mu$  (ou  $\mu_r = \mu/\mu_0$ ), est réalisé par des courants supraconducteurs à la surface de l'échantillon. Près de  $B_{c_2}$ ,  $M$  suit une loi linéaire en  $B_0$  [2] :

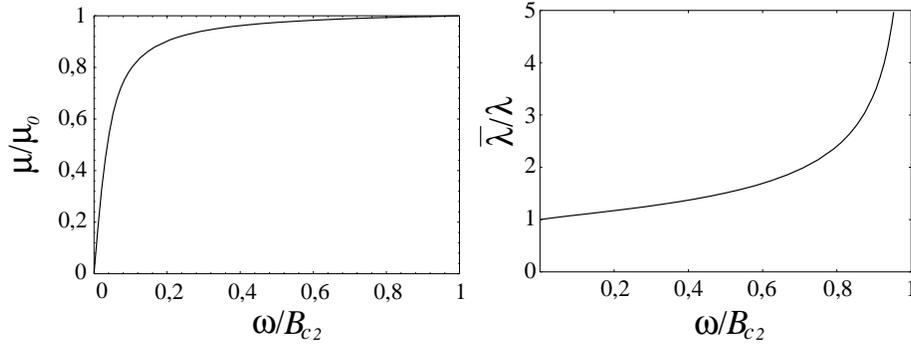
$$-M = (1 - \mu_r) \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{B_{c_2} - B_0}{\mu_0(2\kappa^2 - 1)\tilde{\beta}}, \quad \text{avec } \tilde{\beta} = \frac{\langle n_s^2 \rangle}{\langle n_s \rangle^2} = 1,16. \quad (1.9)$$

La fonction  $\mu(B)$  est pratiquement constante et égale à  $\mu_0$  si  $B \gtrsim 2B_{c_1}$  ; autour de  $B_{c_1}$ , elle chute assez brusquement pour s'annuler à  $B = 0$ . Elle est présentée sur la figure 3, et discutée plus en détail au paragraphe 1.2 du chapitre 3.

Remarquons finalement que tous les résultats résumés jusqu'ici, déduits de la théorie de Ginzburg-Landau selon l'hypothèse que  $T$  est proche de  $T_c$ , demeurent valables dans toute la gamme de températures. Pour les généraliser, il faut cependant remplacer la constante  $\kappa$  par trois fonctions  $\kappa_1(T)$ ,  $\kappa_2(T)$ ,  $\kappa_3(T)$ . La première intervient dans l'expression de  $B_{c_2}$  (1.7), la deuxième dans le calcul de l'aimantation (1.9) et la troisième dans l'expression de  $B_{c_1}$  (1.8).

### 2.4. L'état mixte vu comme un milieu continu

Dans la grande majorité des cas, les courants et les champs microscopiques associés à la structure des vortex ne sont pas accessibles à l'expérience. On a donc besoin de modèles basés sur des grandeurs  $\frac{1}{2}$  macroscopiques  $\langle \dots \rangle$ , c'est-à-dire moyennées sur une échelle grande devant la distance intervortex. Ce sont ces variables



**Figure 3.** À gauche la  $\mu$  perméabilité  $\mu$  de l'état mixte ; à droite la longueur London effective  $\bar{\lambda}$  en fonction de  $\omega$ . Les courbes sont données pour un alliage  $Pb_{0,82}In_{0,18}$  à  $T = 1,84$  K ( $\kappa = 4,5$ ).

[Left, the “permeability”  $\mu$  of the mixed state; right, the effective London depth  $\bar{\lambda}$  as function of vortex density  $\omega$ . Lines refer to  $\kappa = 4.5$  which corresponds to the  $Pb_{0,82}In_{0,18}$  alloy at  $T = 1.84$  K.]

macroscopiques que nous considérerons dans la suite et que nous noterons avec des lettres majuscules :  $\mathbf{B} = \langle \mathbf{b} \rangle$ ,  $\mathbf{J}_s = \langle \mathbf{j}_s \rangle$ , etc.

La relation entre le champ magnétique moyen  $\mathbf{B}$  et la densité des vortex est plus subtile en présence d'un courant  $\mathbf{J}_s$ . L'équation (1.6) doit être généralisée, à l'aide de l'équation (1.4), pour tenir compte des singularités du paramètre d'ordre aux cœurs des vortex (où  $n_s = 0$ ) [8] :

$$\mathbf{b} - \frac{m}{e} \nabla \times \mathbf{v}_s = \mathbf{b} + \nabla \times \left( \frac{\mu_0 \lambda^2 n_{s0} \mathbf{j}_s}{n_s} \right) = \varphi_0 \sum_{\mathbf{R}_i} \boldsymbol{\nu}_i(\mathbf{r}) \delta^2(\mathbf{R} - \mathbf{R}_i), \quad (1.10)$$

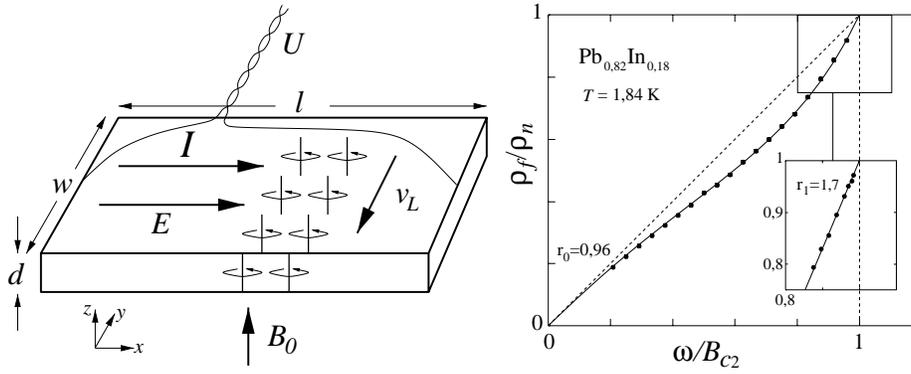
où la somme porte sur les positions  $\mathbf{R}_i(z)$  des lignes de vortex ( $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r} \cdot \hat{z}$  et  $\mathbf{R}_i(z)$  sont des vecteurs bidimensionnels).  $\boldsymbol{\nu}_i(\mathbf{r})$  est l'orientation locale du vortex n°  $i$ . La moyenne spatiale de cette équation,

$$\mathbf{B} - \frac{m}{e} \nabla \times \mathbf{V}_s = \nabla \times (\mu_0 \bar{\lambda}^2 \mathbf{J}_s) + \mathbf{B} = \boldsymbol{\omega}, \quad (1.11)$$

avec

$$\bar{\lambda} = \lambda \sqrt{n_{s0} / \langle n_s \rangle}, \quad \boldsymbol{\omega} = \left\langle \varphi_0 \sum_{\mathbf{R}_i} \boldsymbol{\nu}_i(\mathbf{r}) \delta^2(\mathbf{R} - \mathbf{R}_i) \right\rangle = \varphi_0 n_V(\mathbf{r}) \boldsymbol{\nu}(\mathbf{r}), \quad (1.12)$$

nous permet d'introduire deux grandeurs qui nous seront très utiles pour la suite. La première est la profondeur de London effective  $\bar{\lambda}$  ; sa dépendance en  $\omega$  peut se calculer près de  $B_{c2}$  suivant le calcul d'Abrikosov ainsi qu'à faible champ dans la limite  $\kappa \gg 1$  [9,10]. Il nous suffit ici de noter que  $\bar{\lambda} = \lambda$  à  $\omega = 0$ , et que  $\bar{\lambda} \propto \langle n_s \rangle^{-1/2}$  diverge lentement à  $B_{c2}$ . Le  $\mu$  champ de vortex  $\boldsymbol{\omega}$  est une grandeur vectorielle



**Figure 4.** À gauche la géométrie d'une mesure en courant continu ; à droite la résistivité de flux flow dans un échantillon  $\text{Pb}_{0,82}\text{In}_{0,18}$  ;  $r_0$  est la pente initiale et  $r_1$  la pente finale de la courbe  $\rho_f/\rho_n(\omega/B_{c2})$ .

[Left, geometry of a dc-transport measurement; right, the flux-flow resistivity in a  $\text{Pb}_{0,82}\text{In}_{0,18}$  sample;  $r_0$  and  $r_1$  are respectively the initial and final slopes of the curve  $\rho_f/\rho_n(\omega/B_{c2})$ .]

parallèle à l'orientation locale  $\nu$  ( $|\nu| = 1$ ) des vortex, dont le module représente la densité locale moyenne  $n_V$  des vortex. Le facteur  $\varphi_0$  donne à  $\omega$  la dimension d'un champ magnétique, mais il faut bien noter que selon l'équation (1.12)  $\mathbf{B}$  et  $\omega$  sont justement deux variables indépendantes qui diffèrent l'une de l'autre en présence d'un courant. Cette distinction, soulignée par l'usage de notations clairement différentes, s'avèrera essentielle pour la dynamique des vortex discutée ici.

### 3. La résistivité $\parallel$ flux-flow $\perp$ et le courant critique

#### 3.1. Le $\parallel$ flux-flow $\perp$

Le mouvement des vortex, sous l'effet d'un courant, donne lieu à l'apparition d'un champ électrique<sup>1</sup>. La figure 4 présente la géométrie standard d'une mesure en courant continu. Une lame (longueur  $s \parallel \hat{x}$ , largeur  $w \parallel \hat{y}$ , épaisseur  $d \parallel \hat{z}$ ), que nous supposons pour le moment sans aucun défaut (échantillon idéal), est placée dans un champ magnétique  $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{z}$  qui crée un réseau de vortex. On impose un courant  $\mathbf{I} = I_x \hat{x}$ , qui se répartit uniformément sur la section  $w \times d$  de la lame sous forme d'une densité de courant  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_s + \mathbf{J}_n = J_x \hat{x}$ , où  $\mathbf{J}_s$  et  $\mathbf{J}_n$  sont les contributions respectives des électrons supraconducteurs et des électrons normaux. On mesure le champ électrique  $\mathbf{E} = E_x \hat{x}$  à l'aide des prises de tension longitudinales. Nous nous restreignons ici à des milieux isotropes et négligeons l'effet Hall afin

1. C'est en fait le champ électro-chimique  $\mathbf{E}' = \mathbf{E} + (1/e)\nabla\mu_e$  (où  $\mu_e$  est potentiel chimique des électrons) qui détermine la dissipation dans l'échantillon et apparaît dans une mesure de tension [8], mais nous supposons dans cette introduction que  $\mu_e = \text{const.}$

de simplifier la présentation. Dans une géométrie  $d \ll w$ , l'écrantage du champ appliqué, qui impliquerait une forte torsion des lignes de champ à l'extérieur de l'échantillon, est négligeable. Par conséquent, la densité des vortex  $\omega$  est imposée par le champ appliqué  $\mathbf{B}_0$ , et l'état Meißner n'a lieu que pour un  $B_0 \lesssim B_{c1}d/w$ . Nous négligeons ici et dans la suite l'effet des bouts de la lame, où les courants et les champs peuvent être distribués d'une manière assez compliquée.

Dans l'état normal ( $B_0 > B_{cs}$ ), le champ électrique obéit à la loi d'Ohm  $\mathbf{E} = \varrho_n \mathbf{J}$ , où  $\varrho_n$  (respectivement  $\sigma_n = 1/\varrho_n$ ) est la résistivité (respectivement la conductivité) de l'état normal.

Dans l'état Meißner ( $B_0 = 0$ ) on a  $\mathbf{E} = 0$  jusqu'à ce que le champ créé par le courant dépasse  $B_{c1}$ , ou bien que le terme en  $\mathbf{v}_s$  dans l'équation (1.1) commence à peser trop lourdement. En pratique, cette limite dite de *depairing* est de l'ordre de  $B_c/\mu_0\lambda \sim 10^{12}$  A/m<sup>2</sup>, et inaccessible sauf dans les géométries confinées comme les films et les fils très fins [3].

Dans l'état mixte, le courant interagit avec le réseau de vortex et met en jeu des processus dissipatifs. L'interaction est essentiellement due à une force  $\mathbf{F}_L$  (par unité de longueur) dite  $\ddot{L}$  de Lorentz  $\ddot{L}$ ,

$$\mathbf{F}_L = \varphi_0 \mathbf{J}_s \times \boldsymbol{\nu}. \quad (1.13)$$

Cette expression peut se justifier par un calcul de la force d'interaction entre deux vortex [3]. Elle est habituellement généralisée pour un courant arbitraire en remplaçant  $\mathbf{J}_s$  par le courant total  $\mathbf{J}$ , mais nous ne voyons aucune raison pour cela et gardons donc l'équation (1.13). Plaçais *et al.* ont discuté cette question plus en détail [9].

La force de Lorentz met le réseau de vortex en mouvement avec une vitesse  $\mathbf{v}_L$ ; c'est ce qu'on appelle le *flux-flow*. Or, comme nous le verrons au paragraphe 3.2, le mouvement d'un réseau de vortex crée une dissipation qui est proportionnelle à  $v_L^2$ , d'où une force de friction  $\mathbf{F}_f$  proportionnelle à  $\mathbf{v}_L$ :

$$\mathbf{F}_f = -\eta \mathbf{v}_L. \quad (1.14)$$

Le paramètre de friction  $\eta$  est relié à la conductivité flux-flow  $\sigma_f$  par  $\eta = \varphi_0 \sigma_f \omega$ . Le champ électrique qui en résulte est donné par la  $\ddot{L}$  relation de Josephson  $\ddot{L}$ ,

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v}_L \times \boldsymbol{\omega}. \quad (1.15)$$

Cette relation peut être justifiée de plusieurs manières qui sont résumées ailleurs [11]; nous la retrouverons au paragraphe 3.2 du chapitre 3.

### 3.2. La résistivité flux flow $\varrho_f$

De la condition d'équilibre  $\mathbf{F}_L + \mathbf{F}_f = 0$ , on obtient à l'aide des équations (1.13–1.15) une relation entre le champ électrique et le courant qui est typique d'un milieu ohmique :

$$\mathbf{E} = \varrho_f \mathbf{J}_{\perp \nu}, \quad \text{avec} \quad \varrho_f = \left( \frac{1}{\varrho_{nf}} + \frac{\eta}{\varphi_0 \omega} \right)^{-1} \quad \text{et} \quad \mathbf{J}_{\perp \nu} = \mathbf{J} - (\boldsymbol{\nu} \cdot \mathbf{J}) \boldsymbol{\nu}. \quad (1.16)$$

Dans cette loi d'Ohm  $\rho_{\perp}$  intervient uniquement la composante perpendiculaire à  $\omega$  du courant, ce qui traduit l'anisotropie intrinsèque de l'état mixte, où il n'y a pas de champ électrique parallèle aux vortex.

La résistivité  $\rho_f$ , qui porte le nom de résistivité de flux-flow  $\rho_{\perp}$  est un des paramètres fondamentaux de la dynamique des vortex. Elle est accessible à l'expérience et dépend uniquement de la nature du paramètre d'ordre. Il y a deux contributions à la dissipation dans  $\rho_f$  : la résistivité du fluide normal  $\rho_{nf} = \sigma_{nf}^{-1} \approx \rho_n(1 - \langle n_s \rangle (1 - t_r^4))^{-1}$  [9], et celle du courant supraconducteur associé au mécanisme de friction visqueuse du réseau de vortex en mouvement par rapport au cristal.  $\rho_f$  est en général une fonction monotone en  $T$  et  $\omega$  et varie de 0 à  $\rho_n$  entre  $\omega = 0$  et  $\omega = B_{c2}$  (cf. Fig 4).

Au niveau théorique, le calcul de  $\rho_f(\omega)$  est un problème difficile qui ne peut se résoudre que dans certains cas limites. De façon générale, on attribue la friction des vortex à deux effets différents :

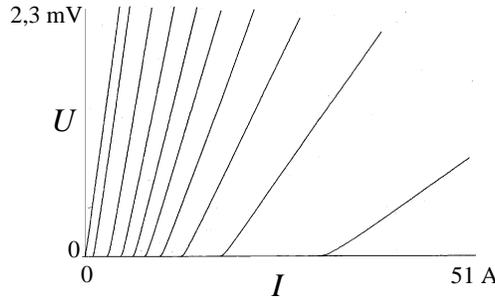
- le mécanisme de Bardeen et Stephen, qui assimile un vortex à un tube de métal normal de rayon  $\xi$ , à l'extérieur duquel le milieu est dans l'état Meißner. On déduit facilement des équations de Maxwell, Ohm et London qu'il s'établit, au voisinage d'un vortex en mouvement, un régime de courants de Foucault qui traversent le cœur en dissipant, et se referment à l'extérieur ;
- le mécanisme de Tinkham, qui prend en compte le temps de relaxation fini du paramètre d'ordre. Puisque ce dernier varie assez rapidement dans la proximité d'un vortex en mouvement, cette relaxation induit une dissipation.

Un calcul plus détaillé doit d'abord comparer l'échelle d'énergie  $\hbar/\tau$  donnée par le temps de relaxation  $\tau$  des électrons aux diverses échelles d'énergie de l'état supraconducteur. Dans un échantillon très pur, un vortex fonctionne comme un potentiel de confinement pour les électrons, à l'intérieur duquel il s'établit un spectre de niveaux d'énergie discrets séparés par une distance  $\Delta$  typique de l'ordre de  $\Delta^2/\epsilon_f$  surnommée *minigap*. On distingue ainsi les trois cas différents [12, 13] :

- la limite très propre  $\Delta$ , où  $\hbar/\tau \ll \Delta^2/\epsilon_f$ . Cette limite est difficile à réaliser expérimentalement ;
- la limite propre  $\Delta$ , où  $\Delta \gg \hbar/\tau \gg \Delta^2/\epsilon_f$ . Les électrons peuvent alors sonder la structure du gap, mais pas celle du minigap ;
- la limite sale  $\Delta$ , où  $\Delta \ll \hbar/\tau$ , ou  $l_p \ll \xi$ . Aux cœurs des vortex, les niveaux d'énergie se chevauchent pour donner un continuum peu différent de l'état normal. Les alliages tombent dans cette catégorie.

Remarquons que  $\hbar/\tau \ll \Delta$  est équivalent à  $l_p \gg \xi$ , où  $l_p$  est le libre parcours moyen des électrons. La limite propre  $\Delta$  (et *a fortiori* la limite très propre  $\Delta$ ) est donc un régime où le libre parcours moyen des électrons est plus grand que le rayon de cœur.

Le modèle le plus rustique assimile le vortex à un cylindre de rayon  $\xi$  à l'intérieur duquel le milieu est essentiellement dans l'état normal. Une fraction



**Figure 5.** Caractéristiques courant-tension d'une lame de  $Pb_{0.82}In_{0.18}$  à  $T = 1,84$  K ( $B_{c2} = 0,475$  T,  $\varrho_n(4,2) = 10,3 \mu\Omega \text{ cm}$ ,  $d \times w \times l = 0,43 \times 5,7 \times 30 \text{ mm}^3$ , distance entre les prises de tension : 10 mm). Le champ magnétique augmente de droite à gauche de 0,05 T à 0,45 T au pas de 0,05 T ; la courbe à gauche étant mesurée dans l'état normal.

[The current-voltage characteristics of a  $Pb_{0.82}In_{0.18}$  sample at  $T = 1.84$  K ( $B_{c2} = 0.475$  T,  $\varrho_n = 10.3 \mu\Omega \text{ cm}$ ,  $d \times w \times l = 0.43 \times 5.7 \times 30 \text{ mm}^3$ , voltage probes spacing is 10 mm). The magnetic field is ranging, from right to left, between 0.05 T and 0.45 T with an increment of 0.05 T; the outermost left corresponds to the normal state (0.8 T).]

$\xi^2/a_0^2$  du volume de l'échantillon est donc dans l'état normal et dissipe suivant la loi d'Ohm, ce qui nous amène à une première approximation de  $\varrho_f$  :

$$\varrho_f \sim \frac{\xi^2}{a_0^2} \varrho_n \approx \frac{\omega}{B_{c2}} \varrho_n. \quad (1.17)$$

On observe effectivement dans la plupart des matériaux une loi  $\varrho_f(\omega)$  qui est au premier ordre linéaire en  $\omega$ , mais nous verrons au chapitre 6 que la situation est bien différente dans les supraconducteurs non-conventionnels, qui sont des supraconducteurs propres dans lesquels le gap a une structure assez compliquée. Comme le calcul de  $\varrho_f$  et sa comparaison avec l'expérience sont particulièrement intéressants dans ces matériaux, nous en reportons la discussion au chapitre 6.

### 3.3. Le courant critique

La figure 5 montre des caractéristiques courant-tension  $U - I$  typiques d'un polycristal de  $Pb_{0.82}In_{0.18}$ . Jusqu'à un seuil critique  $I_c$  le courant passe sans dissipation et la tension augmente ensuite suivant la loi empirique<sup>2</sup> (pour  $I > I_c$ )

$$U = R_f(I - I_c), \quad R_f = \varrho_f \frac{s}{wd}. \quad (1.18)$$

En règle générale, le courant critique décroît de manière monotone avec le champ, mais il y a des exceptions. La plus fameuse est l'effet de pic  $i_c$ , une remontée assez surprenante et mal comprise du courant critique près de  $B_{c2}$  qui s'observe

2. Cette loi empirique, observée dans nos échantillons, n'est pas conforme aux modèles discutés au chapitre 2.

dans une grande variété d'échantillons couvrant pratiquement tous les matériaux supraconducteurs.

Selon toute apparence, il y a un mécanisme qui maintient les vortex en équilibre à faible courant jusqu'à ce que la force de Lorentz atteigne un seuil critique. Ce mécanisme est habituellement attribué aux interactions avec les défauts de l'échantillon. La nature de cet ancrage ou piégeage des vortex est le sujet des chapitres suivants.

## 4. La réponse linéaire

Les mesures en courant continu ont l'avantage de la simplicité, mais ne sont pas dépourvues de difficultés. Souvent les courants critiques sont simplement trop forts pour être accessibles à l'expérience. Quand ils ne le sont pas, la transition au flux-flow, établi donné par l'équation (1.18), peut s'avérer graduelle au gré des inhomogénéités du courant critique à grande échelle le long de l'échantillon, auquel cas il faut parfois aller jusqu'à  $I \gtrsim 2I_c$  pour atteindre un flux flow homogène. Or, de tels courants surcritiques impliquent une forte dissipation qui est souvent incompatible avec des conditions isothermes. En plus, l'amplitude même des courants en jeu entraîne de fortes non-linéarités souvent difficile à modéliser. Finalement, une technique expérimentale qui impose une vitesse constante aux vortex ne permet pas de révéler toute la richesse de la dynamique des vortex. En particulier, la mesure en continu ne donne pas l'origine du courant critique et ne permet pas, à elle seule, de trancher entre les différents modèles d'ancrage des vortex (*cf.* Chap. 2).

Nombre de ces problèmes sont réglés avec une excitation en courant alternatif (fréquence  $\Omega = 2\pi f$ ). Sous l'effet de la force de Lorentz les vortex effectuent de petites oscillations autour de leur positions d'équilibre auxquelles est associé un champ électrique alternatif mesurable, par exemple à la surface. On peut toujours choisir une excitation suffisamment faible pour que ces oscillations soient harmoniques, de sorte que le champ électrique est proportionnel à l'excitation. Cette réponse linéaire est un problème bien défini, tant au niveau théorique qu'au plan expérimental ; il offre toute la richesse d'un spectre complexe de fréquence (module et phase), à comparer aux seules valeurs  $\varrho_f$  et  $I_c$  qu'on peut tirer d'une mesure en continu. Comme on le verra aux chapitres suivants, ces deux fonctions caractéristiques vont permettre de trancher entre les divers mécanismes de piégeage proposés.

Il y a deux manières principales d'appliquer le courant excitateur à l'échantillon : soit on l'injecte directement dans l'échantillon, soit on l'induit par un champ alternatif qui se superpose au champ principal qui crée les vortex. Dans le premier cas on mesure la résistance en alternatif de la même manière qu'en continu. Dans le second, on mesure le flux alternatif qui pénètre dans l'échantillon ou, de manière équivalente, le champ électrique à la surface ; la méthode est connue sous le nom d'impédance de surface. De ces deux méthodes, la première est sans conteste la plus populaire parmi les expérimentateurs, parce qu'elle semble donner un accès direct à la réponse linéaire. Cependant, c'est la deuxième méthode que nous avons

choisie, parce qu'elle donne une mesure non ambiguë de la réponse alternative. Nous reviendrons sur les difficultés inhérentes à l'interprétation des mesures de résistance dans la section suivante et considérons pour le moment uniquement l'impédance de surface.

#### 4.1. Définition de l'impédance de surface

On considère un état mixte ( $\omega \parallel \hat{z}$ ) occupant un demi-espace infini ( $z < 0$ ) et soumis à un petit champ magnétique alternatif  $b_0 \hat{x} e^{-i\Omega t}$  ( $b_0 \ll \omega$ ) parallèle à la surface. Suivant sa définition, l'impédance de surface  $Z$  est le rapport du champ électrique  $E(0)$  à la surface au champ magnétique excitateur :

$$Z = R_Z - iX_Z = \frac{\mu_0 E(0)}{b_0} = -i\mu_0 \Omega \lambda_{ac}, \quad (1.19)$$

où  $R_Z$  et  $X_Z$  sont respectivement la résistance et la réactance de surface. Comme l'indique l'équation (1.19), on peut aussi associer à l'impédance de surface une longueur  $\lambda_{ac} = \lambda' + i\lambda''$ . Cette longueur apparaît à première vue comme une profondeur de pénétration, comme l'illustre par exemple le cas d'un métal ordinaire où on calcule, à l'aide des équations de Maxwell et de la loi d'Ohm, l'impédance

$$Z_n = -i\mu_0 \Omega \lambda_n, \quad \lambda_n = \frac{\delta_n}{2}(1+i) = \sqrt{\frac{\rho_n}{2\mu_0 \Omega}}(1+i), \quad (1.20)$$

où  $\delta_n$  n'est rien d'autre que la profondeur qui intervient dans la loi exponentielle  $b(z) = b_0 e^{z/\lambda_n}$  de l'effet de peau classique. De même, si le demi-espace est dans l'état Meißner, on a  $\lambda_{ac} = \lambda$  (le  $\lambda$  de London).

D'habitude la partie réelle  $\lambda'$  représente la profondeur de pénétration dans le demi-espace, alors que la partie imaginaire  $\lambda''$  caractérise la dissipation. Dans cette revue, nous présentons tous nos résultats en termes de  $\lambda_{ac}$ , quantité plus intuitive que l'impédance  $Z$ , avec des ordres de grandeur  $\lambda_{ac} \sim 0,1-100 \mu\text{m}$ . Il faut cependant bien noter que strictement  $\lambda_{ac}$  est défini à partir du champ électrique à la surface, et ne représente pas la profondeur réelle sur laquelle le champ pénètre, qu'on ne sait d'ailleurs pas mesurer directement.

#### 4.2. Quelques généralités sur la réponse linéaire

Étant donné qu'un échantillon idéal sans défauts se comporte comme un milieu ohmique et diamagnétique, on en déduit tout de suite l'impédance d'un demi-espace idéal :

$$\lambda_{ac} = \mu_r \lambda_f = \mu_r \frac{\delta_f}{2}(1+i), \quad \lambda_f = \frac{\delta_f}{2}(1+i) = \sqrt{\frac{\rho_f}{2\mu\Omega}}(1+i). \quad (1.21)$$

Ce résultat est correct, mais son interprétation physique est loin d'être évidente. Nous reviendrons sur ce sujet au paragraphe 4.1 du chapitre 3.

Les tâches respectives pour la théorie et l'expérience sont claires : il s'agit pour la première de prévoir comment l'ancrage modifie la réponse idéale (1.21), et pour la seconde de fournir des valeurs fiables de  $\lambda_{ac}$  à partir des données brutes obtenues avec un échantillon de taille nécessairement limitée.

L'enjeu théorique est d'établir la relation de dispersion de l'état mixte, c'est-à-dire la dépendance en fréquence ( $\Omega$ ) du vecteur d'onde  $k$  d'une onde électromagnétique  $be^{i(kz-\Omega t)}$  se propageant dans le milieu. La relation  $k(\Omega)$  est en général un polynôme de degré pair  $2n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) en  $k$ , correspondant à  $n$  modes électrodynamiques distincts. L'exemple le plus simple est celui d'un milieu gouverné par une loi d'Ohm locale  $\mathbf{E} = \varrho_{ac}\mathbf{J} = (\varrho' - i\Omega\mathcal{L})\mathbf{E}$ . La résistivité  $\varrho_{ac}$  peut être réelle et constante, comme dans l'état normal, ou bien une fonction complexe de la fréquence. La relation de dispersion et la forme de l'onde induite dans le demi-espace par le champ excitateur  $b_0$  découlent dans ce cas directement des équations de Maxwell, en analogie parfaite avec l'effet de peau classique :

$$k^2 = \frac{i\mu_0\Omega}{\varrho_{ac}}, \quad b(z) = b_0 e^{i(kz-\Omega t)} = b_0 e^{z/\lambda_{ac}} e^{-i\Omega t}, \quad \lambda_{ac} = \frac{1}{ik} = \sqrt{\frac{i\varrho_{ac}}{\mu_0\Omega}}. \quad (1.22)$$

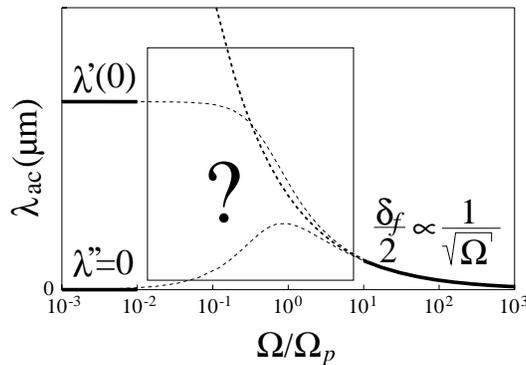
Comme dans le cas de l'effet de peau classique, la longueur de pénétration du champ magnétique se confond avec la longueur  $\lambda_{ac}$  avec laquelle nous décrivons l'impédance de surface. Remarquons que l'inverse est vrai aussi : une électrodynamique à un seul mode implique nécessairement une relation locale entre  $\mathbf{J}$  et  $\mathbf{E}$ .

Dans l'éventualité d'un milieu à plusieurs modes électrodynamiques, on écrira le champ magnétique et l'impédance de surface sous les formes suivantes :

$$b(z) = b_0 \sum_{j=1}^n \beta_j e^{z/\lambda_j} e^{-i\Omega t}, \quad \lambda_{ac} = \sum_{j=1}^n \beta_j \lambda_j, \quad (1.23)$$

où les  $\lambda_j = 1/ik_j$  sont les profondeurs de pénétration individuelles des  $n$  modes, et les  $\beta_j$  leurs amplitudes relatives. La détermination de ces poids complexes fait intervenir  $(n-1)$  conditions limites à la surface, en plus de la continuité du champ  $b(0) = b_0$  qui impose  $\sum_{j=1}^n \beta_j = 1$ . Nous voyons donc que dans un scénario à  $n$  modes la longueur  $\lambda_{ac}$  n'est plus une vraie longueur de pénétration, mais simplement une moyenne pondérée des longueurs du problème. Ajoutons que dans un tel milieu, où les effets non-locaux dominent, la notion de résistivité perd complètement son sens.

Nous verrons au chapitre 2 que la plupart des modèles d'ancrage sont basés sur l'écriture d'une loi d'Ohm généralisée  $\mathbf{E} = \varrho_{ac}\mathbf{J}$ , et impliquent une électrodynamique à un mode. Cette hypothèse n'est en général pas testée par les expérimentateurs, qui expriment simplement leurs données brutes en terme de résistivité complexe. Dans une expérience d'impédance de surface, le test crucial sera le passage à l'échantillon de taille finie, qui fait intervenir directement la comparaison entre les dimensions de l'échantillon et les profondeurs de pénétration des différents modes. À cet égard, nos propres mesures (Chap. 4) montrent assez clairement que



**Figure 6.** Allure générale de la dépendance en fréquence de la réponse linéaire de l'état mixte.

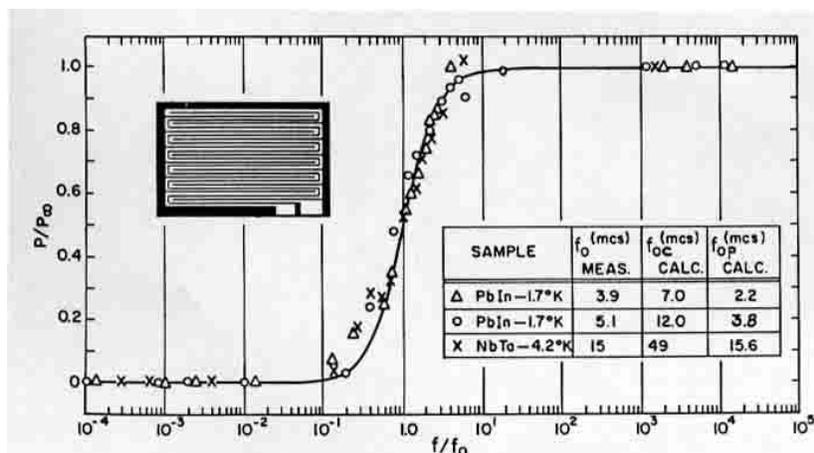
[Asymptotic behavior of the frequency dependence of the linear penetration depth of a pinned vortex state. The frame delimits the frequency range investigated in this work.]

l'état mixte est caractérisé par deux modes ; ce qui remet sérieusement en question la quasi-totalité du travail expérimental passé.

Les mesures anciennes permettent toutefois d'établir l'allure générale de la réponse linéaire de l'état mixte en présence du piégeage, et nous la résumons ici afin de donner au lecteur les idées essentielles.

Il est aujourd'hui bien admis que la réponse linéaire est caractérisée par trois régimes de fréquences différents (Fig. 6) :

- à basse fréquence, la réponse de l'état mixte est du type  $\text{ii}$  Meißner  $\text{ii}$ . Elle est caractérisée par une profondeur  $\lambda_{ac} = \lambda'(0)$  réelle et indépendante de la fréquence, analogue à la profondeur de  $\text{ii}$  London  $\text{ii}$  à champ nul mais plus grande. L'aspect non-dissipatif du transport apparaît alors ici comme une suppression des pertes électriques à basse fréquence ( $\lambda''(0) = 0$ ). Cependant,  $\lambda'(0)$  augmente avec la densité de vortex  $\omega$  entre  $0,1 \mu\text{m}$  et  $100 \mu\text{m}$ . Cette dépendance en champ de la réactance de surface ( $\propto \lambda'(0)$ ) traduit le fait que sous champ le milieu peut stocker, sous la forme de distortions élastiques du réseau de vortex, considérablement plus d'énergie que dans l'état Meißner ;
- à très haute fréquence, la réponse est celle d'un état mixte sans ancrage (1.21), avec une profondeur caractéristique  $\delta_f$  et une dissipation considérable. Ce résultat est presque évident, car dans la mesure où les interactions élastiques sont indépendantes de la fréquence, la dissipation par friction visqueuse, proportionnelle à la vitesse des vortex, domine à haute fréquence ;
- le changement de régime est situé autour d'une fréquence  $\Omega_p$  dite  $\text{ii}$  fréquence de piégeage  $\text{ii}$ , définie par  $|\lambda_f(\Omega_p)| = \lambda'(0)$ , soit  $\Omega_p = \rho_f / \mu_0 \lambda'(0)^2$ . L'ordre de grandeur de  $\Omega_p$  dépend de  $\lambda'(0)$  et surtout de la résistivité du milieu ; elle peut varier de quelques kHz pour un échantillon de niobium très pur, à plus que 10 GHz pour un échantillon  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  à basse température. Ce régime intermédiaire (encadré sur la Fig. 6) pour lequel l'allure du spectre  $\lambda_{ac}(\Omega)$  n'est pas évidente n'a, à notre connaissance, pas encore été exploré par impédance de surface. On verra cependant qu'il permet de tester les divers modèles d'ancrage.



**Figure 7.** Les mesures de la résistance alternative en fonction de  $\Omega$  de Gittleman et Rosenblum [15] (avec la permission de l’American Physical Society, 2000). En abscisse est présentée la fréquence normalisée sur la fréquence de piégeage  $\Omega_p$  (notée  $f_0$  et indiquée sur la figure), en ordonnée la puissance absorbée normalisée sur la valeur idéale haute fréquence. Les valeurs à très haute fréquence  $\Omega/\Omega_p \geq 10^3$  sont tirées des mesures de Rosenblum *et al.* [14].

[Frequency dependence of the resistance  $R$ , or the losses  $P \propto R$ , of superconducting lines in the mixed state by Gittleman et Rosenblum [14, 15]. Here  $f_0$  stands for the pinning frequency.]

### 4.3. L’expérience de Gittleman et Rosenblum (1966)

En 1964, Rosenblum *et al.* utilisent une technique de cavité résonnante pour étudier la réponse linéaire de l’état mixte dans des échantillons de  $\text{Pb}_{0,83}\text{In}_{0,17}$  et  $\text{Nb}_{0,95}\text{Ta}_{0,05}$  aux fréquences micro-onde (1–10 GHz) ; leurs résultats sont reportés sur la figure 7. Ils trouvent une dissipation typique d’un milieu ohmique de résistivité  $\rho_f$ , et découvrent ainsi la réponse idéale (1.21) [14].

En 1966, Gittleman et Rosenblum mesurent la résistance des feuilles supraconductrices fines ( $d \approx 13 \mu\text{m}$ ), découpées en méandres de manière à réduire au maximum l’inductance géométrique du circuit (*cf.* l’encadré de la Fig. 7). Ils couvrent une gamme de fréquences impressionnante de 100 Hz à 10 MHz. Ils expriment leurs résultats en termes de puissance absorbée, qui est proportionnelle à la partie réelle de la résistance alternative ; les résultats se trouvent également sur la figure 7.

L’expérience de Gittleman et Rosenblum, qui est citée dans de nombreux articles de revue, est une des plus importantes sur la dynamique des vortex. Gittleman et Rosenblum constatent que la résistance chute assez brusquement sur deux décades autour d’une fréquence qui est typique du matériau ; elle reste égale à zéro dans toute la gamme des basses fréquences. Gittleman et Rosenblum observent ainsi pour la première fois les trois régimes typiques de la réponse linéaire,

c'est-à-dire la réponse idéale à haute fréquence, la réponse quasistatique à basse fréquence et le changement de régime situé autour de la fréquence de piégeage  $\Omega_p$ .

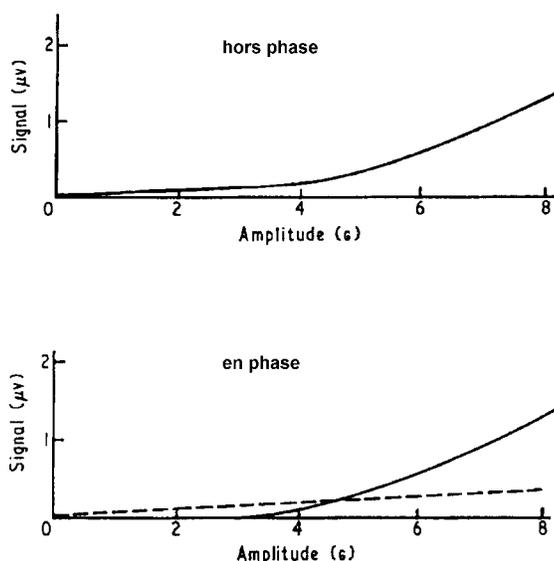
Gittleman et Rosenblum font l'hypothèse que le courant est toujours distribué uniformément sur la section des feuilles, et interprètent donc la résistance mesurée comme la résistivité alternative  $\varrho_{ac}$  de leur modèle (*cf.* Éq. (2.5) au paragraphe 1.1, Chap. 2), dont la partie réelle est également présentée sur la figure 7. L'accord remarquable entre théorie et expérience a contribué considérablement au fait que même aujourd'hui encore l'allure du spectre en fréquence est en général considérée comme la signature d'un mécanisme de piégeage en volume.

Même si l'hypothèse d'une distribution uniforme du courant nous paraît douteuse, nous n'allons pas discuter ces détails techniques ici parce que nous ne connaissons de toute façon pas toutes les dimensions de leurs échantillons. Il nous paraît plus important de souligner que notre modèle de la réponse linéaire et parfaitement compatible avec ces mesures, et que l'expérience de Gittleman et Rosenblum n'est pas concluante sur la nature de l'ancrage, malgré son originalité incontestable. En fait, la très faible épaisseur des feuilles utilisées par Gittleman et Rosenblum fait que leurs mesures se situent dans le régime de lame mince  $\delta_f \gtrsim d$  dans toute la gamme des fréquences étudiées ; même à la fréquence la plus élevée (100 MHz dans le PbIn), la profondeur de peau  $\delta_f \simeq \delta_n/\sqrt{2} = 12 \mu\text{m}$  (à  $B_0 = B_{c2}/2$ ), est comparable à  $d = 13 \mu\text{m}$ . Or, comme nous le verrons au paragraphe 5.2 du chapitre 3, dans ce régime notre modèle fait strictement la même prédiction que celle de Gittleman et Rosenblum en ce qui concerne la résistance alternative (Éq. (3.51)). Donc, l'expérience de Gittleman et Rosenblum ne permet pas de statuer sur l'ancrage des vortex.

Peu de temps après, en 1968, Gilchrist et Monceau retrouvent bien le dépiégeage haute fréquence par d'élégantes mesures calorimétriques d'impédance de surface [16].

#### 4.4. L'expérience de Campbell (1969)

Les mesures de Campbell sont en quelque sorte le point de départ de toutes les mesures de profondeur de pénétration dans l'état mixte, y compris les nôtres [17]. Campbell utilise des échantillons cylindriques de Pb-33%Bi ( $B_{c2} = 1,38 \text{ T}$ ), 20 mm de long et 1 mm en diamètre. Le dispositif expérimental est devenu standard, il utilise une méthode de détection synchrone vectorielle ; la géométrie diffère de la notre en ce que le champ principal est lui aussi parallèle au cylindre, et donc au champ excitateur (géométrie axiale). La technologie naissante des détections synchrones proposait alors une résolution relativement modeste (quelques degrés sur la phase), et une gamme de fréquence réduite, de sorte que la mesure du régime linéaire nécessitait l'emploi d'enroulements volumineux (2000 spires) ne serait-ce que pour détecter le flux basse fréquence (90 Hz–1 kHz). Dans ces conditions, il était exclu de pouvoir mesurer les faibles pertes de la réponse linéaire. Comme on peut le voir sur la figure 8, les pertes ac n'apparaissent réellement qu'en régime non linéaire développé pour des amplitudes d'excitation supérieures au gauss (ses valeurs doivent être réduites par 1 ou 2 ordres de grandeur pour un champ



**Figure 8.** Observation expérimentale du régime linéaire à faible excitation tirée de la référence [17] (avec la permission de l'Institute of Physics, 2000). À la précision de la mesure la pénétration du flux est en phase avec le champ excitateur (tension induite en quadrature) ; il n'y a donc pas de pertes. De la pente du signal linéaire on peut déduire la profondeur de Campbell.

[Experimental evidence of the linear penetration at low excitation level by Campbell in reference [17]. At the low frequencies of the experiment, the flux is in-phase with the exciting field (voltage is out-of-phase), and there is no losses. The Campbell penetration depth is deduced from the slope of the linear signal.]

perpendiculaire au cylindre). Par contre l'expérience met clairement en évidence l'existence d'un régime linéaire quasistatique, avec une profondeur de pénétration  $\lambda_{ac}$  réelle et indépendante de la fréquence, telle qu'on l'attend d'un modèle de piégeage en volume. Cette profondeur, dans la gamme des microns ( $6 \mu\text{m}$  à  $B_{c2}/2$ ), augmente à peu près linéairement avec le champ magnétique. Ce régime s'appelle, depuis lors, le régime Campbell  $\lambda_c$ .

Les mesures de Campbell semblent donc elles aussi confirmer les idées du piégeage en volume, mais de nouveau il s'agit d'un résultat expérimental qui ne permet pas de trancher entre les modèles, parce que l'expérience de Campbell n'a pas la prétention de mesurer les faibles pertes résiduelles aux basses fréquences. De toute façon, une mesure des pertes n'aurait pas été concluante, parce que la profondeur de peau  $\delta_f$  du PbBi est largement supérieure au diamètre de l'échantillon ( $\delta_f \gtrsim 10d$  à  $B_0 = B_{c2}/2$ ). Campbell est donc en régime de lame mince, où les prédictions des deux modèles se confondent (*cf.* paragraphe 5.2, Chap. 3).

Nous avons utilisé le même principe de mesure que Campbell, avec deux différences importantes : d'une part, nous travaillons en champ excitateur  $\mathbf{b}_0$  transverse au champ principal  $\mathbf{B}_0$ , et d'autre part, nous avons considérablement augmenté les fréquences de travail de façon à être toujours en régime d'effet de peau, même dans l'état normal.

## Les théories de la réponse linéaire

---

Dans ce chapitre, nous passons en revue des divers modèles du piégeage et de la dynamique des vortex, en mettant l'accent sur la *réponse linéaire*.

Nous rappelons d'abord les équations phénoménologiques avec lesquelles on décrit, depuis les années 1960–1970, le comportement dynamique (courant continu et réponse linéaire) d'un réseau de vortex piégé en volume (paragraphe 2.1). Tous les modèles d'ancrage en volume dérivent plus ou moins des premiers travaux de Kim et Anderson [18], Gittleman et Rosenblum [15], et Campbell [17]. Les principaux raffinements ont consisté à prendre en compte le mouvement des vortex par activation thermique suivant des voies assez différentes, qui s'inspirent des problèmes connus en physique des solides (amorphes, conduction ionique, onde de densité de charge). Citons tout particulièrement le modèle du  $\eta$  flux creep  $\zeta\zeta$  et celui du  $\eta$  verre de vortex  $\zeta\zeta$ . Dans le premier, l'énergie thermique se compare à une seule énergie de piégeage typique, et l'amplitude des oscillations des vortex n'est en principe pas limitée (comme dans la diffusion ionique). Dans le second on suppose une distribution statistique des énergies de piégeage, et le mouvement est limité dans un système à deux niveaux. Tous ces modèles se traduisent par l'introduction d'une *résistivité complexe locale*  $\rho_{ac}$  et conduisent à une électrodynamique à un mode.

Au paragraphe 2 nous décrivons deux modèles que nous appellerons  $\eta$  hydrodynamiques  $\zeta\zeta$  parce qu'ils ont été inspirés fortement par la dynamique des vortex superfluides [19] ou par celle des polymères [20] : ils ignorent les défauts en volume, et les seules sources d'ancrage sont les surfaces ou les interfaces. Ces modèles apparaissent dans la littérature comme un peu marginaux, mais ils nous intéressent ici car notre propre description de l'état mixte, qui sera exposée en détail au chapitre 3, appartient à cette famille.

Dans un échantillon idéal, le mouvement d'un vortex serait régi uniquement par la force visqueuse (1.14) et par les interactions entre vortex voisins. Comme nous l'avons déjà mentionné au paragraphe 4.2 du chapitre 1, la réponse linéaire d'un échantillon réel, même de bonne qualité, s'écarte considérablement de la réponse idéale. Pour expliquer ces écarts et par extrapolation l'existence d'un courant non-dissipatif, on met généralement en cause les divers défauts cristallins qui peuvent interagir avec les vortex et modifier ainsi leur dynamique. Tinkham distingue à cet égard trois classes principales de défauts cristallins susceptibles de piéger les

vortex [3] :

- les *défauts artificiels*, qu'on introduit pour augmenter fortement le courant critique. Une technique assez répandue consiste à bombarder l'échantillon des ions lourds ; on obtient ainsi des défauts colonnaires dont la géométrie est très semblable à celle des vortex eux-mêmes, qui piègent efficacement les vortex ;
- parmi les défauts naturels, les *défauts étendus* à une ou deux dimensions, dont les représentants les plus connus sont les dislocations, les plans de macles ( $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ ) ou les joints de grain ;
- les *défauts ponctuels*, comme par exemple les lacunes, les impuretés chimiques, les défauts d'alliage ou de dopage. C'est à ces défauts qu'on attribue l'existence d'un courant critique dans les échantillons purs. En général, on suppose que la densité de ces défauts est beaucoup plus grande que la densité de vortex, de sorte que chaque vortex voit un grand nombre de défauts.

Dans notre travail, nous avons uniquement étudié les échantillons dits *soft*, c'est-à-dire chimiquement homogènes et sans défauts étendus ni défauts artificiels dans le volume de l'échantillon. Cependant, on oublie souvent qu'un échantillon de cette catégorie possède un défaut inévitable qu'on peut classer en quelque sorte dans les défauts étendus, et qui n'est autre que sa surface plus ou moins rugueuse.

## 1. Les modèles de résistivité locale

La plupart des théories du mouvement des vortex sont basées sur l'écriture plus ou moins empirique d'une équation de force locale (pour une revue récente voir van der Beek *et al.* [21]) :

$$\mathbf{J} \times \boldsymbol{\omega} - \frac{\omega}{\varphi_0} \eta \mathbf{v}_L + \mathbf{F}_p = 0, \quad (2.1)$$

où apparaissent dans l'ordre, les densités volumiques de force de Lorentz (1.13), de force de friction (1.14) et d'une force d'ancrage au cristal, qui est spécifique du modèle utilisé. Il n'y a pas ici de force d'inertie ; la masse des vortex, de toute façon très petite et n'intervenant qu'à très haute fréquence (de l'ordre de  $10^{13}$  Hz), est rarement introduite [22]. Suivant la tradition, la force de Lorentz est écrite avec le courant total  $J$  au lieu de  $J_s$ , même si cette écriture est contestable (*cf.* [9]).

S'agissant de la réponse linéaire, le mouvement des vortex se réduit à une faible oscillation  $\mathbf{u} \propto e^{-i\Omega t}$  autour de la position d'équilibre. On peut donc linéariser la force d'ancrage sous la forme  $\mathbf{F}_p = -\alpha_p \mathbf{u}$ , où la constante de force  $\alpha_p(\omega, T, \Omega)$  est spécifique du modèle. Elle est en général complexe et dépend de la fréquence  $\Omega$ , et nous la précisons dans les sections suivantes pour chaque modèle.

Pour un réseau de vortex  $\boldsymbol{\omega} = \omega \hat{\mathbf{z}}$  le long de  $\hat{\mathbf{z}}$  et un courant appliqué  $\mathbf{J} = J \hat{\mathbf{y}} e^{-i\Omega t}$  le long de  $\hat{\mathbf{y}}$ , le déplacement  $\mathbf{u} = u \hat{\mathbf{x}} e^{-i\Omega t}$  et la vitesse  $\mathbf{v}_L = -i\Omega \mathbf{u}$  sont parallèles à  $\hat{\mathbf{x}}$ , et en linéarisant l'équation (2.1) on obtient

$$J\omega = -i\Omega \frac{\omega}{\varphi_0} \eta u + \alpha_p u. \quad (2.2)$$

Selon la relation de Josephson (1.15), la vitesse  $-i\Omega u$  des vortex est directement reliée au champ électrique  $E = i\Omega u \omega$ , que l'on peut alors calculer à partir de l'équation (2.2) :

$$E = \varrho_{ac} J, \quad \varrho_{ac} = \varrho' - i\Omega \mathcal{L} = \varrho_f \left( 1 + i \frac{\alpha_p \varphi_0}{\omega \eta \Omega} \right)^{-1}. \quad (2.3)$$

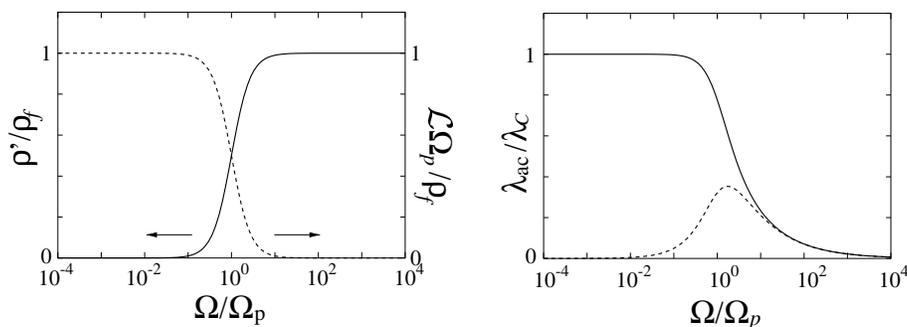
On obtient le résultat que la réponse linéaire alternative de l'état mixte est régie par une résistivité complexe  $\varrho_{ac}$ . Comme nous l'avons vu au paragraphe 4.2 du chapitre 1, il en découle une électrodynamique à un mode, dont la profondeur de pénétration est donnée par

$$\lambda_{ac} = \sqrt{\frac{i\varrho_{ac}}{\mu_0 \Omega}}. \quad (2.4)$$

$\varrho_{ac}$  est à multiplier avec un facteur  $\sin^2(\angle[\mathbf{J}, \boldsymbol{\omega}])$  si le courant et les vortex ne font pas un angle droit. Remarquons aussi qu'il est en principe possible d'incorporer le  $\parallel$  diamagnétisme  $\tilde{\chi}$  de l'état mixte dans l'équation (2.4) en remplaçant  $\mu_0$  par  $\mu$  et  $\lambda_{ac}$  par  $\lambda_{ac}/\mu_r$ . Comme la plupart des auteurs nous négligeons ici cet effet, qui de toute façon joue seulement à très faible champ. Vasseur *et al.* ont discuté cette question plus en détail [23].

## 1.1. Les modèles phénoménologiques des années 1960–1970

L'idée la plus naïve qu'on peut se faire de la force de piégeage consiste à exprimer cette force comme le gradient  $\mathbf{F}_p = -\nabla U_p$  d'un potentiel de piégeage  $U_p$ , qui décrit la dépendance spatiale de l'énergie libre d'un vortex due aux défauts cristallins. Le potentiel  $U_p$  peut dépendre de  $\omega$  et de  $T$ , mais il n'a aucune raison de dépendre de la fréquence  $\Omega$ . Pour interpréter leurs mesures de la réponse linéaire, Gittleman et Rosenblum, et plus tard Campbell, ont donc naturellement fait l'hypothèse que  $\alpha_p(\Omega) \equiv \alpha_L$  est également indépendant de la fréquence. À l'aide des équations (2.3, 2.4), on trouve une expression de la réponse linéaire qui,



**Figure 9.** À gauche la résistivité alternative selon Gittleman et Rosenblum [15] (en trait plein  $\varrho'$ , en tirets  $\mathcal{L}$ ), à droite la profondeur de pénétration dans l'état mixte suivant Campbell [17] (en trait plein  $\lambda'$ , en tirets  $\lambda''$ ).

[Left, the complex ac resistivity  $\rho = \mu_0 \Omega \lambda_{ac}^2$  after Gittleman and Rosenblum [15]: real part  $\varrho'$  (solid line) and inductivity  $\mathcal{L}$  (dashed line). Right, the complex penetration depth  $\lambda_{ac}$  after équation (2.5) of Campbell [17]: real part  $\lambda'$  (solid line), imaginary part  $\lambda''$  (dashed line).]

aujourd'hui encore, est à la base de presque tous les modèles à un mode<sup>1</sup> :

$$\lambda_{ac}^2 = \frac{i\varrho_{ac}}{\mu_0 \Omega} = \left( \frac{1}{\lambda_C^2} - \frac{2i}{\delta_f^2} \right)^{-1} = \frac{\lambda_C^2}{1 - i\Omega/\Omega_p}, \quad \lambda_C^2 = \frac{\omega^2}{\mu_0 \alpha_L}, \quad \Omega_p = \frac{\alpha_L \varphi_0}{\omega \eta}. \quad (2.5)$$

Les vortex se comportent alors comme un oscillateur amorti soumis à une force sinusoïdale (Fig. 9) : à basse fréquence, où la vitesse des oscillations est faible, la force de rappel domine sur la friction. Les vortex suivent la force de Lorentz d'une manière quasistatique, c'est-à-dire  $u$  est en phase et le champ électrique en quadrature avec  $b_0$  ou  $J$ . La réponse est donc non-dissipative ( $\lambda'' = 0$ ,  $\varrho' = 0$ ) et indépendante de la fréquence ( $\lambda'(\Omega) = const$ ,  $\mathcal{L} = const$ ). À haute fréquence, où les oscillations sont rapides, la dynamique des vortex est gouvernée par la friction, devant laquelle la force de piégeage devient négligeable. On retrouve donc le résultat attendu pour un échantillon idéal ( $\lambda_{ac} = \lambda_f$ ,  $\varrho_{ac} = \varrho_f$ ). La fréquence de piégeage  $\Omega_p$  à mi-chemin entre ces deux régimes est en quelque sorte une mesure de l'importance relative du piégeage par rapport à la friction.

Dans les modèles de résistivité locale, le courant critique  $I_c$  est la conséquence directe d'une *densité de courant critique*  $J_c = I_c/wd$ , qui caractérise le piégeage des vortex en courant continu et devrait donc être fortement lié au paramètre  $\alpha_L$ .

1. Le résultat (2.5) représente uniquement la contribution des vortex à la résistivité. Afin de simplifier la présentation, nous avons ici omis deux autres termes. Le premier est la contribution des électrons supraconducteurs hors des vortex,  $\varrho_\lambda = E/J_s = -i\mu_0 \Omega \bar{\lambda}^2$ , le deuxième est celle des électrons normaux  $\varrho_{nf} = E/J_n$ . Le résultat  $\lambda_{tot}^2$  cité dans la littérature est  $(\bar{\lambda}^2 + \lambda_{ac}^2)/(1 - 2i\bar{\lambda}^2/\delta_{nf}^2)$  [24]. Ces corrections sont importantes uniquement à très bas champ ainsi qu'au voisinage immédiat de  $B_{c2}$ . Nous verrons au chapitre 4 que notre dispositif expérimental ne permet de toute façon pas de les apprécier.

Son calcul dépend beaucoup de la manière dont on traite le réseau de vortex. Une idée simpliste consiste à considérer chaque vortex indépendamment des autres, en négligeant les interactions entre les vortex. À l'autre extrême, on peut étudier le réseau entier. Cependant, depuis les années 1960–70 on préconise l'idée que le réseau de vortex est subdivisé en paquets de vortex (où *bundles*) dont chacun est piégé indépendamment des autres auprès d'un centre de piégeage. On a d'abord estimé que la taille typique d'un paquet est de l'ordre de  $\lambda$  (la portée de l'interaction entre les vortex) mais nous verrons que les théories plus modernes expliquent ces paquets d'une autre manière et ne retrouvent pas ce résultat simple. Nous notons ici simplement  $L_0$  la longueur,  $R_0$  le diamètre et  $V_0 = L_0 R_0^2$  le volume d'un paquet.

Il reste encore à modéliser le potentiel  $U_p$ . Le modèle le plus rustique est basé sur deux paramètres, à savoir la distance  $r_p$  entre deux centres de piégeage et l'énergie  $U_0$  qu'il faut fournir pour arracher un paquet de son piège ; autrement dit,  $U_0$  est la barrière d'énergie qui sépare deux centres de piégeage. Suivant ces idées, on peut non seulement écrire une formule simple pour le paramètre  $\alpha_L$ , mais aussi expliquer l'existence d'un courant critique  $J_c$  et estimer son ordre de grandeur :

$$J_c \simeq \frac{U_0}{\omega r_p V_0}, \quad \alpha_L \simeq \frac{U_0}{r_p^2 V_0} \simeq J_c \frac{\omega}{r_p}. \quad (2.6)$$

On obtient donc une relation simple entre  $\alpha_L$  et  $J_c$ , qui permet en principe de tester la cohérence entre les mesures en continu et les mesures en alternatif. Soulignons cependant que cette image simple nécessite encore beaucoup de raffinements. Citons par exemple le problème de la force de piégeage en présence d'un courant surcritique : comme l'illustre la figure 5, cette force reste manifestement opérationnelle à fort courant  $I > I_c$ , sinon la caractéristique courant-tension serait de la forme  $U = \rho_f (wd/l) I$  à  $I > I_c$ , contrairement aux mesures qui font apparaître une abscisse à l'origine. Il n'est donc pas simple de rendre compte de cet ancrage dynamique  $i_i$  [25].

## 1.2. La réponse thermiquement activée

Le problème de l'activation thermique des vortex a été abordé très tôt par Kim et Anderson afin de tenir compte de la forte dépendance en température du courant critique. Ils décrivent l'énergie thermique des vortex dans le cadre du modèle phénoménologique par une fréquence caractéristique  $f_0$  (dite aussi  $i_i$  fréquence d'essai  $i_i$ ) avec laquelle les paquets de vortex effectuent des vibrations autour de leur position d'équilibre et essaient ainsi d'échapper de leur piège ; on en déduit que les paquets s'arrachent de leur piège avec une fréquence typique  $f_0 e^{-U_0/k_B T}$ , et que les vortex ne restent donc jamais immobiles à leur place. Quand on impose un courant extérieur, ce mouvement désordonné est polarisé et modifie ainsi la caractéristique courant-tension et la réponse linéaire. Kim et Anderson décrivent cette polarisation dans un modèle à une dimension par une dépendance simple des barrières en courant,  $U_0(J) = U_0(0) - r_p J \omega V_0 = U_0(0)(1 - J/J_c)$ . Alais et Simon en déduisent que, compte tenu du fait que les paquets peuvent en principe aussi

surmonter les barrières contre le courant, il y a une résistivité finie à très faible courant [26] :

$$E = f_0 r_p \omega (e^{-U_0(1-J/J_c)/k_B T} - e^{-U_0(1+J/J_c)/k_B T}) \approx \left( \frac{2f_0 r_p \omega e^{-U_0/k_B T} U_0}{J_c k_B T} \right) J \equiv \varrho_{\text{taff}} J \quad (2.7)$$

où l'approximation est valable si  $J \ll J_c k_B T / U_0$ . Cet effet porte dans la littérature le nom du jargon TAFF *th* (*thermally activated flux-flow*). Soulignons que cette description simple du TAFF néglige complètement les interactions entre les paquets de vortex.

Mis à part le travail de Alais et Simon, qui attribuent toute la réponse linéaire au TAFF ( $\lambda_{ac}^2 = i\varrho_{\text{taff}}/\mu_0\Omega$ ) afin de lever la contradiction entre l'existence d'une réponse linéaire et le modèle de l'état critique de Bean [27], ce n'est qu'après la découverte des HTC qu'on cherche sérieusement à réconcilier l'idée du TAFF avec les anciens modèles de piégeage. L'approche la plus générale consiste à ajouter au bilan de force (2.1) une force de Langevin  $\mathbf{F}_L$ , qui est un bruit non-corrélé,  $\langle F_L(t)F_L(0) \rangle = 2\eta k_B T \delta(t)$ . Si on approche en plus la force de piégeage  $\mathbf{F}_p$  par une force sinusoïdale (dans l'espace), on se retrouve avec une équation qui a déjà été écrite et résolue par Dieterich *et al.* [28] dans le cadre de leur description théorique de la conduction ionique. Martinoli *et al.* [29], et puis Coffey et Clem [30], en faisant l'hypothèse que le potentiel de piégeage est assimilable à un potentiel sinusoïdal, ont repris et adapté la solution de Dieterich *et al.* pour décrire la réponse linéaire de l'état mixte. Il s'avère qu'on peut incorporer la force de Langevin simplement en ajoutant une dépendance en  $T$  et en  $\Omega$  assez compliquée au paramètre de Labusch  $\alpha_L$ . Le résultat exact est assez lourd,

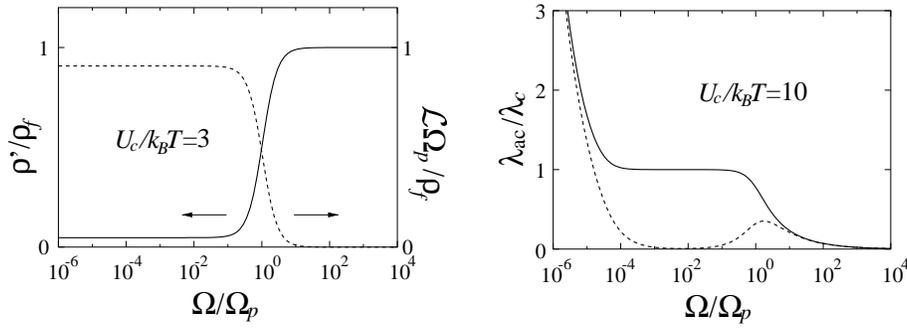
$$\alpha_p = \frac{\alpha_L}{\frac{I_0(\nu_T)}{I_1(\nu_T)} + \frac{i\Omega_p}{\Omega} \frac{1}{(I_0(\nu_T)^2 - 1)}}, \quad \lambda_{ac}^2 = \frac{i\varrho_{ac}}{\mu_0\Omega} = \left( 1 + \frac{i\delta_f^2}{2\lambda_{CC}^2 I_0^2(\nu_T)} \right) \left( \frac{1}{\lambda_{CC}^2} - \frac{2i}{\delta_f^2} \right)^{-1}, \quad (2.8)$$

$$\lambda_{CC}^2 = \lambda_C^2 \frac{I_0^2(\nu_T) - 1}{I_0(\nu_T)I_1(\nu_T)}, \quad \nu_T = \frac{U_0}{2k_B T}, \quad I_0, I_1 : \text{fonction de Bessel modifiées},$$

mais quand on ne regarde que les basses températures où  $U_0/k_B T \gg 1$ , il prend une forme beaucoup plus simple qui d'ailleurs a été également trouvée par Brandt [31] :

$$\alpha_p = \frac{\alpha_L}{1 + i\Omega_p e^{-U_0/k_B T} / \Omega}, \quad \lambda_{ac}^2 = \frac{i\varrho_{ac}}{\mu_0\Omega} = \left( \frac{1}{\lambda_C^2 + (i\delta_f^2/2)e^{-U_0/k_B T}} - \frac{2i}{\delta_f^2} \right)^{-1}. \quad (2.9)$$

Une illustration graphique de ces équations révèle rapidement l'effet principal de l'activation thermique des vortex (Fig. 10). À faible température  $T \ll U_0/k_B$ , la partie réelle de  $\varrho_{ac}$  ne tombe pas à zéro, mais à  $\varrho_f e^{-U_0/k_B T} \sim \varrho_{\text{taff}}$  ; de



**Figure 10.** Mêmes graphes que dans la figure 9, pour la réponse thermiquement activée donnée par l'équation (2.9).

[Same plots as in Figure 9, for the thermally activated response in equation (2.9).]

même, il apparaît dans le spectre  $\lambda_{ac}(\Omega)$  un troisième régime à très basse fréquence  $\Omega \ll \Omega_p e^{-U_0/k_B T}$ , où  $\lambda_{ac}$  diverge suivant la loi  $\lambda_{ac} \approx e^{-U_0/2k_B T} (1+i)\delta_f/2$ . En bref, on retrouve à basse fréquence une réponse quasistationnaire régie par la résistivité  $\rho_{taff}$  de Alais et Simon. À haute température  $T \gg U_0/k_B$ , le piégeage est totalement inefficace, et on trouve partout la réponse idéale  $\lambda_{ac} = \lambda_f$ .

Les modèles d'activation thermique que nous venons de résumer supposent des supraconducteurs isotropes, mais ils ont évidemment été conçus pour les supraconducteurs à haute température critique qui sont fortement anisotropes. Pour cette raison, Wu et Tseng [32] ont généralisé le calcul de Coffey et Clem pour les milieux anisotropes. Mentionnons aussi le travail de Wang *et al.*, qui ont fait une simulation numérique de la réponse linéaire à la base du modèle de Coffey et Clem, en remplaçant le potentiel de piégeage périodique par un potentiel aléatoire [33]. Ils trouvent que l'allure générale du spectre est peu modifiée par la statistique, avec toutefois un affaiblissement de la force de rappel efficace.

### 1.3. La dynamique vitreuse

L'idée du verre de vortex a de nombreuses sources d'inspiration, comme par exemple les verres de spin. Expérimentalement, la dynamique vitreuse a une signature, c'est une dépendance logarithmique en fréquence, à basse fréquence, qu'on observe d'ailleurs sur l'atténuation ultrasonore dans les verres à basse température, ou dans la réponse diélectrique des systèmes à onde de densité de charge [34].

Dans le cas des vortex, le désordre est imputé à la présence d'une forte densité  $n_i$  de centres de piégeage faibles, répartis au hasard, dont la portée reste faible devant  $\xi$ . Il en résulte un potentiel de piégeage qui a essentiellement un spectre blanc, et le piégeage des vortex provient surtout des fluctuations spatiales de ce potentiel. Le caractère aléatoire du potentiel implique de fortes fluctuations à longue distance, qui ne peuvent être compensées par les termes élastiques, et qui détruisent l'ordre cristallin du réseau d'Abrikosov. *A contrario*, les rigidités élastiques préservent le réseau d'Abrikosov à petite échelle. Il y a donc une longueur caractéristique seuil  $L_c$ , un diamètre critique  $R_c$  et un volume critique  $V_c = L_c R_c^2$

qui déterminent la taille des cristallites de vortex. L'énergie de piégeage de ce volume  $V_c$  sera notée  $U_c$ . Ces dimensions critiques sont le résultat d'un compromis entre l'énergie de piégeage et l'énergie élastique du réseau de vortex. Comme le calcul correspondant est dû à Larkin et Ovchinnikov (voir plus loin), on a l'habitude de parler de  $\tilde{l}$  longueur, rayon et domaine de Larkin-Ovchinnikov  $\tilde{l}$ .

Le désordre de l'échantillon n'ayant pas d'échelle typique, le désordre des vortex n'en a pas non plus et existe sur toutes les échelles  $\tilde{L} > L_c$ , d'où la terminologie  $\tilde{l}$  verre de vortex  $\tilde{l}$ . Par conséquent, la simple notion de paquet de vortex oscillant dans un puits de potentiel doit être généralisée, car elle dépend de l'échelle considérée. Les propriétés des vortex sont ainsi déterminées par des lois d'échelles. Suivant les habitudes, nous caractérisons une échelle donnée par sa longueur  $\tilde{L}$ , et les propriétés d'un paquet de longueur  $\tilde{L}$  par la largeur  $\tilde{r}$  du puits de potentiel qui piège ce paquet, l'énergie de piégeage  $\tilde{U}$ , le rayon  $\tilde{R}$  et le volume  $\tilde{V} = \tilde{L}\tilde{R}^2$  du paquet. Ces grandeurs obéissent aux lois d'échelle suivantes :

$$\tilde{r} = \xi \left( \frac{\tilde{L}}{L_c} \right)^{\zeta_1}, \quad \tilde{U} = U_c \left( \frac{\tilde{L}}{L_c} \right)^{\zeta_2}, \quad \tilde{R} = R_c \left( \frac{\tilde{L}}{L_c} \right). \quad (2.10)$$

Les exposants critiques  $\zeta_1$  et  $\zeta_2$ , de l'ordre de l'unité, se déduisent d'un calcul microscopique. La longueur de Larkin-Ovchinnikov agit comme une échelle de coupure basse. De même,  $R_c$  est le rayon de coupure,  $U_c$  est l'énergie de coupure, et  $r_c \simeq \xi$  la portée de coupure.

### *La théorie de Larkin et Ovchinnikov*

Les valeurs  $L_c$ ,  $R_c$ ,  $U_c$  et  $V_c$  ont été déterminées dans le cadre de la  $\tilde{l}$  théorie de l'ancrage collectif faible  $\tilde{l}$  de Larkin et Ovchinnikov [35]. Les ingrédients de base de cette théorie sont d'une part l'hypothèse d'un désordre du type  $\tilde{l}$  bruit blanc  $\tilde{l}$  dans l'échantillon, de d'autre part les propriétés élastiques du réseau. Le désordre provient des centres de piégeage de densité  $n_i$ , dont chacun exerce une force de piégeage maximale  $f_i$  sur un vortex piégé. L'élasticité du réseau de vortex est décrite par ses modules, à savoir  $c_{11}$  (compression),  $c_{44}$  (torsion) et  $c_{66}$  (cisaillement) [36]. L'énergie de piégeage d'un paquet de vortex de taille  $\tilde{V} = \tilde{L}\tilde{R}^2$  est le travail fourni par la force totale exercée par les  $N = n_i\tilde{V}$  défauts ponctuels dans ce volume. Puisque les contributions des défauts s'ajoutent d'une manière aléatoire, la force totale qui en résulte est en  $\sqrt{N}f_i$ . La portée de cette force et la déformation du réseau de vortex qu'elle induit étant limitées par  $\xi$ , l'énergie de piégeage par unité de volume, négative par définition, est de l'ordre de  $\xi f_i \sqrt{n_i/\tilde{V}}$ . Ce gain en énergie est partiellement compensé par l'énergie élastique due à la déformation du réseau, d'où résulte une variation d'énergie totale  $\delta F$  qui est donnée par

$$\delta F \simeq \frac{1}{2}c_{66} \left( \frac{\xi}{\tilde{R}} \right)^2 + \frac{1}{2}c_{44} \left( \frac{\xi}{\tilde{L}} \right)^2 - f_i \xi \left( \frac{n_i}{\tilde{L}\tilde{R}^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.11)$$

La densité de vortex étant imposée par le champ extérieur, les distorsions de compression sont négligeables. Une minimisation de cette expression par rapport à  $\tilde{L}$  et  $\tilde{R}$  et le calcul de la valeur minimale  $-U_c/V_c$  de  $\delta F$  amènent aux solutions suivantes :

$$L_c = \frac{2c_{44}c_{66}\xi^2}{n_i f_i^2}, \quad R_c = \sqrt{\frac{c_{66}}{2c_{44}}} \quad L_c = \frac{\sqrt{2c_{44}c_{66}^3}\xi^2}{n_i f_i^2}, \quad U_c = \frac{1}{4}\xi^2 c_{66} \quad L_c = \frac{c_{44}c_{66}^2\xi^4}{2n_i f_i^2}. \quad (2.12)$$

Notons bien que  $L_c \gg R_c$ , ce qui confirme la vieille notion de paquet de vortex. Les formules (2.12) ne sont évidemment plus valables à très faible champ, où les vortex sont indépendants. On peut facilement calculer  $L_c$  et  $R_c$  dans cette limite, ainsi que dans la zone intermédiaire entre le piégeage individuel et le piégeage collectif. Sachant que nos mesures se limitent au régime du piégeage collectif, nous nous contenterons des équations (2.12).

La théorie de Larkin et Ovchinnikov fournit un calcul microscopique de la valeur du courant critique. Il suffit en fait d'insérer  $U_c$ ,  $V_c = L_c R_c^2$  et  $\xi$  dans l'équation (2.6) :

$$J_c = \frac{U_c}{\xi\omega V_c} = \frac{n_i^2 f_i^4}{8\omega\xi^3 c_{44}c_{66}^2}. \quad (2.13)$$

Cette expression permet de calculer la dépendance de  $J_c$  en  $\omega$  et  $T$  à partir des modules d'élasticité de Brandt [36]. Plus important encore, on peut calculer à partir des équations (2.5, 2.6) le paramètre de Labusch  $\alpha_L$  et la longueur de Campbell associée  $\lambda_C$  :

$$\alpha_L = \frac{4\pi U_c}{\xi^2 V_c}, \quad \lambda_C^2 = \frac{\omega^2}{2\pi\mu_0 c_{44}} L_c^2. \quad (2.14)$$

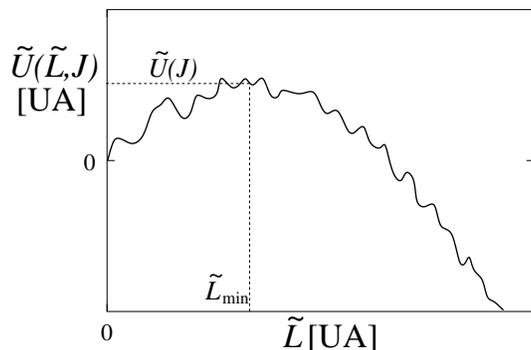
Une mesure de  $\lambda_C$  devient donc une mesure directe de la longueur de Larkin-Ovchinnikov  $L_c$  ; en plus, avec  $c_{44} \sim \omega^2/2\mu_0$ , on trouve  $\lambda_C \sim L_c$ .

### Barrières divergentes

Il est intéressant de noter que le verre de vortex, caractérisé par les lois d'échelle (2.10), est un vrai état supraconducteur avec une résistivité linéaire nulle,  $\rho(J) \rightarrow 0$  dans la limite  $J \rightarrow 0$ . Calculons la hauteur de la barrière qu'un paquet de vortex doit surmonter pour se déplacer en présence d'un courant appliqué  $J$  :

$$\tilde{U}(J, \tilde{L}) = \tilde{U}(0, \tilde{L}) - J\omega\tilde{V}\tilde{r} = U_c \left( \frac{\tilde{L}}{L_c} \right)^{\zeta_2} - J\omega V_c \xi \left( \frac{\tilde{L}}{L_c} \right)^{\zeta_1+3}. \quad (2.15)$$

Comme on voit à l'aide de la figure 11, où est présenté  $\tilde{U}(J, \tilde{L})$  en fonction de  $\tilde{L}$ , il n'y pas de déplacement des vortex à petite échelle, où la barrière formée par le potentiel (2.15) est efficace. Surmonter la barrière devient possible uniquement



**Figure 11.** Énergie en fonction de l'échelle  $\tilde{L}$  d'un segment de vortex en mouvement, en présence d'un courant  $J$  ;  $\tilde{L}$  joue aussi le rôle de longueur généralisée. Seuls les segments de longueur supérieure à  $\tilde{L}_{min}(J)$  peuvent fluer ; à leur mouvement s'oppose une barrière effective  $\tilde{U}(J)$ .

[Energy vs. length-scale  $\tilde{L}$  of the hopping vortex segment in the presence of an applied current  $J$ ;  $\tilde{L}$  plays the role of a generalized length. Only the vortex segments greater than  $\tilde{L}_{min}(J)$  can creep; their motion is opposed by an effective barrier  $\tilde{U}(J)$ .]

à partir d'une échelle minimale  $\tilde{L}_{min}$ , à savoir celle où l'expression (2.15) prend sa valeur extrême  $\tilde{U}(J, \tilde{L}_{min}) \equiv \tilde{U}(J)$ . La barrière  $\tilde{U}(J)$  qui en résulte est

$$\tilde{U}(J) \approx U_c \left( \frac{J_c}{J} \right)^{\mu_\zeta}, \quad \mu_\zeta = \frac{\zeta_2}{\zeta_1 - \zeta_2 + 3}. \quad (2.16)$$

On en déduit donc que la hauteur de la barrière à surmonter dépend du courant appliqué et diverge dans la limite  $J \rightarrow 0$ . La caractéristique courant-tension d'un verre de vortex est alors dominée par un terme de la forme<sup>2</sup>

$$E \propto \exp \left( \frac{U_c}{k_B T} \left( \frac{J_c}{J} \right)^{\mu_\zeta} \right). \quad (2.17)$$

Contrairement au modèle de Kim et Anderson, la résistivité disparaît dans la limite  $J \rightarrow 0$ . L'allure de la caractéristique courant-tension d'un verre est présentée dans le tableau 1.

### La réponse alternative

Une autre conséquence de la divergence des barrières à bas courant est le fait qu'à l'équilibre, les fluctuations du réseau de vortex à une échelle donnée se distribuent sur un nombre restreint d'états métastables voisins. C'est l'originalité de

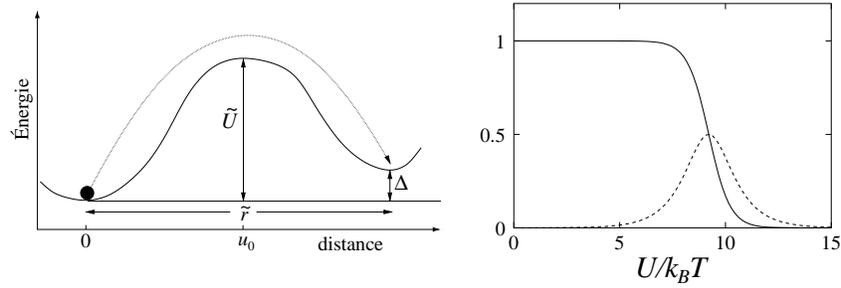
2. À notre connaissance, tous les auteurs écrivent simplement  $E = E_0 \exp(\dots)$ . Il nous semble cependant qu'il faudrait strictement écrire  $E = f_0 \omega r \exp(\dots)$ , avec  $r = \xi (J_c/J)^{\zeta_1 / (\zeta_1 - \zeta_2 + 3)}$ . De toute façon, à cause du facteur exponentiel, ce genre de raffinement n'a aucune importance. Pour tracer la courbe du tableau 1, nous avons utilisé la formule

$$E = \rho_f J \exp \left( - \frac{U_c}{k_B T} \left( \frac{J_c}{J} \right)^{\mu_\zeta} \right).$$

**Tableau 1.** Résumé des modèles de la réponse linéaire. Les spectres  $\lambda_{ac}(\Omega/\Omega_p)$  sont tous normalisés soit sur  $\lambda_C$ , soit sur  $L_S$ . Les caractéristiques courant-tension sont également en présentation réduite, c'est-à-dire  $U\omega d/\rho_f I_c$  en fonction de  $I/I_c$ . Toutes les courbes ont été tracées avec le même paramètre  $U_c/k_B T = 5$ . Les encadrés à l'intérieur des courbes  $U(I)$  sont des caractéristiques courant-tension à faible courant  $I = 0-0,12$  A. Le spectre de la réponse vitreuse a été tracé pour  $\beta_\zeta = 1$ .

[Summary of the models of linear response. Spectra  $\lambda_{ac}(\Omega/\Omega_p)$  are normalized either to  $\lambda_C$  or to  $L_S$ . The current-voltage characteristics are also in reduced units, *i.e.*  $U\omega d/\rho_f I_c$  vs.  $I/I_c$ . Insets of the  $U(I)$  plots are blowups of the low currents regime,  $I = 0-0.12$  A. Curves are plotted for  $U_c/k_B T = 5$ ;  $\beta_\zeta = 1$  in the glassy response.]

| Modèle   | Caractéristique $I-U$ | Spectre $\lambda_{ac}(\Omega/\Omega_p)$ |
|--|-----------------------|---|
| Gittleman et Rosenblum ;<br>Campbell<br><br>$U(I) = 0$ si $I < I_c$<br>$\lambda_{ac}^2 = \left( \frac{1}{\lambda_C^2} - \frac{2i}{\delta_f^2} \right)^{-1}$  |                       |   |
| Martinoli <i>et al.</i> ; Brandt ;<br>Coffey et Clem<br><br>$U(I) \propto e^{-U_0/k_B T} \sinh(JU_0/J_c k_B T)$<br>$\lambda_{ac}^2 = \left( \frac{1}{\lambda_C^2 + i\delta_f^2 e^{-U_0/k_B T}/2} - \frac{2i}{\delta_f^2} \right)^{-1}$ |                       |   |
| Koshelev et Vinokur ;<br>Fischer et Nattermann<br><br>$U(I) \propto e^{-(U_c/k_B T)(J_c/J)^{\mu_\zeta}}$<br>$\delta\lambda_{ac}^2(T) = \frac{\lambda_C^2 k_B T (\log(\Omega_p/\Omega) + i)}{U_c \log^{\beta_\zeta}(\Omega_p/\Omega)}$  |                       |   |
| Chen et Marchetti 2-modes, avec<br>conditions limites du chapitre 3<br><br>$\lambda_{ac} = \left( \frac{1}{L_S(1 + i\Omega_\eta/\Omega)} + \frac{1-i}{\mu_r \delta_f} \right)^{-1}$  |                       |   |
| chapitre 3<br><br>$U(I) \propto \rho_f (I - I_c)$<br>$\lambda_{ac} = \left( \frac{1}{L_S} + \frac{1-i}{\mu_r \delta_f} \right)^{-1}$   |                       |   |



**Figure 12.** À gauche un système à deux niveaux typique, à droite  $\Re[1/(1 - i\Omega\tau_{2n}(\tilde{U}))]$  (trait plein) et  $\Im[1/(1 - i\Omega\tau_{2n}(\tilde{U}))]$  (en tirets) en fonction de  $\tilde{U}/k_B T$  pour  $\Omega\tau_0 = 10^{-4}$ . [Left, a typical two-level system; right, distribution functions of the two-level model:  $\Re[1/(1 - i\Omega\tau_{2n}(\tilde{U}))]$  (solid line) and  $\Im[1/(1 - i\Omega\tau_{2n}(\tilde{U}))]$  (dashes) as function of the barrier amplitude  $\tilde{U}/k_B T$  for  $\Omega\tau_0 = 10^{-4}$ .]

l'approche de la réponse vitreuse par opposition au TAFF qui considère un potentiel périodique à nombre infini de vallées. Le modèle proposé par Koshelev et Vinokur [37] se limite aux fluctuations entre deux niveaux voisins. C'est le fameux modèle à deux niveaux introduit originellement pour traiter de la dynamique des verres minéraux ou organiques.

On considérera une collection de systèmes à deux niveaux, caractérisés par la hauteur  $\tilde{U}$  de la barrière d'énergie qui les sépare, la différence  $\Delta_{2n}$  en énergie entre eux, le volume  $\tilde{V}$  du système à deux niveaux et la distance  $r$  entre l'état stable et l'état métastable (Fig. 12, à gauche). Contrairement au TAFF de Coffey et Clem,  $\tilde{U}$  n'est pas une constante, mais une variable aléatoire distribuée sur toutes les échelles. À chaque niveau métastable on peut associer un temps de relaxation caractéristique  $\tau_{2n} = \tau_0 e^{\tilde{U}/k_B T}$  de retour à l'équilibre ;  $\tau_0 \sim 1/\Omega_p$  est un temps microscopique qui correspond à la fréquence  $f_0$  de la théorie de Kim et Anderson. Par conséquent, si on excite les vortex avec une fréquence donnée  $\Omega$ , il s'ajoute à la réponse  $jj$  à un niveau  $i\bar{i}$  — les oscillations des paquets de vortex au fond de leur puits de potentiel discuté au paragraphe 1.1 — une réponse résonnante qui provient des systèmes à deux niveaux dont le temps de relaxation correspond à la fréquence d'excitation,  $\tau_{2n} = 1/\Omega$ . Koshelev et Vinokur supposent que les contributions  $jj$  à un niveau  $i\bar{i}$  et  $jj$  à deux niveaux  $i\bar{i}$  sont indépendantes, et qu'on obtient la réponse du système en faisant la somme des résistivités qu'on déduit de chaque mécanisme.

La résistivité  $jj$  un niveau  $i\bar{i}$  étant discutée au paragraphe 1.1, nous estimons dans la suite la correction  $jj$  deux niveaux  $i\bar{i}$  en représentant les oscillations d'un paquet de vortex entre deux niveaux métastables comme le mouvement d'une bille (voir Fig. 12 à gauche). À  $T = 0$ , la position d'équilibre du paquet est  $u_0 = 0$ . À température finie, il a une probabilité non nulle de se trouver dans l'état métastable en ayant franchit la barrière, de sorte que sa position moyenne est

$$u_0 = \frac{1}{e^{\Delta_{2n}/k_B T} + 1} \tilde{r}. \quad (2.18)$$

Un faible courant  $J$  modifie légèrement la différence entre les deux niveaux, qui devient  $\Delta_{2n} \pm J\omega\tilde{V}\tilde{r}$  dans le cadre du modèle à une dimension de Koshelev et Vinokur (où le signe  $(-)$  s'applique dans la direction favorisée par le courant). La position moyenne du paquet est alors également modifiée par une petite distance  $u$ , qui au premier ordre est donnée par

$$u = \frac{\tilde{V}\tilde{r}^2\omega J}{k_B T \cosh^2(\Delta_{2n}/2k_B T)}. \quad (2.19)$$

Nous tenons compte du temps de relaxation fini  $\tau_{2n} = \tau_0 e^{\tilde{U}/k_B T}$  du paquet en ajoutant le facteur habituel  $1/(1 - i\Omega\tau_{2n})$ , et moyennons sur tous les systèmes à deux niveaux dans l'échantillon à l'aide d'une intégration pondérée par la fonction de distribution des barrières d'énergie. La réponse alternative  $\ddot{\imath}\ddot{\imath}$  à deux niveaux  $\dot{\imath}\dot{\imath}$  qui en résulte s'exprime en termes d'une correction complexe  $(-i\Omega\omega)(u/J)$  à la résistivité de la réponse  $\ddot{\imath}\ddot{\imath}$  un niveau  $\dot{\imath}\dot{\imath}$  (2.5) :

$$\varrho_{ac} = \varrho' - i\Omega\mathcal{L} = \varrho_f \frac{1}{1 + i\Omega_p/\Omega} - \frac{i\Omega\omega^2}{k_B T} \int_0^\infty d\tilde{U} \zeta_{2n}(\tilde{U}) \frac{1 + i\Omega\tau_0 e^{\tilde{U}/k_B T}}{1 + \Omega^2\tau_0^2 e^{2\tilde{U}/k_B T}}. \quad (2.20)$$

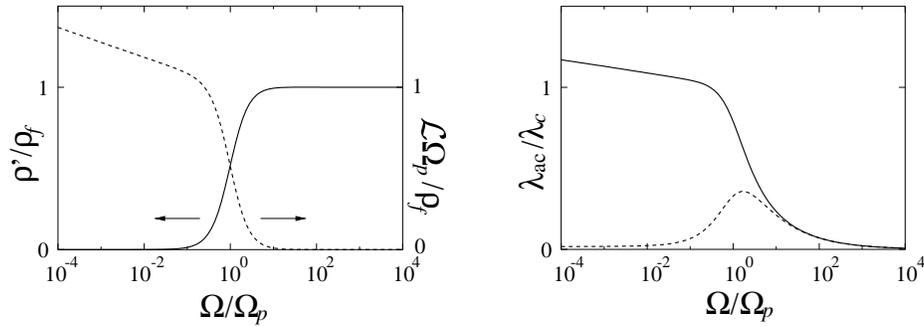
Nous avons réuni  $\cosh(\Delta_{2n}/2k_B T)$ ,  $\tilde{V}$  et  $\tilde{r}^2$  ainsi que la fonction de distribution des barrières d'énergie dans une seule  $\ddot{\imath}\ddot{\imath}$  fonction de distribution renormalisée  $\dot{\imath}\dot{\imath}$   $\zeta_{2n}(\tilde{U})$ . Suivant les lois d'échelle (2.10), Koshelev et Vinokur estiment que  $\zeta_{2n}(\tilde{U})$  suit une loi de puissance de la forme  $\zeta_{2n}(\tilde{U}) = f(T, \omega, L_c)\tilde{U}^{-\beta_\zeta}$  ( $0 < \beta_\zeta \lesssim 1$ ).

La dépendance en  $\Omega$  du facteur de  $\zeta_{2n}$  sous l'intégrale de l'équation (2.20) est présentée sur la figure 12 (à droite). La partie imaginaire est un pic de hauteur  $1/2$  et de largeur  $k_B T$ , situé à  $U_\Omega = k_B T \log(1/\Omega\tau_0)$ . On peut admettre que  $\zeta_{2n}$  ne varie pas beaucoup dans la région de ce pic et approcher ce dernier par  $k_B T \delta(\tilde{U} - U_\Omega)$  ; vu la faible précision de ce calcul, on néglige ici et dans la suite tous les facteurs numériques. De même, la partie réelle du facteur peut être approchée par la fonction de Heaviside  $\Theta(U_\Omega - \tilde{U})$ . On obtient donc finalement pour la réponse linéaire<sup>3</sup> :

$$\lambda_{ac}^2 = \frac{i\varrho_{ac}}{\mu_0\Omega} = \left( \frac{1}{\lambda_C^2} - \frac{2i}{\delta_f^2} \right)^{-1} + \lambda_{2n}^2 \left[ \log^{1-\beta_\zeta} \left( \frac{1}{\Omega\tau_0} \right) + i \log^{-\beta_\zeta} \left( \frac{1}{\Omega\tau_0} \right) \right]. \quad (2.21)$$

3. L'équation (2.21) perd évidemment sa validité si  $\Omega$  devient comparable ou supérieur à  $1/\tau_0$ . Il convient donc d'ajouter un facteur d'interpolation de façon à rétablir le résultat habituel à haute fréquence. Dans la figure 13, nous avons fait les approximations  $\lambda_{2n}^2 \sim \lambda_C^2 k_B T / U_c$  et  $\tau_0 \sim 1/\Omega_p$ , et utilisé la formule

$$\lambda_{ac}^2 = \frac{i\varrho_{ac}}{\mu_0\Omega} = \left( \frac{1}{\lambda_C^2} - \frac{2i}{\delta_f^2} \right)^{-1} + \frac{\lambda_C^2 k_B T}{(1 + \Omega^2/\Omega_p^2)U_c} \left[ \log^{1-\beta_\zeta} \left( \frac{\Omega_p}{\Omega} \right) + i \log^{-\beta_\zeta} \left( \frac{\Omega_p}{\Omega} \right) \right].$$



**Figure 13.** Mêmes graphes que dans la figure 9, pour la dynamique de Koselev et Vinokur (Éq. (2.21) avec  $U_c/k_B T = 25$  et  $\beta_\zeta = 1/3$ ) [37].

[Same plots as in Figure 9, for the glassy dynamics of Koselev and Vinokur [37] (Eq. (2.21) with  $U_c/k_B T = 25$  and  $\beta_\zeta = 1/3$ ).]

L'amplitude  $\lambda_{2n}$  de la contribution des fluctuations à deux niveaux fait intervenir le calcul détaillé de  $\zeta_{2n}$  ; Koselev et Vinokur estiment que  $\lambda_{2n}$  est de l'ordre de  $\lambda_C \sqrt{k_B T/U_c}$ .

L'équation (2.21) est illustrée sur la figure 13. Les transitions entre états métastables introduisent une dépendance logarithmique dans la réponse alternative à basse fréquence. L'effet le plus dramatique porte sur les pertes (c'est-à-dire  $\lambda''$ ), qui persistent encore à très basse fréquence. Il reste une divergence à  $\Omega \rightarrow 0$ , qui est cependant logarithmique et donc beaucoup plus faible que celle du modèle de TAFF. Elle traduit le fait que la résistance continue  $R(I)$  d'un échantillon supraconducteur dans l'état mixte vitreux disparaît au premier ordre dans la limite  $I \rightarrow 0$ , mais n'est jamais strictement égale à zéro. Cette dépendance logarithmique a également été trouvée, dans un calcul très similaire, par Fischer et Nattermann [38].

### Le verre de Bragg

Les travaux théoriques récents de Giamarchi et Le Doussal [39] ont montré qu'un désordre modéré peut préserver les principaux aspects structuraux du cristal de vortex, c'est-à-dire l'existence de pics de Bragg et la possibilité d'une fusion du premier ordre. Dans cette phase, l'aspect vitreux se manifeste principalement sur les propriétés de transport, courant critique et dynamique vitreuse ; cependant il n'y a pas encore, à notre connaissance, de théorie de la réponse linéaire du verre de Bragg. En l'absence d'élément permettant d'anticiper la forme du spectre de fréquence du verre de Bragg ancré, nous ne considérerons pas cette phase dans la suite.

### 1.4. La transition vitreuse

Les deux façons de traiter de l'activation thermique, c'est-à-dire le dépiégeage thermique discuté au paragraphe 1.2 et la réponse linéaire  $\ddot{\iota}\dot{\iota}$  vitreuse  $\dot{\iota}\dot{\iota}$  détaillée au paragraphe 1.3 semblent être en contradiction. Cependant, on pense aujourd'hui que les deux mécanismes ont leur régime d'applicabilité. Comme on a vu au paragraphe 1 du chapitre 5, le diagramme de phase des supraconducteurs à haute température critique comporte une ligne de transition  $B_g(T)$  qui sépare une phase dite  $\ddot{\iota}\dot{\iota}$  vitreuse  $\dot{\iota}\dot{\iota}$ , où les modèles applicables sont ceux résumés au paragraphe 1.3, d'une phase dite  $\ddot{\iota}\dot{\iota}$  liquide  $\dot{\iota}\dot{\iota}$ , où les vortex sont thermiquement dépiégés et gouvernés par le modèle de Coffey et Clem.

Bien qu'il s'agisse d'un cas un peu pathologique, nous allons brièvement discuter les prédictions pour la réponse linéaire à la transition ; problème largement exploré expérimentalement. Par analogie avec les verres de spin, Fisher *et al.* [40] attribuent un paramètre d'ordre au verre de vortex ainsi qu'une longueur de corrélation qui diverge suivant une loi de puissance  $\xi_g = \xi_0 |1 - T/T_g|^{-\nu_g}$ , où  $\nu_g$  est un exposant critique caractéristique et  $\xi_0$  une constante. Le temps de relaxation de ce paramètre d'ordre diverge également suivant  $\tau_g(T) = \tau_g(0) |1 - T/T_g|^{-z\nu_g}$ , où  $z$  est un deuxième paramètre critique et  $\tau_g(0)$  une autre constante. De cet *ansatz*, Fisher *et al.* [40] déduisent une loi d'échelle pour la résistivité complexe :

$$\varrho_{ac}(\Omega) = \frac{\xi_g}{\xi_0} \mathcal{E}_{\pm}(\Omega\tau_g), \quad (2.22)$$

où  $\mathcal{E}_{\pm}$  sont des fonctions universelles (une au-dessous de  $T_g$ , l'autre au-dessus). Ces relations ne permettent pas d'établir le spectre en fréquence complet, mais font néanmoins quelques prédictions fortes :

- à  $T_g$ , le module de la résistivité complexe  $|\varrho_{ac}|$  diverge comme  $\Omega^{(z-1)/z}$  ;
- à  $T_g$ , la phase  $\arg(\varrho_{ac})$  est indépendante de la fréquence et égale à  $(z-1)\pi/2z$  ;
- les dépendances précédentes s'observent dès les basse fréquences à la transition et au-delà d'une fréquence caractéristique  $\tau_g^{-1}$  de part et d'autre de la transition.

Il faut cependant bien souligner que l'équation (2.22) n'est pas un vrai modèle de la dynamique des vortex. En particulier, Fisher *et al.* supposent d'une manière *ad hoc* une électrodynamique à un mode.

D'un point de vue pratique, il ne faut pas confondre la loi d'échelle (2.22), qui prend en compte l'effet des fluctuations sur la résistivité ac avec celle qu'on pourrait dériver, dans un modèle de champ moyen, pour l'impédance complexe  $Z_{ac}(\Omega)$  en présence d'effet de peau ; les fonctions  $\mathcal{E}_{\pm}$  résultant alors respectivement de l'effet de peau normal et d'un effet de fréquence de piégeage en dessous de la transition. Par exemple, à 1 dimension, la non prise en compte de l'effet de peau peut donner l'illusion d'une loi d'échelle avec  $z = 2$ .

### 1.5. L'ancrage fort par des pièges dilués

Ong et Wu ont considéré la réponse alternative pour une densité de centres de piégeage très inférieure à la densité de vortex [41]. Une petite fraction des vortex est fortement piégée et transmet la force d'ancrage aux vortex voisins *via* la rigidité élastique du réseau. Pour simplifier, Ong et Wu se bornent au cas bidimensionnel où les vortex, infiniment rigides, resteraient toujours droits ; dans ce cas, seuls les cisaillements du réseau sont autorisés, et la réponse linéaire est contrôlée par le module de cisaillement  $c_{66}$ . Ce modèle vise à exploiter la réponse linéaire comme une technique de mesure de  $c_{66}$ , dans le but de mettre en évidence une éventuelle discontinuité à la fusion du réseau de vortex.

L'idée originale du modèle de Ong et Wu est d'inclure explicitement, dans le calcul des interactions élastiques à longue portée, l'écrantage par friction visqueuse qui domine au delà d'une fréquence caractéristique  $\Omega_{66}$ . Dans la limite des très hautes fréquences,  $\Omega \gg \Omega_{66}$ , la portée des forces d'ancrage est finalement limitée à la petite fraction des vortex directement piégés, et le reste du réseau s'écoule comme un liquide (flux flow idéal). Nous détaillons ce mécanisme ci-dessous.

Ong et Wu associent un vecteur bidimensionnel à chaque vortex (noté ci-dessous par une lettre minuscule grasse) dont les composantes présentent les coordonnées du vortex en multiples des vecteurs élémentaires du réseau hexagonal. Ils écrivent l'équation de force suivante pour un vortex situé sur le site  $\mathbf{l}$  :

$$\eta \dot{\mathbf{u}}_{\mathbf{l}} + \sum_{\mathbf{l}'} \mathbf{D}_{\mathbf{l},\mathbf{l}'} \cdot \mathbf{u}_{\mathbf{l}'} + K \sum_{\mathbf{i}} \mathbf{u}_{\mathbf{i}} \delta_{\mathbf{l},\mathbf{i}} = \varphi_0 \mathbf{J} \times \boldsymbol{\nu}. \quad (2.23)$$

La somme sur  $\mathbf{i}$  porte uniquement sur les vortex piégés, qui sont séparés par une distance typique  $R_p$ . Selon les auteurs,  $R_p$  est de l'ordre de  $10a_0$ . La densité  $n_p = (a_0/R_p)^2 n_V$  des vortex piégés est donc environ 100 fois plus petite que la densité  $n_V$  des vortex. Le deuxième terme du membre de gauche décrit la transmission de la force de piégeage aux vortex non-piégés. Le troisième terme est la force de piégeage exercée sur les vortex piégés ; il est paramétré par une constante phénoménologique  $K$ .

La solution de l'équation (2.23) se ramène à celle du modèle phénoménologique discuté au paragraphe 1.1. À basse fréquence, la constante de force  $\alpha_p = \alpha_p(0) = Kn_p \omega / n_V \varphi_0$  dépend simplement de la moyenne de  $K$  sur tous les vortex, et ne dépend ni de la fréquence, ni de  $c_{66}$ . On retombe sur la constatation que le régime quasistatique seul ne permet pas de déterminer la nature de l'ancrage. Comme la transmission de l'ancrage est moins efficace à plus haute fréquence,  $\alpha_p$  a en général une dépendance en fréquence, que Ong et Wu déduisent de l'équation (2.23) :

$$\alpha_p(\Omega) = \frac{\alpha_p(0)}{1 + K \sum_{\mathbf{j}} G(\mathbf{R}_{\mathbf{j}}, \Omega)}, \quad KG(\mathbf{R}, \Omega) = g \int_0^Q dq \frac{q J_0(q|\mathbf{R}|)}{q^2 - i \frac{4\pi\Omega}{R_p^2 \Omega_{66}}} \quad (2.24)$$

où  $G$  est le  $\mathbf{j}\mathbf{j}$  propagateur  $i,i$  dans une approximation bidimensionnelle.  $J_0$  est la fonction de Bessel de l'ordre zéro, et  $Q$  est un vecteur d'onde de coupure. La somme sur  $\mathbf{j}$  porte uniquement sur les vortex piégés. Ong et Wu introduisent,

à côté de la fréquence de piégeage habituelle  $K/\eta$  pondérée par la fraction de vortex piégés, une seconde fréquence caractéristique  $\Omega_{66}$ , qui est la fréquence limite au-delà de laquelle la force d'ancrage transmise par les vortex piégés est tellement atténuée que sa portée est inférieure à la distance  $R_p$  entre les pièges :

$$\Omega_p = \frac{K n_p}{n_V \eta}, \quad \Omega_{66} = \frac{4\pi c_{66} n_p}{\eta n_V}, \quad g \equiv \frac{\Omega_p}{\Omega_{66}} = \frac{K}{4\pi c_{66}}. \quad (2.25)$$

Le rapport  $g$  des deux fréquences est indépendant de la densité de pièges. Il y a donc dans le modèle de Ong et Wu deux effets en compétition : le dépiégeage apparent du modèle de Gittleman et Rosenblum, qui survient quand la force de friction des vortex devient plus important que la force de rappel moyenne ; et le dépiégeage dû à une sorte de découplage des vortex non-piégés de la force de piégeage qui a lieu au-dessus de  $\Omega_{66}$ . On voit donc toute suite l'intérêt de considérer le régime d'ancrage individuel fort, pour que  $\Omega_p \gg \Omega_{66}$  et qu'on puisse observer le régime de fréquences intermédiaires  $\Omega \gtrsim \Omega_{66}$  où les prédictions du modèle de Ong et Wu sont non triviales. Dans le cas contraire ( $\Omega_{66} \gg \Omega_p$ ,  $g \ll 1$ ) les effets de  $\Omega_{66}$  seraient noyés dans le régime haute fréquence du modèle de Gittleman et Rosenblum ; on vérifie d'ailleurs facilement que la limite  $g \rightarrow 0$  de l'équation (2.24) amène directement au modèle de Gittleman et Rosenblum.

L'expression générale de la réponse linéaire du modèle de Ong et Wu,

$$\lambda_{ac}^2 = \frac{i \varrho_{ac}}{\mu_0 \Omega} = \lambda_f^2 \left( 1 - \frac{i \Omega_p}{\Omega} \frac{1}{1 + K \sum_j G(\mathbf{R}_j, \Omega)} \right)^{-1}. \quad (2.26)$$

doit être évaluée numériquement. Selon les ordres de grandeur donnés par Ong et Wu, c'est-à-dire  $\Omega_{66} \sim 20$  MHz,  $\Omega_p \sim 1$  MHz pour un cristal  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  au-dessous de la ligne de fusion ( $B_0 = 1$  T,  $T = 89$  K), le paramètre  $g$  n'est pas complètement négligeable, mais reste petit devant 1, ce qui permet un développement de  $\varrho_{ac}$  en  $G = G' + iG''$  :

$$\frac{\varrho'}{\varrho_f} = \frac{\Omega \Omega_p \alpha_L \sum_j G''(\mathbf{R}_j, \Omega) + \Omega^2}{\Omega_p^2 + \Omega^2} \approx \frac{\Omega \pi^2 R_{max}^2}{2 \Omega_{66} R_p^2}. \quad (2.27)$$

La dernière étape de ce calcul est un développement linéaire en  $\Omega$  qui est valable si  $\Omega \ll \Omega_p$  à l'exception des très basses fréquences, où l'expression (2.24) de  $G$  diverge logarithmiquement. Comme il s'avère que  $G''$  tend vers  $g\pi/2K$  dans la limite  $|\mathbf{R}| \rightarrow 0$ , alors que  $G'$  s'annule dans la limite  $|\mathbf{R}| \rightarrow 0$ , on peut faire l'approximation  $K \sum_j G''(\mathbf{R}_j, \Omega) \approx g\pi R_{max}^2/R_p^2$ , si on note  $R_{max}$  la longueur séparant ces deux limites. Nous avons cependant ne pas avoir entièrement suivi ce raisonnement, car nous trouvons en fait  $R_{max}^2 = R_p^2 \Omega_{66}/4\pi\Omega$  et donc une valeur constante (indépendante de  $\Omega$ ) pour  $\varrho'$ . Mais en acceptant le résultat de Ong et Wu, nous admettons que la signature principale de leur modèle est une *dépendance linéaire*  $\varrho' \propto \Omega$  à basse fréquence, qui domine le terme quadratique ( $\varrho' \propto \Omega^2$ ) de Gittleman et Rosenblum.

## 2. Les modèles à deux modes

Comme nous le verrons dans la suite, la prise en compte explicite de la tension de ligne du réseau de vortex fait intervenir un deuxième mode électrodynamique, qui est évanescence et de courte portée, mais néanmoins très important pour la réponse alternative. Les modèles en question ont pour point commun de négliger les forces d'ancrage en volume, de sorte que les propriétés du réseau de vortex sont toutes intrinsèques (élasticité, viscosité, etc.), ce qui permet de faire une description thermodynamique de l'état mixte. Ils sont inspirés soit de la physique des milieux visco-élastiques (polymères), soit de l'analogie avec les vortex dans l'hélium superfluide en rotation [42] ; de sorte qu'on pourrait également les qualifier de modèles hydrodynamiques  $\lambda_L$ . Notre propre description de l'état mixte tombe dans cette catégorie, et sera détaillée au chapitre 3 ; pour cette raison, nous nous limitons ici à une brève description des principes de base des modèles existants.

### 2.1. Le modèle hydrodynamique

Dans la géométrie standard d'un demi-espace infini  $z < 0$  avec  $\boldsymbol{\omega} \parallel \hat{z}$  et  $\mathbf{B} = B_0 \hat{z} + b_0 \hat{x} e^{-i\Omega t}$ , Sonin *et al.* considèrent le bilan de force suivant :

$$\varphi_0 \mathbf{J} \times \hat{z} + a_0^2 c_{44}^* \frac{\partial \boldsymbol{\nu}}{\partial z} = \eta \mathbf{v}_L, \quad (2.28)$$

où, rappelons le,  $\boldsymbol{\nu} = \partial \mathbf{u} / \partial z$  et  $\mathbf{v}_L = \partial \mathbf{u} / \partial t$ . Notons que le bilan (2.28) ne fait intervenir aucun mécanisme de piégeage et néglige les forces de cisaillement. Par contre, il fait intervenir un module de torsion effectif  $c_{44}^* = c_{44} - \omega^2 / 2\mu_0$ , proportionnel à la tension de ligne des vortex ( $a_0^2 c_{44}^*$  par unité de longueur).

Nous retrouverons une écriture comparable à l'équation (2.28) dans le cadre de notre description de l'état mixte au paragraphe 3.2 du chapitre 3, et nous montrerons qu'elle conduit à une électrodynamique à deux modes. Le premier mode est le mode flux flow  $\lambda_f$  ; le deuxième mode a une très faible profondeur de pénétration  $\lambda_V$ , réelle et indépendante de la fréquence :

$$\lambda_V = \bar{\lambda} \sqrt{\frac{c_{44}^*}{c_{44}^* + \omega^2 / \mu_0}} \gtrsim a_0. \quad (2.29)$$

L'existence d'un deuxième mode implique une indétermination sur la réponse alternative qui sera levée par l'écriture d'une condition limite supplémentaire à la surface. Sonin *et al.* l'écrivent sous la forme générale  $u_x + l\nu_x = 0$ , où  $l$  est une constante réelle,  $\lambda_L$  longueur phénoménologique de l'ancrage en surface  $\lambda_L$ . Ils considèrent en particulier deux cas limites  $l = \infty$  et  $l = 0$  ; le premier correspond à un échantillon idéal avec une surface parfaitement lisse ( $\nu_x = 0$ ), dont la réponse est donnée par (1.21), alors que le second décrit littéralement l'ancrage total des vortex à la surface ( $u = 0$ ). Nous reportons la discussion du cas général au paragraphe 4.2 du chapitre 3.

## 2.2. La réponse visco-élastique

Chen et Marchetti se sont largement inspirés de la physique des polymères afin de faire une description théorique du liquide de vortex dans les supraconducteurs à haute température critique, où on prédit que les vortex forment un liquide de vortex désordonné et enchevêtré comme du spaghetti. Comme les vortex peuvent difficilement se croiser à cause de la force répulsive entre eux, ce liquide est très visqueux. L'idée s'impose alors de tenter une description à partir de l'équation de Navier-Stokes<sup>4</sup> :

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} + \nabla \mathcal{P} = \eta_s \nabla^2 \mathbf{v} + \eta_b \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}), \quad (2.30)$$

où  $\eta_s$  et  $\eta_b$  sont les viscosités de cisaillement et de volume. L'application de cette équation aux vortex nécessite quelques aménagements : on néglige les termes inertiels ( $\propto \rho$ ) ; on tient compte de l'anisotropie de l'état mixte en introduisant un tenseur de viscosité ; on ajoute le terme de friction visqueuse avec le réseau cristallin  $\omega \eta \mathbf{v}_L / \varphi_0$  ; et on remplace la force  $\nabla \mathcal{P}$  par la force de Lorentz (1.13).

Dans la géométrie du demi-espace  $z < 0$  avec  $\boldsymbol{\omega} \parallel \hat{\mathbf{z}}$  qui nous intéresse, l'équation (2.30) se simplifie :

$$n_V \eta v_L + \tilde{\eta}(\Omega) \frac{\partial^2 v_L}{\partial z^2} - \omega J = 0, \quad \tilde{\eta}(\Omega) = \frac{\tilde{\eta}(0)}{1 - i\Omega \tilde{\eta}(0) / \tilde{c}_{44}}. \quad (2.31)$$

La visco-élasticité  $\tilde{\eta}$  apparaît dans la dépendance en fréquence du coefficient  $\tilde{\eta}$ , qui tient compte de la rigidité à la torsion  $\tilde{c}_{44}$  : à basse fréquence,  $\tilde{\eta}(\Omega) = \tilde{\eta}(0) = \text{const}$ , les mécanismes diffusifs responsables de la viscosité  $\eta(0)$ , ont le temps d'opérer et la réponse est celle d'un fluide anisotrope visqueux ; en revanche, à haute fréquence, l'enchevêtrement est comme figé, et les effets élastiques dominent avec  $\tilde{\eta}(\Omega) = -\tilde{c}_{44}/i\Omega$ . L'interpolation (2.31) de  $\tilde{\eta}(\Omega)$  apparaît donc comme une réconciliation assez plausible de ces deux cas limites ; c'est d'ailleurs une expression classique pour les polymères [43].

Constatons qu'à haute fréquence, on a  $\tilde{\eta}(\Omega) \partial^2 v_L / \partial z^2 = \tilde{c}_{44} \partial v / \partial z$  et l'équation (2.31) devient formellement analogue à l'équation (2.28) du modèle hydrodynamique. En fait, l'équation (2.31) découle directement du bilan de force (2.28) de Sonin *et al.* en ajoutant arbitrairement une dépendance en fréquence au module  $c_{44}^*$  :

$$c_{44}^* \rightarrow \frac{\tilde{c}_{44}}{1 + i\Omega \tilde{\eta} / \Omega}, \quad \Omega_\eta = \frac{\tilde{c}_{44}}{\tilde{\eta}(0)}. \quad (2.32)$$

L'aspect visqueux  $\tilde{\eta}$  de l'approche visco-élastique  $\tilde{\eta}$  de Chen et Marchetti apparaît donc simplement comme un amollissement du module de torsion à faible fréquence, à la manière du TAFF dans la constante élastique  $\alpha_L$  de l'équation (2.9). La conséquence directe de l'analogie des équations (2.28, 2.31), est que Chen et Marchetti trouvent exactement les mêmes deux modes électrodynamiques que Sonin *et al.*, compte tenu de (2.32).

4. Bien que les notations soient similaires, les viscosités  $\eta_b$ ,  $\eta_s$  ne sont évidemment pas de la même nature que le paramètre de friction  $\eta$ .

L'analogie formelle décrite ci-dessus cache cependant des différences importantes entre les deux modèles. L'une d'elles concerne le module d'élasticité : Chen et Marchetti définissent celui-ci comme la différence  $\tilde{c}_{44} = c_{44} - c_{44}^L$  entre le module de torsion  $c_{44}$  du réseau de vortex et le module  $c_{44}^L$  du liquide de vortex ;  $\tilde{c}_{44}$  n'est donc pas identique à  $c_{44}^*$  qui existe dans tout l'état mixte. Dans l'esprit des auteurs, il s'agit de décrire la dynamique des vortex au voisinage de la ligne de fusion du réseau de vortex, et  $\tilde{c}_{44}$  s'annule à la transition de manière à assurer, avec  $\tilde{\eta}(0) \rightarrow \infty$ , la continuité avec la description classique de Coffey et Clem (en ajoutant bien sûr le terme de Labusch).

Selon l'équation (2.32), le résultat de Chen et Marchetti est caractérisé par deux régimes de fréquence différents : une réponse élastique à haute fréquence, et une réponse visqueuse à basse fréquence. Le changement de régime a lieu à la fréquence  $\Omega_\eta$ , qui représente le poids relatif de la force visqueuse par rapport à la force élastique. Les deux modes de Chen et Marchetti se distinguent de ceux de Sonin *et al.* par des préfacteurs qui à haute fréquence sont égaux à 1 :

$$\lambda_1 = \frac{1 - i\Omega\tilde{\eta}(\Omega)\mu_0/\omega^2}{1 + \mu_0\tilde{c}_{44}/\omega^2} \lambda_f \approx \lambda_f, \quad \lambda_2 = \frac{1 + \omega^2/\mu_0\tilde{c}_{44}}{1 - \omega^2/i\tilde{\eta}(\Omega)\Omega\mu_0} \lambda_V \approx \frac{-i\tilde{\eta}(\Omega)}{\tilde{c}_{44}} \lambda_V. \quad (2.33)$$

Comme  $|\tilde{\eta}(\Omega)\Omega| \lesssim \tilde{c}_{44} \ll c_{44} \sim \omega^2/\mu_0$ , le premier mode est seulement très légèrement modifié, alors que  $\lambda_2$  est essentiellement supprimé par un facteur  $-i\tilde{\eta}(\Omega)\Omega/\tilde{c}_{44}$  par rapport à  $\lambda_V$ . En fait, on montre facilement que la déviation relative  $(\lambda_1 - \lambda_f)/\lambda_f$  du premier mode par rapport au mode flux flow est toujours inférieure ou de l'ordre de  $\mu_0\tilde{c}_{44}/\omega^2 \ll 1$ , quelle que soit la valeur de  $\tilde{\eta}(0)$ .

Il reste à discuter la condition limite pour les vortex, qui détermine les poids des deux modes. Chen et Marchetti prennent quelque peu arbitrairement la densité de vortex constante à la surface ( $\delta n_V(0) = 0$ ). Ça revient à écrire  $\partial u/\partial z = 0$  à la surface, ou, dans la géométrie considérée ici,  $\nu_x = 0$  à la surface, ce qui n'est rien d'autre que la condition limite pour une surface idéale de Sonin *et al.* Il n'est donc pas étonnant que le résultat final donné par Chen et Marchetti soit le même que la réponse idéale de Sonin *et al.*, à l'exception du préfacteur qui modifie  $\lambda_f$  très légèrement à faible fréquence. En fait, dans la mesure où  $\tilde{c}_{44} \ll c_{44}$ , on trouve  $\lambda_{ac} = \lambda_f$  à mieux que 1 % près pour toute la gamme de fréquences, quelle que soit la valeur de  $\tilde{\eta}(0)$ .

On pourrait penser appliquer les conditions aux limites quasistatiques de Sonin *et al.*, qui s'apparentent, à un facteur fréquence près, aux conditions de glissement ( $v_L + b\partial v_L/\partial z = 0$ ) observées dans la dynamique du mouillage des polymères [44]. On retrouverait alors une expression formellement identique à celle du chapitre 3 avec une dépendance en fréquence additionnelle dans la profondeur d'ancrage de surface,  $L_S \propto 1/c_{44}^* \propto 1 + i\Omega_\eta/\Omega$ . L'effet sur le spectre serait analogue à celui du TAFF dans la réponse du réseau ancré en volume du paragraphe 1.2, c'est-à-dire l'apparition d'un troisième régime basse fréquence, où  $\lambda_{ac}$  diverge (*cf.* Tab. 1). Aux températures pas trop élevées,  $\Omega_\eta \ll \Omega_p$ , l'introduction de la viscosité de vortex n'altère pas l'allure du spectre autour de la fréquence de piégeage  $\Omega_p$ .

## Un modèle hydrodynamique de la réponse linéaire

---

Dans ce chapitre, nous présentons la théorie de la réponse linéaire de l'état mixte que nous avons utilisée pour l'interprétation de nos mesures. Elle repose sur une théorie hydrodynamique de l'état mixte due à Mathieu et Simon [8], qui est l'analogie pour les supraconducteurs de la théorie de Bekarevich et Khalatnikov [45] des superfluides en rotation. Ses ingrédients de base sont une expression phénoménologique de l'énergie libre d'un réseau de vortex et une stricte application des principes de la thermodynamique et des lois de conservation [8, 46].

### 1. Thermodynamique de l'état mixte

#### 1.1. L'énergie libre

Reprenons l'expression de l'énergie libre de Ginzburg-Landau (1.1). Avec  $\tau \sim \hbar/\Delta \sim 10^{-11}$  s, les effets de relaxation sont négligeables aux fréquences typiques de la réponse linéaire et on peut supposer que le paramètre d'ordre conserve sa structure d'équilibre, avec une carte  $n_s(\mathbf{r})$  donnée par les équations de Ginzburg-Landau (Éqs. (1.3, 1.4)). Il s'ensuit une forme simplifiée de l'identité thermodynamique :

$$dF = -S dT + \mu_e dN - \frac{m}{e} \mathbf{j}_s \cdot d\mathbf{v}_s + \epsilon_0 \mathbf{e} \cdot d\mathbf{e} + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{b} \cdot d\mathbf{b}. \quad (3.1)$$

Les minuscules, employées ici, signalent la nature  $\llcorner\llcorner$  microscopique  $\llcorner\llcorner$  des courants  $\mathbf{j}_s$  et du champ magnétique  $\mathbf{b}$  associés à la structure des vortex.

Dans le passage à la moyenne macroscopique on ne peut pas simplement substituer aux variables microscopiques les grandeurs  $\llcorner\llcorner$  macroscopiques  $\llcorner\llcorner$   $\mathbf{J}_s$ ,  $\mathbf{B}$ , etc. moyennées à l'échelle de la distance intervortex (voir paragraphe 2.4, Chap. 1). Ce faisant, on sous-estimerait les termes quadratiques comme les énergies cinétique et magnétique, simplement parce que la moyenne d'un carré est toujours supérieure au carré de la moyenne. Suivant la méthode introduite par Bekarevich et Khalatnikov, ce problème est réglé par l'ajout d'un terme correctif proportionnel à la densité de vortex, ou correction de cellule. On en déduit l'expression de l'énergie

libre proposée par Mathieu et Simon [8] :

$$dF = -S dT + \mu_e dN - \frac{m}{e} \mathbf{J}_s \cdot d\mathbf{V}_s + \epsilon_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{E} + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{B} + \varepsilon \cdot d\omega. \quad (3.2)$$

Toutes les grandeurs de l'équation (3.2) sont des grandeurs moyennées, même celles qui ne concernent pas directement la structure du réseau de vortex (température, entropie, potentiel chimique, etc.) pour lesquelles nous n'avons pas introduit de nouveaux symboles. Soulignons que  $\omega$  et  $\mathbf{B}$  sont ici traités comme deux variables indépendantes, comme le suggère d'ailleurs l'équation de London macroscopique (1.12),

$$\mathbf{B} - \frac{m}{e} \nabla \times \mathbf{V}_s = \omega, \quad (3.3)$$

qui spécifie que  $\omega$  peut différer de  $\mathbf{B}$  en présence d'un courant. La variable conjuguée de  $\omega$ , notée  $\varepsilon$ , joue le rôle d'un  $\mu$  potentiel de vortex  $\mu$ . Il lui correspond l'énergie de ligne ( $\varphi_0 \varepsilon$  par unité de longueur de vortex).

Notons que la réduction de l'état mixte à une seule variable  $\omega$  revient à négliger les différences entre réseau triangulaire et réseau carré, et plus généralement l'énergie de cisaillement  $c_{66}$ . En revanche, les modules de compression  $c_{11}$  et de torsion  $c_{44}$  sont implicitement bien présents dans l'équation (3.2).

## 1.2. L'équilibre thermodynamique

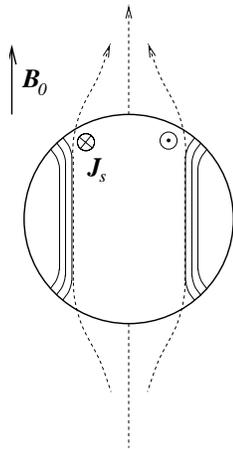
Les conditions d'équilibre sont obtenues en minimisant l'enthalpie libre magnétique. Deux d'entre elles sont classiques (absence de gradient de température et de potentiel électro-chimique), les deux autres sont spécifiques aux réseaux de vortex :

$$\mathbf{J}_s + \nabla \times \varepsilon = 0, \quad (3.4)$$

$$\mathbf{n} \times \varepsilon = 0. \quad (3.5)$$

La condition (3.4) est un élément essentiel de notre théorie : elle stipule qu'un réseau de vortex répond à un courant macroscopique, qu'il soit diamagnétique ou de transport, en adaptant sa courbure locale. Alternativement, on peut regarder la quantité  $\mathbf{C} = \mathbf{J}_s + \nabla \times \varepsilon$  comme le courant local aux cœurs des vortex, qui est la somme du courant moyen et du courant auto-induit par la courbure des vortex ; vue de la sorte, la condition d'équilibre (3.4) traduit simplement l'absence de courant aux cœurs à l'équilibre ( $\mathbf{C} = 0$ ), conformément à l'image naïve d'un cœur normal.

La condition (3.5) exige simplement que le potentiel de vortex soit toujours perpendiculaire à la surface de l'échantillon (caractérisée par la normale extérieure  $\mathbf{n}$ ) ; elle est la conséquence du fait que les courants microscopiques circulant autour des vortex ne peuvent pas sortir de l'échantillon. Dans un supraconducteur isotrope,  $\mathbf{J}_s \parallel \mathbf{V}_s$  et  $\varepsilon \parallel \omega$ , de sorte que la condition (3.5) impose que les vortex arrivent



**Figure 14.** Lignes de vortex (traits pleins) et lignes du champ (tirets) à l'équilibre.

[Equilibrium spatial distribution of vortex lines (solid lines) and field lines (dashed lines) in a sphere.]

eux-mêmes perpendiculairement à la surface, ce qui est cohérent avec la condition limite de Ginzburg et Landau pour le paramètre d'ordre,  $\partial\psi/\partial\mathbf{n} = 0$  [1].

Une belle illustration des conditions (3.4, 3.5) est l'équilibre de l'état mixte dans une sphère parfaite (Fig. 14) : dans le volume de la sphère, il n'y a pas de courant, de sorte que  $\boldsymbol{\omega}$  est partout égal au champ  $\mathbf{B}$ . En revanche, à la surface il circule un courant qui écrante partiellement le champ appliqué et permet — conformément à l'équation de London macroscopique (3.3) — aux lignes de vortex de se courber en un sens opposé à celui des lignes du champ magnétique afin d'arriver à angle droit à la surface. L'aimantation globale  $\mathcal{M}$  de la sphère à l'équilibre thermodynamique se calcule à partir de la définition même de l'aimantation :

$$\mathcal{M} = \frac{1}{2} \int \mathbf{r} \times \mathbf{J}_s d^3\mathbf{r} = - \int \boldsymbol{\varepsilon} d^3\mathbf{r} + \oint \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{n}) d^2\mathbf{r} = \int -\boldsymbol{\varepsilon} d^3\mathbf{r}. \quad (3.6)$$

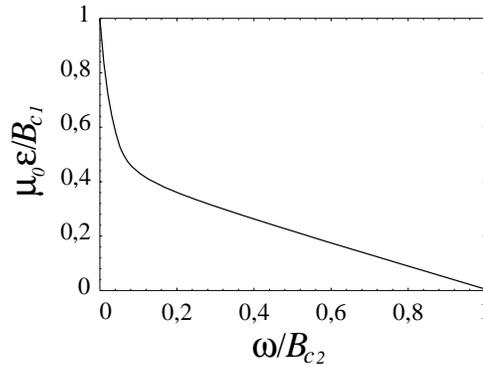
Nous voyons donc que  $-\boldsymbol{\varepsilon}$  apparaît dans (3.6) comme une densité locale d'aimantation  $\mathbf{M}$ , mais cette notion n'est pas très physique puisque l'aimantation de la sphère est assurée par des courants superficiels. Elle ne peut être interprétée comme une intensité d'aimantation locale, et l'état mixte n'est pas assimilable à un milieu magnétique. Ceci dit, une mesure d'aimantation réversible de l'état mixte donne accès à  $\boldsymbol{\varepsilon}(B_0)$ , ce qui permet d'établir expérimentalement l'équation d'état de l'état mixte  $\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\omega})$  à l'aide de la relation implicite

$$-M = \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\omega} = B_0/\mu_0 + M). \quad (3.7)$$

De la même manière on peut, à l'aide de  $\boldsymbol{\omega}$  et  $\boldsymbol{\varepsilon}$ , définir une perméabilité de l'état mixte  $\mu$  (cf. Fig. 3 à droite),

$$\mu = \mu_0 \frac{\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega} + \mu_0 \boldsymbol{\varepsilon}}. \quad (3.8)$$

Il n'y a pas d'expression générale pour  $\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\omega})$ , mais des expressions analytiques approchées valables dans certaines limites. À fort champ, on peut utiliser le résultat



**Figure 15.** Allure de  $\varepsilon(\omega)$  dans  $\text{Pb}_{0,83}\text{In}_{0,17}$  à  $T = 1,8$  K ( $\kappa = 4,4$ ) d'après Vasseur *et al.* [23].  
[ $\varepsilon(\omega)$  vs. vortex density for  $\kappa = 4.4$  [23)].]

d'Abrikosov :

$$\mu_0 \varepsilon = \frac{B_{c2} - \omega}{1,16(2\kappa_2^2 - 1) + 1} \quad (B_{c2} - \omega \ll B_{c2}). \quad (3.9)$$

À faible champ,  $\varepsilon(\omega)$  tend vers une limite constante correspondant à des vortex isolés (sans interaction). Pour une variation  $d\omega$  de la densité de vortex, l'énergie totale (par unité de volume) augmente, selon l'équation (1.8), de  $(\varepsilon_l/\varphi_0) d\omega = (B_{c1}/\mu_0) d\omega$ . Cette variation comprend d'une part l'énergie contenue dans le champ magnétique  $(\omega/\mu_0) d\omega$  (rappelons que  $\omega = B$  pour un réseau uniforme), et d'autre part l'énergie de ligne  $\varepsilon d\omega$ . D'où on déduit que

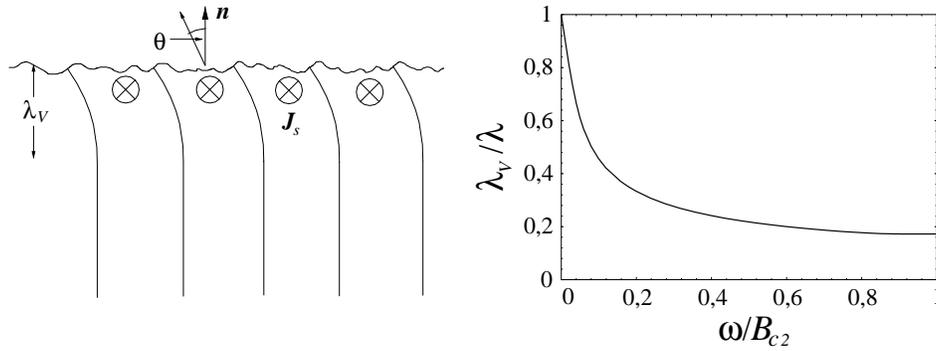
$$\mu_0 \varepsilon = B_{c1} - \omega \quad (\omega \ll B_{c1}). \quad (3.10)$$

Pour les champs intermédiaires, on doit avoir recours au calcul numérique. De tels calculs ont été effectués par Vasseur *et al.* [23], en bon accord avec des mesures dans  $\text{Pb}_{0,82}\text{In}_{0,18}$ . L'allure générale de la fonction  $\varepsilon(\omega)$  obtenue est présentée sur la figure 15.

## 2. Les états métastables

### 2.1. Interprétation du courant critique

Examinons brièvement les conditions d'existence d'un courant critique dans le cadre de notre modèle [46, 47]. La condition d'équilibre (3.5) est une condition limite locale ; elle est valable pour une surface idéale, infiniment lisse à l'échelle de  $\xi$ . Cette condition est difficile à réaliser en pratique à cause de la corrugation naturelle des surfaces des échantillons, à l'exception peut-être des matériaux clivables. Comme le suggère la figure 16 (à gauche), la rugosité peut en principe permettre au réseau de vortex de faire un angle  $\theta$  avec la normale à la surface moyenne tout en respectant localement la condition d'équilibre (3.5). Il faut donc généraliser la condition (3.5) et admettre que  $\varepsilon$  peut faire un petit angle  $|\theta| \leq \theta_c$  avec la normale extérieure  $\mathbf{n}$ , où  $\theta_c$  est un angle limite ou angle critique. On déduit



**Figure 16.** À gauche un mécanisme simple d’ancrage : la rugosité de la surface permet aux vortex de se courber sur une pellicule de surface  $\lambda_V$ , tout en respectant la condition d’équilibre locale  $\mathbf{v} \times \mathbf{n} = 0$ . À droite  $\lambda_V$  en fonction de  $\omega$  pour du  $\text{Pb}_{0,82}\text{In}_{0,18}$  à  $T = 1,84$  K ( $\kappa = 4,4$ ).

[Left, the surface roughness allows for vortex bending within a surface sheath  $\lambda_V$ , while preserving the local equilibrium condition  $\mathbf{v} \times \mathbf{n} = 0$ . Right,  $\lambda_V(\omega)$  for  $\kappa = 4.4$ .]

immédiatement l’existence d’un courant non-dissipatif avec une valeur maximale égale à

$$I_c = \int_{\mathcal{C}} J_s d^2r = \left| \int_{\mathcal{C}} \nabla \times \boldsymbol{\varepsilon} d^2r \right| = \oint_{\partial\mathcal{C}} \boldsymbol{\varepsilon} dr \approx 2w\varepsilon \sin \theta_c \equiv 2wK_c, \quad (3.11)$$

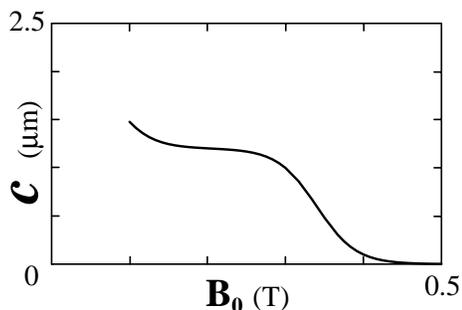
où  $\mathcal{C}$  est la section de l’échantillon et  $\partial\mathcal{C}$  le périmètre. On suppose généralement que les distorsions de surface ne sont pas trop importantes ( $\theta_c \ll 1$ ) de sorte que la valeur de  $\boldsymbol{\varepsilon}$  à la surface ne diffère pas trop de celle du volume (approximation du premier ordre) ; on a aussi négligé dans cette expression la contribution des bords parallèles au champ appliqué qui reste modeste tant que  $d \ll w$ . Selon l’équation (3.11), un courant sous-critique est transporté par la surface. La capacité de transport d’une surface est caractérisée par sa densité de courant critique  $K_c = \varepsilon \sin \theta_c$  (courant par unité de longueur).

Comme on le voit sur la figure 16, le courant induit une distorsion du réseau de vortex à la surface, qui décroît sur la longueur de guérison  $\lambda_V$ . Celle-ci se calcule à partir de l’équation de London (3.3), de la condition (3.4) et de l’équation d’état  $\boldsymbol{\varepsilon}(\omega)$ . Pour un milieu isotrope :

$$\lambda_V = \bar{\lambda} \sqrt{\frac{\mu_0 \boldsymbol{\varepsilon}}{\omega + \mu_0 \boldsymbol{\varepsilon}}}. \quad (3.12)$$

On verra plus loin que cette longueur joue un rôle important pour la réponse alternative de l’état mixte. Sa dépendance en champ magnétique est présentée sur la figure 16 (à droite).  $\lambda_V$  est une longueur très petite de l’ordre de la distance intervortex  $a_0$ , qui décroît de  $\lambda$  à  $\omega = 0$  jusqu’à  $\xi/\sqrt{2}$  à  $\omega = B_{c2}$ .

Quand on applique un courant surcritique  $I > I_c$ , une partie  $I_c$  de ce courant circule toujours en surface, alors que le reste se répartit uniformément dans le



**Figure 17.** Longueur de corrélation spatiale des fluctuations de surface tirée du bruit de flux-flow dans PbIn [48].

[Correlation length of surface-current fluctuations, deduced from flux-flow noise measurements in PbIn [48].]

volume. Par conséquent, une partie  $EsI_c$  de la dissipation totale  $EsI = Es(I - I_c) + EsI_c$  est localisée à la surface et produit un effet Joule de surface  $\dot{\mathcal{L}}$  qui a bien été démontré expérimentalement [46], et dont nous montrerons l'origine physique au paragraphe 3.1.

## 2.2. Distribution statistique du courant de surface

Le modèle simple du courant critique que nous venons de résumer est basé sur l'existence d'un angle moyen entre les vortex et la normale extérieure. En réalité, la corrugation naturelle des surfaces à un caractère aléatoire, et l'orientation  $\theta(\mathbf{r})$  des vortex à la surface obéit à une distribution statistique. Il s'ensuit une distribution spatiale elle-même aléatoire du courant de surface  $K(\mathbf{r}) = \varepsilon \sin \theta(\mathbf{r})$ . Celle-ci devient spatio-temporelle quand le réseau de vortex est en mouvement et est responsable d'un bruit basse fréquence (0–10 kHz) dit bruit de flux-flow  $\dot{\mathcal{L}}$  [11, 48, 49].

Historiquement le bruit de flux-flow a été d'abord vu sur la tension aux bornes de l'échantillon ; il était alors faussement interprété comme un bruit de grenaille de paquets de vortex. Cette interprétation s'est vu nettement réfutée dans des expériences récentes [11, 48, 49] combinant bruit de tension et bruit de champ. L'analyse du bruit de champ à la surface du supraconducteur et de ses corrélations spatiales a permis de localiser en surface les sources de bruit de courant et d'établir leur absence de cohérence spatiale. Ceci est confirmé par les corrélations entre bruits de champ et bruits de tension qui établissent que les fluctuations du courant critique total, responsables du bruit de tension, sont fortement réduites par effet statistique. Le facteur de réduction permet de définir la longueur de corrélation spatiale de  $K(\mathbf{r}, t)$ ,  $C \sim 0,1-3 \mu\text{m}$  (*cf.* Fig. 17).

Il serait tentant d'assimiler la longueur de corrélation des fluctuations mesurées en flux-flow à une longueur de Larkin-Ovchinnikov de surface, qui résulterait d'un compromis entre l'énergie élastique et le désordre (voir paragraphe 1.3, Chap. 2). En fait il s'avère que les mécanismes en jeu à l'équilibre et en flux flow sont assez différents. En particulier on peut montrer par un simple argument d'échelle que, en statique, la longueur de Larkin-Ovchinnikov d'un système élastique 3D en présence de désordre faible de surface est infinie. Le fait qu'on observe une longueur de corrélation finie en régime dynamique est vraisemblablement une conséquence des mécanismes dissipatifs en jeu comme les instabilités élastiques au gré

des décrochements de vortex à la surface, qui se reproduisent avec une fréquence d'horloge moyenne  $v_L/a_0$ , où  $a_0$  est la périodicité du réseau [11]. Un tel mécanisme s'apparente au *slip stick* proposé pour le frottement solide dynamique [50]. La forte irréversibilité associée est responsable d'une dissipation superficielle proportionnelle au taux de répétition des instabilités, c'est-à-dire  $v_L/a_0$ , contrairement à la dissipation par friction visqueuse dans la masse qui est  $\propto v_L^2$  ; c'est l'effet Joule de surface  $\zeta_s$  correspondant à la fraction  $EsI_c$  de la puissance totale dissipée  $EsI$ . Il y a fort à penser que ces instabilités, très localisées à la surface, effacent la mémoire des irrégularités de surface pour la masse.

Quoi qu'il en soit, restant dans le cadre strict de la réponse linéaire, on peut ignorer ces distorsions statiques aléatoires et raisonner à partir d'un état d'équilibre moyen ayant la forme d'un réseau d'Abrikosov uniforme.

### 3. Les équations de transport

Avant d'étudier la réponse alternative, il convient de discuter plus en détail les processus dissipatifs dans l'état mixte dans le cadre de notre modèle. Cette discussion nous permettra d'établir les équations de transport que nous utilisons pour la réponse linéaire (voir Hocquet *et al.* [46]). En particulier, la description quantitative de l'effet Joule de surface nous aidera à mieux justifier notre choix de la condition limite pour les vortex.

#### 3.1. L'effet Joule dans l'état mixte

Suivant les règles de la thermodynamique réversible, un système thermodynamique perturbé se décrit en termes de flux et d'affinités associées aux variables thermodynamiques du système. La réponse du système est décrite par des relations linéaires à l'aide d'un jeu de coefficients phénoménologiques. On part habituellement des lois de conservation de l'énergie et de production d'entropie :

$$\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J}_{\mathcal{U}} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \frac{\mathbf{Q}}{T} \right) = \frac{R_{diss}}{T}, \quad (3.13)$$

où  $\mathcal{U}$  est la densité d'énergie et  $\mathbf{J}_{\mathcal{U}}$  le flux de l'énergie, alors que  $\mathbf{Q}$  est le flux de chaleur et  $\mathbf{Q}/T$  donc le flux d'entropie. On peut facilement déduire la fonction de dissipation  $R_{diss}$  et le flux d'énergie  $\mathbf{J}_{\mathcal{U}}$  de l'énergie libre (3.2) [46] :

$$R_{diss} = - \left( \frac{\mathbf{Q}}{T} \right) \cdot \nabla T + \mathbf{J}_n \cdot \left( \mathbf{E} + \frac{\nabla \mu_e}{e} \right) - \boldsymbol{\varphi} \cdot (\mathbf{J}_s + \nabla \times \boldsymbol{\varepsilon}), \quad (3.14)$$

$$\mathbf{J}_{\mathcal{U}} = \mathbf{Q} - \frac{\mu_e}{e} \mathbf{J} + \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B} + \boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\varphi}. \quad (3.15)$$

Mis à part les termes classiques comme par exemple la dissipation ohmique et le vecteur de Poynting, il apparaît dans ces équations un terme qui décrit la dissipation due aux vortex et fait notamment intervenir le champ de force  $\boldsymbol{\varphi}$ , qui est le

flux associé à l'affinité  $\mathbf{J}_s + \nabla \times \boldsymbol{\varepsilon}$  :

$$\boldsymbol{\varphi} = -\mathbf{E} - \frac{1}{e} \nabla \mu_e - \frac{m}{e} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{V}_s ; \quad (3.16)$$

c'est l'analogie de la force de friction mutuelle dans les superfluides en rotation. Notons aussi le bilan de chaleur, qui prend la forme

$$T \frac{\partial}{\partial t} S + \nabla \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{J}_n \cdot (\mathbf{E} + \frac{1}{e} \nabla \mu_e) - \boldsymbol{\varphi} \cdot (\mathbf{J}_s + \nabla \times \boldsymbol{\varepsilon}). \quad (3.17)$$

Avant d'établir les relations décrivant la réponse du système à une perturbation, il convient de revenir brièvement sur l'effet Joule de surface. Puisque l'énergie est conservée, le flux d'énergie  $\mathbf{J}_U \cdot \mathbf{n}$  qui arrive à la surface de l'échantillon est égal au flux  $\mathbf{J}'_U$  qui entre dans le bain d'hélium dans lequel l'échantillon se trouve. Or, le vecteur de Poynting est continu à travers la surface à cause de la continuité des champs électromagnétiques, et  $\mathbf{J} \cdot \mathbf{n} = 0$ . D'où on obtient le bilan suivant :

$$\mathbf{J}'_U \cdot \mathbf{n} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n} + (\boldsymbol{\varepsilon} \times \boldsymbol{\varphi}) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{n} - (\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{n}) \cdot \boldsymbol{\varphi}. \quad (3.18)$$

$\mathbf{Q} \cdot \mathbf{n}$  est simplement la chaleur provenant des sources de dissipation (3.17) dans le volume de l'échantillon. La deuxième contribution  $-(\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{n}) \cdot \boldsymbol{\varphi} \simeq K_c E$  vient de la surface ; c'est ce que nous appelons l'effet Joule de surface.

### 3.2. Les équations de transport

Dans une première approximation, on peut supposer que chaque flux dépend uniquement de son affinité associée, par exemple  $\mathbf{J}_n = \sigma_{nf} (\mathbf{E} + \nabla \mu_e / e)$ , et négliger les termes croisés. Dans un milieu isotrope, et en l'absence de l'effet Hall, la relation entre  $\boldsymbol{\varphi}$  et  $\mathbf{J}_s + \nabla \times \boldsymbol{\varepsilon}$  est nécessairement de la forme [46]

$$\boldsymbol{\varphi} = -\beta_V \boldsymbol{\omega} (\boldsymbol{\nu} \times [\mathbf{J}_s + \nabla \times \boldsymbol{\varepsilon}]) \times \boldsymbol{\nu}. \quad (3.19)$$

Le coefficient de réponse  $\beta_V$  joue ici le même rôle que le coefficient de friction mutuelle dans les superfluides. Il décrit la dissipation liée à un vortex hors d'équilibre.

En prenant le rotationnel de l'équation (3.19), on retrouve, à l'aide de la définition de  $\boldsymbol{\varphi}$  (3.16) et de l'équation de London (3.3), la loi de conservation locale du nombre de vortex,

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + \nabla \times (\mathbf{v}_L \times \boldsymbol{\omega}) = 0, \quad (3.20)$$

où nous avons défini la vitesse de ligne  $\mathbf{v}_L$  par

$$\mathbf{v}_L = -\beta_V \boldsymbol{\nu} \times (\mathbf{J}_s + \nabla \times \boldsymbol{\varepsilon}). \quad (3.21)$$

Cette expression de  $\mathbf{v}_L$  permet de récrire l'expression (3.19) de  $\boldsymbol{\varphi}$  sous une forme plus commode,

$$\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{v}_L \times \boldsymbol{\omega}, \quad (3.22)$$

et on retrouve ainsi la relation de Josephson en régime continu à l'aide de l'équation (3.16),

$$\mathbf{E} + \frac{1}{e} \nabla \mu_e = \mathbf{v}_L \times \boldsymbol{\omega}. \quad (3.23)$$

D'ailleurs, on découvre aussi le bilan de force (2.28) proposé par Sonin *et al.* [19] :

$$\eta \mathbf{v}_L = \frac{\varphi_0}{\beta_V} \mathbf{v}_L = \varphi_0 \mathbf{J}_s \times \boldsymbol{\nu} + \varphi_0 (\nabla \times \boldsymbol{\varepsilon}) \times \boldsymbol{\nu}, \quad (3.24)$$

et on voit que la tension de ligne  $\varepsilon$  est directement liée au module de torsion  $c_{44}^* = \omega \varepsilon$  de Sonin *et al.* Comme notre calcul de la réponse linéaire est essentiellement basé sur l'équation (3.21), il n'est pas étonnant que le résultat de Sonin soit compris dans le nôtre.

Notons qu'il intervient uniquement la partie supraconductrice  $J_s$  du courant. Une inclusion d'une partie du courant normal  $J_n$  est en principe possible, si on admet une relation croisée entre le flux  $\mathbf{J}_n$  et l'affinité  $\mathbf{J}_s + \nabla \times \boldsymbol{\varepsilon}$ . Cependant, si on inclut tout le courant normal, on tombe sur des résultats absurdes ; ce point est discuté en détail par Plaçais *et al.* [9]. Nous ne retenons dans la suite que le courant supraconducteur  $\mathbf{J}_s$ .

### 3.3. La relation de dispersion de l'état mixte

Pour ce qui est du calcul de la réponse linéaire, il suffit d'ajouter à la relation (3.21) la loi d'induction, la loi d'Ampère<sup>1</sup> et l'équation de London (3.3) pour obtenir un système complet d'équations qui détermine les propriétés électrodynamiques de l'état mixte :

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (3.25)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} = \mu_0 (\mathbf{J}_s + \sigma_{nf} \mathbf{E}), \quad (3.26)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{B} + \mu_0 \nabla \times (\bar{\lambda}^2 \mathbf{J}_s), \quad (3.27)$$

$$\mathbf{v}_L = -\beta_V \boldsymbol{\nu} \times (\mathbf{J}_s + \nabla \times \boldsymbol{\varepsilon}). \quad (3.28)$$

Dans le cas spécifique d'un demi-espace supraconducteur infini  $z < 0$  dans l'état mixte avec  $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{\mathbf{z}} = \omega \hat{\mathbf{z}}$  qui est soumis à un champ magnétique alternatif  $b_0 \hat{\mathbf{x}} e^{-i\Omega t}$ , il convient de les linéariser et de chercher une solution de la forme

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= E \hat{\mathbf{y}} e^{i(kz - \Omega t)}, & \mathbf{J}_s &= J_s \hat{\mathbf{y}} e^{i(kz - \Omega t)}, \\ \mathbf{B} &= B_0 \hat{\mathbf{z}} + B \hat{\mathbf{x}} e^{i(kz - \Omega t)}, & \boldsymbol{\nu} &= \hat{\mathbf{z}} + \nu \hat{\mathbf{x}} e^{i(kz - \Omega t)}. \end{aligned}$$

Ici et dans la suite de ce chapitre, on note  $B \hat{\mathbf{x}}$  et  $\nu \hat{\mathbf{x}}$  les perturbations par rapport aux valeurs d'équilibre  $\mathbf{B}_0$  et  $\hat{\mathbf{z}}$  ( $B \ll |\mathbf{B}|$ ,  $\nu \ll 1$ ) ; cette notation est peu usuelle,

1. Dans la gamme de fréquence considérée dans ce travail, le courant de déplacement est toujours négligeable.

mais simplifie les formules. Comme  $v_L = (\Omega/k)\nu$  en régime linéaire, on obtient alors :

$$ikE = i\Omega B, \quad ikB = \mu_0(J_s + \sigma_{nf}E), \quad (3.29)$$

$$\omega\nu = B + ik\mu_0\bar{\lambda}^2 J_s, \quad \frac{\Omega}{k}\nu = \beta_V(J_s + ik\varepsilon). \quad (3.30)$$

Si on récrit ce jeu d'équations sous forme matricielle pour le vecteur  $(E, B, J_s, \nu)$ , et qu'on cherche ensuite les valeurs de  $k$  qui annulent le déterminant de la matrice, on trouve ainsi des solutions non-triviales. Plus précisément, on obtient une relation de dispersion en  $k^4$ ,

$$\lambda_V^2 k^4 + (1 - i\Omega\mu_0\sigma_{nf}\lambda_V^2 - i\Omega\tau_V)k^2 - i\Omega\mu\sigma_f - \Omega^2\mu_0\sigma_{nf}\tau_V = 0 \quad (3.31)$$

$$\text{avec } \varrho_f = \left(\sigma_{nf} + \frac{1}{\beta_V\omega}\right)^{-1}, \quad \Omega\tau_V = \frac{\Omega\lambda_V^2}{\beta_V\varepsilon} = \frac{2\bar{\lambda}^2}{\delta_f^2} - \frac{2\bar{\lambda}^2}{\delta_{nf}^2}. \quad (3.32)$$

Ici,  $\tau_V$  est un temps microscopique qui est de l'ordre du temps de relaxation du paramètre d'ordre et dépend notamment de la pureté du matériau [9].  $\Omega\tau_V$  est de l'ordre de  $\lambda^2/\delta_f^2$ , ce qui veut dire que tous les termes en  $\Omega\tau_V$  sont négligeables jusqu'à au moins 10 GHz (avec  $\bar{\lambda} \approx 0,1 \mu\text{m}$  et  $\varrho_f \sim 10 \mu\Omega\text{cm}$ ).

Dans la limite  $\lambda_V \lesssim \bar{\lambda} \ll \delta_f$  l'équation de dispersion (3.31) a les deux solutions physiques suivantes :

$$\lambda_1 = \frac{1}{ik_1} = \lambda_f = \frac{\delta_f}{2}(1+i) = \sqrt{\frac{i\varrho_f}{\mu\Omega}}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{ik_2} = \lambda_V. \quad (3.33)$$

Comme Sonin *et al.* et Chen et Marchetti nous retrouvons donc, mis à part le mode *flux flow*, un deuxième mode  $\text{ii}$  hydrodynamique  $\text{ii}$  qui est lié à la tension de ligne des vortex. L'existence de deux modes électrodynamiques est le résultat de la distinction que nous faisons entre les lignes de champ magnétique et les lignes de vortex. En fait, les deux modes sont déjà suggérés par l'équation de London macroscopique (3.3). Le premier mode  $\lambda_f$  correspond à une situation où  $\nabla \times \mathbf{V}_s \simeq 0$ , de sorte que  $\delta\boldsymbol{\omega} \simeq \delta\mathbf{B}$ . Le deuxième mode  $\lambda_V$  implique de forts courants, mais ne modifie que peu la carte du champ magnétique ; c'est le cas où  $\delta\mathbf{B} \simeq 0$  et  $\delta\boldsymbol{\omega} \simeq -\frac{n}{e}\nabla \times \mathbf{V}_s$ .

## 4. La condition limite pour les vortex

Dans un milieu à deux modes électrodynamiques, un champ qui pénètre dans un demi-espace infini est une superposition linéaire des deux modes :

$$B(z, t) = B_1(z, t) + B_2(z, t) = b_0\beta_1 e^{i(k_1 z - \Omega t)} + b_0\beta_2 e^{i(k_2 z - \Omega t)}. \quad (3.34)$$

Les poids  $\beta_1, \beta_2$  des modes restent à déterminer à l'aide des conditions limites à la surface de l'échantillon. Le champ magnétique étant continu à la surface, on a évidemment  $\beta_1 + \beta_2 = 1$ . Il nous faut cependant une deuxième condition, qui sera fournie par la façon dont les vortex arrivent à la surface.

#### 4.1. La réponse idéale

Si l'échantillon est parfaitement lisse même à l'échelle de la distance intervortex, alors la deuxième condition limite est simplement  $\nu(0) = 0$ , où  $\nu(0)$  se calcule en éliminant  $J_s$  entre les équations (3.29, 3.30). Avec les approximations usuelles, on obtient ( $i = 1, 2$ ) :

$$\frac{u_i}{\lambda_i} = \nu_i = \beta_i \frac{b_0}{\omega} \left(1 - \frac{\bar{\lambda}^2}{\lambda_i^2}\right) e^{z/\lambda_i}, \quad (3.35)$$

$$\nu(0) = \beta_1 \nu_1(0) + \beta_2 \nu_2(0) = \frac{b_0}{\omega} \left(\beta_1 - \beta_2 \frac{\omega}{\mu_0 \varepsilon}\right). \quad (3.36)$$

La condition  $\nu(0) = 0$  détermine les poids  $\beta_1, \beta_2$  d'une manière unique et permet d'écrire la réponse d'un demi-espace infini et parfaitement lisse :

$$\lambda_{ac} = \beta_1 \lambda_f + \beta_2 \lambda_V = \frac{\mu}{\mu_0} \lambda_f + \left(1 - \frac{\mu}{\mu_0}\right) \lambda_V \approx \frac{\mu}{\mu_0} \lambda_f. \quad (3.37)$$

La dernière approximation est toujours valable en ce qui concerne notre dispositif expérimental, dont la résolution ne permet pas de mesurer une profondeur de pénétration de  $\lambda_V \sim a_0$ . Nous retrouvons donc le résultat (1.21) que nous avons déjà écrit au paragraphe 4.2 du chapitre 1. L'équation (3.37) tient non seulement compte du diamagnétisme de l'état mixte, mais en fournit aussi une interprétation physique. Il s'agit d'un écrantage supplémentaire qui est effectué par le deuxième mode et localisé très près de la surface (*cf.* Fig. 19).

#### 4.2. La condition limite à une surface rugueuse

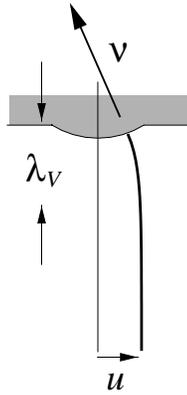
Pour déterminer complètement la réponse linéaire d'un échantillon réel, il nous faut écrire une condition limite plus générale pour les vortex.

Considérons d'abord un vortex isolé qui se termine sur une aspérité à la surface (Fig. 18). À l'équilibre, l'angle entre le vortex et la normale extérieure à la surface est égal à zéro, mais si on écarte le vortex d'une distance  $u$  de sa position d'équilibre, il en résulte un angle  $\nu$  avec la surface moyenne, fonction de  $u$ , qui au premier ordre se linéarise sous la forme :

$$\nu(0) = -\frac{u(0)}{l}, \quad (3.38)$$

où  $l$  est simplement le rayon de courbure de l'aspérité et ne dépend donc pas de la fréquence de la perturbation.

S'agissant de l'état mixte, cette image est un peu simpliste. D'une part, la rugosité de la surface ne se résume pas à des aspérités, mais est plutôt caractérisée par un spectre continu qui s'étend sur une large gamme de fréquences spatiales, qui vont de l'échelle atomique aux échelles optiques. D'autre part, la figure 18 néglige complètement les interactions entre les vortex, qui restreignent le mouvement d'un vortex individuel et impliquent des distorsions collectives du réseau



**Figure 18.** Illustration de la condition limite.

[Geometrical interpretation of the boundary condition.]

à la surface. Il en va de même pour la réponse linéaire, et la longueur  $l$  de la condition limite (3.38) doit être regardée comme un paramètre phénoménologique de l'ancrage en surface  $l_i$ . En principe la loi  $l(\omega, T)$  doit ressortir d'un calcul plus microscopique mettant en jeu les propriétés statistiques et spectrales de la rugosité ainsi que la réponse élastique du réseau dans la masse, mais un tel calcul sort du cadre de cette revue.

On peut aussi aborder la condition limite sous l'angle de l'effet Joule de surface. Comme nous l'avons déjà dit, cet effet est dû à des instabilités élastiques des vortex lorsqu'ils glissent le long de la surface rugueuse en régime de flux flow. Or, ces instabilités ne peuvent certainement pas avoir lieu en régime linéaire, où on considère les oscillations réversibles des vortex autour de leur position d'équilibre. On en déduit qu'il n'y a pas d'effet Joule de surface en régime linéaire. Vu les équations (3.18, 3.22), ceci est équivalent à :

$$\frac{1}{2} \Re\{(\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{n}) \cdot \boldsymbol{\varphi}^*\} = \frac{\varepsilon\omega}{2} \Re\{\nu v_L^*\} = \frac{\Omega\varepsilon\omega}{2} \Im\{\nu u^*\} = 0, \quad (3.39)$$

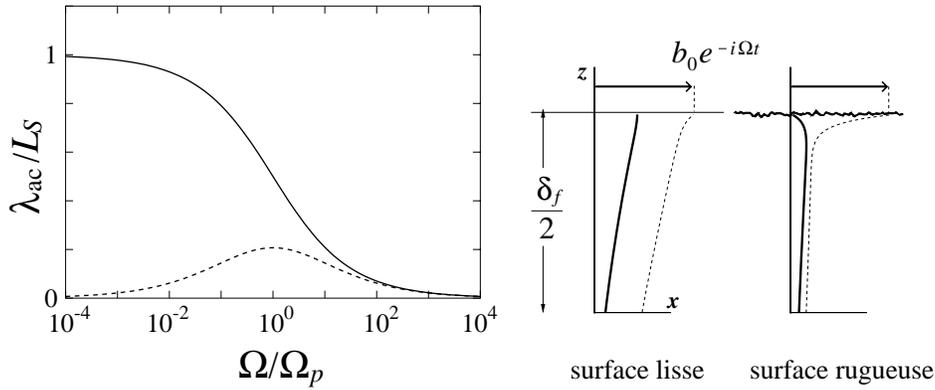
où l'étoile signifie le complexe conjugué. Il en découle donc que  $u$  et  $\nu$  sont en phase, et donc que  $u$  est une fonction réelle de  $\nu$ . Notre relation linéaire (3.38) est un cas particulier convenant aux faibles déplacements autour de l'équilibre.

## 5. La réponse linéaire alternative

### 5.1. Calcul de la réponse alternative

Pour appliquer notre condition limite, il nous faut exprimer le déplacement  $u(0)$  des vortex à la surface. Selon l'équation (3.35), il est donné par :

$$u(0) = \frac{b_0}{\omega} \left( \beta_1 \lambda_f - \beta_2 \frac{\omega}{\mu_0 \varepsilon} \lambda_V \right). \quad (3.40)$$



**Figure 19.** À gauche la profondeur de pénétration dans notre modèle (en trait plein  $\lambda'$ , en tirets  $\lambda''$ ), à droite une illustration de la pénétration du champ en deux modes.

[Left, spectra of the real (solid line) and imaginary (dashed line) parts of the apparent penetration depth in the two-mode model; right, two-mode distribution of magnetic field (dashed lines) and vortices (solid lines) at a smooth and rough surface.]

Si on insère cette équation ainsi que l'équation (3.36) dans la condition limite (3.38), on en déduit directement les poids  $\beta_1, \beta_2$ ,

$$\beta_1 = \frac{L_S}{L_S + l + \lambda_f}, \quad \beta_2 = 1 - \beta_1 = \frac{l + \lambda_f}{L_S + l + \lambda_f}, \quad \text{avec } L_S = \frac{(l + \lambda_V)\omega}{\mu_0 \varepsilon}. \quad (3.41)$$

Avec la résolution standard des montages RF, le terme  $\beta_2 \lambda_V \lesssim 0,1 \mu\text{m}$  est négligeable, de sorte que  $\lambda_{ac} \approx \beta_1 \lambda_f$ . L'impédance de surface d'un demi-espace infini,  $Z = -i\mu_0 \Omega \lambda_{ac}$ , est

$$\lambda_{ac} = \left( \frac{1}{L_S} + \frac{1}{\mu_r \lambda_f} \right)^{-1}, \quad (3.42)$$

où, rappelons le,  $\lambda_f = (1 + i)\delta_f/2$ .

L'expression (3.42) est illustrée sur la figure 19 (à gauche). Le spectre a qualitativement les mêmes propriétés que celui de Campbell. La longueur  $L_S$  joue le rôle de la profondeur de pénétration  $\lambda_C$  en régime basse fréquence. En présence de défauts  $l(\omega)$  est borné, de sorte que  $L_S \rightarrow 0$  pour  $\omega = 0$  et  $L_S \propto \varepsilon^{-1} \rightarrow \infty$  à  $B_{c_2}$ . Notons que  $L_S$  diverge également dans la limite  $l \rightarrow \infty$  d'une surface parfaitement lisse. Comme le  $\lambda_C$  de la théorie de Campbell,  $L_S$  représente en quelque sorte le degré d'imperfection par rapport à un échantillon idéal.  $1/L_S$  doit donc avoir une relation avec le courant critique  $K_c = I_c/2w$ . Si on s'en tient aux ordres de grandeurs, on peut estimer le courant critique connaissant  $L_S$  en extrapolant la condition limite (3.38) aux grands angles  $\theta \lesssim \theta_c$  tout en gardant le même  $l$ . Un tel état critique sera obtenu pour un  $u(0) \lesssim a_0$ , d'où

$$a_0 \sim -l\theta_c \quad \Rightarrow \quad L_S \sim \frac{\sqrt{\varphi_0 \omega}}{\mu_0 K_c}. \quad (3.43)$$

Cette relation sera utile au moment de vérifier la compatibilité des mesures d'ancrage en continu et en alternatif.

Pour ce qui est de la forme du spectre, nous trouvons comme Campbell un régime non-dissipatif à basse fréquence, où  $\lambda_{ac} = L_S$ , et un régime dissipatif à haute fréquence, où  $\lambda_{ac} = \mu_r \lambda_f \approx \lambda_f$ . Ces régimes sont séparés par une fréquence de piégeage que nous définissons ici comme

$$\Omega_p = \Omega \frac{\delta_f^2}{2L_S^2} = \frac{\rho_f}{\mu_0 L_S^2}. \quad (3.44)$$

Cependant, dans le cadre de notre modèle, le passage du régime Campbell  $\Omega \ll \Omega_p$  au régime *flux flow*  $\Omega \gg \Omega_p$  est beaucoup plus large et s'étend sur quatre décades de fréquences au lieu de deux décades pour l'ancrage en volume. Aussi, la hauteur du maximum de  $\lambda''$  est d'environ 30 % plus faible par rapport au spectre de Campbell.

Il est plus important encore de souligner que  $L_S$  n'est pas une vraie profondeur de pénétration, puisque, même à très faible fréquence, une petite composante du champ pénètre sur la profondeur  $\lambda_f$  du mode flux flow ; c'est d'ailleurs celle-ci qui constitue notre signal, puisque nous ne sommes pas sensibles au petit flux qui pénètre la couche de surface. La raison pour laquelle on ne reconnaît pas d'emblée ce mode flux-flow à basse fréquence tient à l'absence de dissipation ; cette circonstance est liée au fait que le poids  $\beta_1$  a aussi tourné sa phase de manière à le rendre quasiment non-dissipatif !

Le jeu des deux modes est illustré sur la figure 19 (à droite). Les traits pleins représentent les lignes de vortex, les traits en tirets le profil du champ magnétique alternatif. Si la surface est parfaitement lisse, l'oscillation des vortex est dominée par le premier mode. Le deuxième mode se réduit à un petit redressement des extrémités des vortex (à peine visible sur la Fig. 19) et corrélativement un petit saut dans le profil de champ qui apparaît comme une discontinuité  $\mu_0$  diamagnétique  $\lambda_i$  du champ. En revanche, si la surface est irrégulière, le deuxième mode peut acquérir une forte amplitude et écranter la plus grande partie du champ par un mécanisme absolument non-dissipatif. Le champ qui pénètre finalement dans le volume est beaucoup plus faible et présente entièrement le premier mode. La longueur  $L_S$  est alors simplement une fraction de  $\delta_f$ .

Finalement, remarquons que les différences quantitatives entre le spectre de Campbell (2.5) et celui qui découle de notre modèle cachent en fait d'énormes différences physiques ; le calcul de Campbell est basé sur l'hypothèse d'un piégeage en volume, alors que nous supposons que les interactions entre les vortex et le cristal est négligeable en volume. Ces différences ne sont accessibles qu'à la condition d'explorer les hautes fréquences, où se situent le changement de régime et de travailler sur de gros échantillons ; à notre connaissance, de telles circonstances ne se sont encore pas trouvées réunies dans la littérature. Au paragraphe 5.3 nous montrerons comment on peut combiner les deux mécanismes de manière à disposer d'une méthode quantitative pour séparer ancrage en surface et en volume.

## 5.2. L'effet de taille

L'expression (3.42), qui décrit la pénétration du champ dans un demi-espace infini, reste valable dans une lame d'épaisseur finie  $d$  à la condition que  $d \gtrsim 3\delta_f$ . Si la lame est plus mince, les champs qui pénètrent sur les deux faces opposées (à  $z = \pm d/2$ ) interfèrent dans le volume, ce qui modifie la réponse linéaire. Cet effet est contraire à l'intuition, car il se manifeste alors même que profondeur apparente  $\lambda_{ac}$  est largement inférieure à  $d$  ; nous l'appelons habituellement  $\ddot{\imath}$  l'effet de taille  $\ddot{\imath}$ .

En régime d'effet de taille, les champs électromagnétiques qui pénètrent dans l'échantillon prennent la forme suivante (solution paire) :

$$\frac{B}{b_0} = \beta_1 \frac{\cosh(z/\lambda_f)}{\cosh(d/2\lambda_f)} + \beta_2 \frac{\cosh(z/\lambda_V)}{\cosh(d/2\lambda_V)}, \quad (3.45)$$

$$\frac{E}{-i\Omega b_0} = \beta_1 \lambda_f \frac{\sinh(z/\lambda_f)}{\cosh(d/2\lambda_f)} + \beta_2 \lambda_V \frac{\sinh(z/\lambda_V)}{\cosh(d/2\lambda_V)}. \quad (3.46)$$

Afin de déterminer la réponse linéaire pour cette géométrie, il faut encore généraliser l'expression (3.35) qui décrit l'écart  $u$  et l'inclinaison  $\nu$  des vortex :

$$\frac{\omega\nu}{b_0} = \beta_1 \frac{\cosh(z/\lambda_f)}{\cosh(d/2\lambda_f)} - \frac{\omega}{\mu_0\varepsilon} \beta_2 \frac{\cosh(z/\lambda_V)}{\cosh(d/2\lambda_V)}, \quad (3.47)$$

$$\frac{\omega u}{b_0} = \beta_1 \lambda_f \frac{\sinh(z/\lambda_f)}{\cosh(d/2\lambda_f)} - \frac{\omega}{\mu_0\varepsilon} \beta_2 \lambda_V \frac{\sinh(z/\lambda_V)}{\cosh(d/2\lambda_V)}. \quad (3.48)$$

D'où on déduit l'expression suivante pour la profondeur de pénétration efficace  $\lambda_{ac}$  telle qu'on la déduit d'une mesure d'impédance de surface :

$$\lambda_{ac} = \frac{E(d/2) - E(-d/2)}{-2i\Omega b_0} = \beta_1 \lambda_f \tanh(d/2\lambda_f) + \beta_2 \lambda_V, \quad (3.49)$$

où nous avons supposé que l'échantillon est largement plus épais que  $\lambda_V$ , c'est-à-dire  $\tanh(d/2\lambda_V) = 1$ . Avec les conditions limites  $\nu(\pm d/2) = \mp u(\pm d/2)/l$ , on obtient l'expression de la réponse linéaire exactement de la même manière qu'au paragraphe 5.1 :

$$\frac{1}{\lambda_{ac}} = \frac{1}{L_S} + \frac{1-i}{\mu_r \delta_f} \coth\left(\frac{(1-i)d}{2\delta_f}\right) \left[ \approx \frac{1}{L_S} + \frac{2}{\mu_r d} \text{ si } \delta_f \gg d \right]. \quad (3.50)$$

L'expression entre crochets est la réponse linéaire dans la limite d'une lame très mince, qui correspond à une situation où la lame est complètement transparente au mode flux flow. Elle illustre bien la conséquence principale de l'effet de taille qui est de supprimer les pertes. Nous allons revenir à ce sujet au paragraphe 3.2 du chapitre 4.

Notons en passant qu'il y a un deuxième effet de taille en régime de lame mince. Il s'agit du changement de régime qui a lieu lorsque  $L_S$  augmente (par exemple près de  $B_{c2}$ ) et devient de l'ordre de  $d$ . Même si  $L_S$  n'est pas une vraie longueur de pénétration, on observe quand même que la réponse linéaire se stabilise

à  $\lambda_{ac} = d/2$ , c'est-à-dire que la lame est transparente au champ. Ce changement de régime pourrait donner l'impression fautive que  $L_S$  est une vraie longueur physique.

Concluons ce paragraphe en considérant une mesure de résistance alternative sur un échantillon mince en régime de l'effet de taille, où on impose un courant alternatif  $Ie^{-i\Omega t}$  le long de la lame et où on mesure le champ électrique longitudinal. Nous avons déjà expliqué les difficultés liées à une telle mesure, mais pour illustrer comment l'effet de taille intervient ici, nous faisons l'hypothèse simplificatrice que le courant est uniforme dans la largeur de l'échantillon (distribution unidimensionnelle). La solution prescrite pour ce problème est la solution impaire ; elle revient à remplacer partout dans les équations (3.45–3.48)  $\sinh$  par  $\cosh$  et *vice versa*. Il en découle l'expression suivante de la résistivité apparente :

$$\rho_{app} = \frac{E(0)wd}{I} = -i\mu_0\Omega\lambda_{ac}\frac{d}{2} \left[ \approx -i\mu_0\Omega \left( \frac{2}{dL_S} - \frac{2i}{\mu_r\lambda_f} \right)^{-1} \right], \quad (3.51)$$

$$\frac{1}{\lambda_{ac}} = \frac{1}{L_S} + \frac{1-i}{\mu_r\delta_f} \tanh\left(\frac{(1-i)d}{2\delta_f}\right). \quad (3.52)$$

Chose étonnante, la résistivité apparente (3.51) que nous trouvons dans la limite  $\delta_f \gg d$  (en crochets) est formellement identique à la résistivité  $\rho_{ac}$  de Gittleman et Rosenblum, à condition de remplacer  $\lambda_C^2$  par  $L_S d/2$ . Ce résultat souligne alors encore une fois la nécessité de mesurer la réponse linéaire sur des échantillons suffisamment épais pour éviter l'effet de taille, sinon la confrontation aux modèles n'est pas concluante.

### 5.3. La prise en compte de l'ancrage en volume

On peut imaginer, au moins en principe, la coexistence d'ancrage en surface et en volume. Une telle situation s'intègre difficilement dans notre modèle hydrodynamique ; cependant, sans chercher un calcul rigoureux, on peut simplement écrire un bilan de force qui comprend à la fois la tension de ligne et la force de rappel :

$$\alpha_L \mathbf{u} + \frac{\varphi_0}{\beta_V} \mathbf{v}_L = \varphi_0 \mathbf{J}_s \times \boldsymbol{\nu} + \varphi_0 (\nabla \times \boldsymbol{\varepsilon}) \times \boldsymbol{\nu}. \quad (3.53)$$

L'inclusion de la force de rappel dans notre modèle revient alors simplement à remplacer le paramètre de friction  $\eta = \varphi_0/\beta_V$  par  $\eta - \alpha_L/i\Omega$ . Autrement dit, il suffit de remplacer le mode flux-flow par le mode Campbell  $i\dot{i}$  de l'équation (2.5) :

$$\frac{1}{\lambda_{ac}} = \frac{1}{L_S} + \sqrt{\frac{1}{\mu_r^2 \lambda_C^2} + \frac{1}{\mu_r^2 \lambda_f^2}}. \quad (3.54)$$

L'équation (3.54) s'avérera utile pour évaluer quantitativement les intensités respectives de l'ancrage en surface et en volume, soit  $\lambda_C/L_S$ .

## Les supraconducteurs classiques : PbIn, Nb, V

---

S'agissant d'établir expérimentalement la validité d'une approche originale de la dynamique des vortex, nous avons préféré commencer ce travail par des mesures sur un matériau bien classique et parfaitement caractérisé. C'est pourquoi l'essentiel de ce chapitre est consacré à l'étude de  $\text{Pb}_{0,82}\text{In}_{0,18}$ , alliage sur lequel nos efforts se sont concentrés ces dernières années. Nous avons pris soin de varier largement les dimensions, la géométrie et les paramètres d'état ( $B_0$ ,  $T$ , l'orientation du champ). Ces résultats sont discutés au paragraphe 2.1. Afin de tester la généralité de la réponse alternative observée dans  $\text{Pb}_{0,82}\text{In}_{0,18}$ , nous avons ajouté des mesures sur des échantillons de  $\text{Pb}_{0,91}\text{In}_{0,09}$ , des métaux de pureté standard (99,8 %) comme le vanadium et le niobium, mesures qui sont décrites au paragraphe 3.4. Ce chapitre débute par la présentation du dispositif expérimental et des échantillons utilisés pour nos mesures.

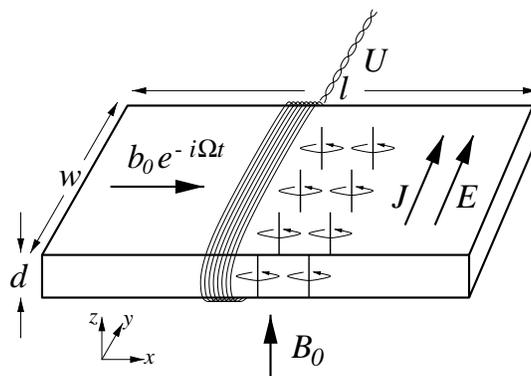
### 1. Principe de mesure

#### 1.1. Principe expérimental

Le dispositif expérimental que nous avons utilisé est schématisé sur les figures 20–22. Il s'agit d'un montage assez simple, vers lequel nous avons convergé après plusieurs tentatives moins fructueuses basées sur des techniques résonnantes [51]. Bien que sa résolution expérimentale soit limitée, la mesure directe du flux présente l'avantage de la simplicité qui assure la fiabilité de l'analyse et surtout de la flexibilité, car tous les paramètres expérimentaux, notamment la fréquence, peuvent être variés continûment. Nous en résumerons ici les éléments principaux.

Le champ alternatif exciteur est créé par un solénoïde constitué d'un enroulement de 20 à 100 spires de fil de cuivre, au centre duquel est positionné l'échantillon. L'homogénéité du champ exciteur à la surface de l'échantillon est meilleure que 0,25 % ; l'ensemble est inclus dans une boîte de cuivre cylindrique assurant le rôle de blindage.

Le bobinage de mesure est en fil de bronze (Lake-Shore AWG42, diamètre  $64 \mu\text{m}$ ) ; il est enroulé sur l'échantillon et isolé de celui-ci par une fine couche de téflon (voir Fig. 20). Comme le montre la figure 20, le bobinage est situé au



**Figure 20.** Géométrie de la mesure de l'impédance de surface.

[Measurement of the surface impedance in a slab.]

centre de l'échantillon de manière à s'affranchir des effets de bout. Par ailleurs, la résistivité du bronze ( $\simeq 8 \mu\Omega \text{ cm}$ ) est telle que le fil est toujours transparent au champ excitateur.

Les fils de liaison des deux bobinages (excitation et signal) sont torsadés et raccordés, hors champ magnétique, à des câbles coaxiaux. Le signal est mesuré par une détection synchrone (EG/G 5302 0–1 MHz ; EG/G 5202 0,1–50 MHz), et la bobine d'excitation est connectée à un générateur, lui-même synchronisé au détecteur par une fibre optique afin d'éviter les boucles de masse.

Le montage est refroidi dans un cryostat à  $^4\text{He}$  pompé fabriqué au laboratoire qui permet de travailler dans la gamme de températures 1,6–4,2 K. Le champ magnétique est produit par un électroaimant de RMN, orientable dans le plan  $\hat{y}\hat{z}$  (perpendiculaire au champ excitateur). Il a un champ maximal de 0,85 T et une homogénéité de  $10^{-4}$  pour un entrefer de longueur 80 mm et de diamètre 200 mm.

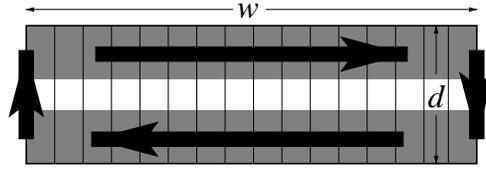
## 1.2. Interprétation et étalonnage du signal

Le flux magnétique dans la bobine de mesure se déduit de la tension d'entrée de la détection synchrone :

$$U = -N_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{\mathcal{C}} B d^2\mathbf{r} + \mathcal{D} b_0 e^{-i\Omega t} \right). \quad (4.1)$$

$N_0$  est le nombre de spires de la bobine de mesure,  $\mathcal{C}$  la section de l'échantillon et  $\mathcal{D}$  la surface entre l'échantillon et les spires de la bobine de mesure. Le premier terme décrit le flux magnétique pénétrant dans l'échantillon, alors que le deuxième terme est le flux parasite (ou  $\text{ij}$  parasite  $\text{il}$ ) dans l'espace vide entre les spires et l'échantillon. Cet espace est une couronne dont l'épaisseur, de l'ordre de  $100 \mu\text{m}$ , est comparable aux profondeurs de pénétration à mesurer ; notre analyse repose sur le fait que ce parasite ne dépend pas du champ magnétique appliqué.

Considérons d'abord la géométrie du champ  $\mathbf{B}_0 \parallel \hat{z}$  perpendiculaire aux grandes faces. Dans l'état mixte, la pénétration sur les bords parallèles à  $\mathbf{B}_0$  est négligeable sauf au voisinage immédiat de  $B_{c2}$ . Cela tient au fait que le courant,



**Figure 21.** Distribution schématique du courant dans la section  $w \times d$  d'une lame en champ perpendiculaire. Le courant et le champ ac pénètrent dans la masse le long des grandes faces. Sur les bords, les courants restent strictement superficiels, sauf au voisinage de  $B_{c2}$ .

[Skin effect on the current distribution in the cross-section  $w \times d$  of a slab in normal field. Currents, along the edges parallel to the field, are non-dissipative and superficial.]

parallèle aux vortex, n'exerce pas de force de Lorentz sur ceux-ci qui restent donc immobiles ; il n'y a donc pas de pénétration de flux dans la masse par les bords et les courants, non-dissipatifs, circulent sur une profondeur de l'ordre de  $\lambda \simeq \lambda/\sqrt{1 - B/B_{c2}}$  qui est négligeable dans notre problème (Fig. 21). La relation entre le signal mesuré et  $\lambda_{ac}$  est en ce cas particulièrement simple :

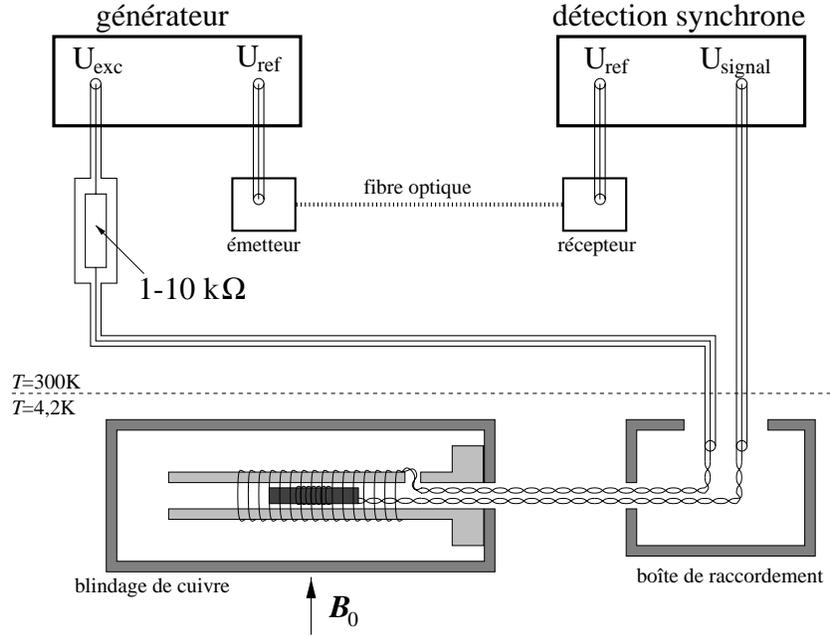
$$U'' = 2wb_0N_0\Omega\lambda' + \mathcal{D}b_0N_0\Omega, \quad U' = 2wb_0N_0\Omega\lambda''. \quad (4.2)$$

Pour vérifier cette hypothèse, il suffit de se mettre dans l'état mixte et de tourner le champ magnétique principal  $B_0$  de  $90^\circ$  (dans la direction  $\hat{y}$  de la Fig. 20). On doit donc trouver un effet réduit d'un facteur  $w/d$ , et c'est effectivement ce qu'on observe. Cependant, à fort champ ( $B_0 \gtrsim 0,9B_{c2}$ ) le flux commence à pénétrer aussi par les bords, et ceci continûment jusque dans l'état normal ; dans ce régime la mesure devient relativement imprécise ( $d/w \sim 10\%$ ).

Cette imprécision peut être levée en inclinant le champ de  $45^\circ$ . De cette manière on symétrise la pénétration sur les bords et sur les faces, ce dont on tient compte en remplaçant simplement  $w$  par  $w + d$  dans l'équation (4.2). Cette géométrie, dite de champ oblique, supprime l'artefact des champs forts et permet d'étudier la transition état mixte/état normal à  $B_{c2}$ . Notons que les courants de volume ont eux-mêmes une incidence oblique ( $45^\circ$ ) par rapport aux vortex, ce qui a pour conséquence de réduire la résistivité flux-flow d'un facteur 2 ( $\rho_f \propto \sin^2\theta$ ) et la profondeur de peau  $\delta_f$  d'un facteur  $\sqrt{2}$ .

L'étalonnage du signal, c'est-à-dire la détermination de l'amplitude et de la phase du champ excitateur  $b_0$ , utilise le signal de l'état normal à  $B_0 > B_{c3}$ . À très haute fréquence, avec  $\delta_n \ll d$ , on est dans le régime d'effet de peau, et la réponse de l'état normal peut se décrire à partir de l'équation (4.2), en remplaçant  $w$  par  $w + d$  et  $\lambda' = \lambda'' = \delta_n/2$ . Voulant travailler à des fréquences plus basses telles que  $\delta_n \lesssim d$ , on pourrait penser tenir compte de la taille finie dans une approximation à une dimension en appliquant à  $\lambda_n$  le facteur  $\tanh(d/2\lambda_n)$ , comme pour l'état mixte au paragraphe 5.2 du chapitre 3 :

$$\lambda_{ac} = \lambda_n \tanh(d/2\lambda_n), \quad \lambda_n = \frac{\delta_n}{2}(1 + i). \quad (4.3)$$



**Figure 22.** Le dispositif expérimental. [The experimental set-up.]

Il s'avère que, compte tenu de la précision requise, qui est de l'ordre de  $0,3^\circ$  sur la phase à basse fréquence, cette correction est insuffisante. Il convient donc de traiter exactement la distribution de  $B$  et  $J$  dans l'état normal.

Si on exprime la pénétration du flux  $\phi$  en termes de susceptibilité alternative

$$\chi = \frac{\phi}{b_0 w d} - 1, \quad \phi = \int_C B d^2 \mathbf{r}, \quad (4.4)$$

la tension mesuré est alors égale à

$$U'' = w d b_0 N_0 \Omega (\chi' + 1) + \mathcal{D} b_0 N_0 \Omega, \quad U' = w d b_0 N_0 \Omega \chi''. \quad (4.5)$$

Dans l'état normal,  $\chi'_n$  et  $\chi''_n$  sont des fonctions de  $\rho_n$ ,  $w$  et  $d$  qu'on peut calculer pour n'importe quel milieu ohmique, qu'il soit isotrope ou non. Le résultat final pour un milieu isotrope est [52] :

$$1 + \chi_n = \sum_{\substack{l,m \\ \text{impairs}}} \frac{64}{l^2 m^2 \pi^4} \frac{\alpha_{lm}}{\alpha_{lm} - \frac{1}{\lambda_n^2}}, \quad \alpha_{lm} = - \left( \frac{l^2 \pi^2}{w^2} + \frac{m^2 \pi^2}{d^2} \right). \quad (4.6)$$

Il se généralise pour un milieu anisotrope [52], avec deux profondeurs de pénétration complexes  $\lambda_{n,y}$  et  $\lambda_{n,z}$  pour les courants dans les directions  $y$  et  $z$  :

$$1 + \chi_n = \sum_{\substack{l,m \\ \text{impairs}}} \frac{64}{l^2 m^2 \pi^4} \frac{\tilde{\alpha}_{lm}}{\tilde{\alpha}_{lm} - 1}, \quad \tilde{\alpha}_{lm} = - \left( \frac{l^2 \pi^2 \lambda_{n,y}^2}{w^2} + \frac{m^2 \pi^2 \lambda_{n,z}^2}{d^2} \right). \quad (4.7)$$

Il existe une deuxième manière d'étalonner le signal, qui utilise comme référence de phase le parasite à  $B_0 = 0$  de l'état Meißner. Cette technique est la seule qu'on peut utiliser dans le cas moins favorable où l'état normal n'est pas accessible (Chap. 5) ; elle a l'inconvénient de ne pas donner précisément l'amplitude  $b_0$ , qui nécessite une calibration secondaire.

La mesure de  $\lambda_{ac}(B, \Omega)$  procède en trois étapes. On détermine d'abord le signal  $U(0)$  à  $B_0 = 0$  :

$$U'(0) = 0, \quad U''(0) = 2wb_0N_0\Omega\lambda + \mathcal{D}b_0N_0\Omega \approx \mathcal{D}b_0N_0\Omega, \quad (4.8)$$

où la dernière approximation est toujours justifiée à la résolution,  $\delta\lambda \lesssim 0,1 \mu\text{m}$ , de notre montage ; c'est d'ailleurs dans ce même esprit que nous négligeons la pénétration sur les bords parallèles, qui est également de l'ordre de  $\lambda$ . Une mesure à  $B_0 = 0$  revient donc à mesurer le parasite. Ensuite on mesure les valeurs de  $U'$  et  $U''$  dans l'état mixte ( $0 < B_0 < B_{c2}$ ), et finalement on prend les valeurs  $U'_n$ ,  $U''_n$  de l'état normal. La réponse de l'état mixte est donc simplement donnée par

$$\lambda' = \frac{U'' - U''(0)}{U''_n - U''(0)}(\chi'_n + 1) \frac{d}{2}, \quad \lambda'' = \frac{U' - U'(0)}{U'_n - U'(0)}\chi''_n \frac{d}{2}. \quad (4.9)$$

La procédure de dépouillement, qui est entièrement contenue dans l'équation (4.9), est particulièrement simple et donc extrêmement fiable.

Pour obtenir le spectre de fréquence, la procédure est itérée, sur la même séquence de champs, pour la série complète des fréquences ; le spectre étant finalement reconstitué point par point.

## 2. Les mesures dans $\text{Pb}_{0,82}\text{In}_{0,18}$

### 2.1. Les échantillons

Nos premières mesures portent essentiellement sur des échantillons de PbIn, qui est le prototype d'un supraconducteur conventionnel dans la limite sale ( $l_p \ll \xi$ ). Il s'agit d'un matériau avec des paramètres thermodynamiques ( $T_c$ ,  $B_{c2}$ ,  $\kappa_1$ , etc.) bien caractérisés [53, 54]. Les échantillons sont fabriqués de manière routinière au laboratoire : les lingots d'alliage sont obtenus en fondant dans un tube en Pyrex, sous atmosphère inerte d'argon purifié ( $\sim 0,1$  Pa d'ArU avec cartouche filtrante), un mélange préalablement pesé de copeaux de plomb (Johnson Matthey 99,999 %) et d'indium (Johnson Matthey 99,999 %). Après homogénéisation en phase liquide (7 heures à 375 °C), les lingots (de longueur 80 mm et de diamètre 10 mm) sont trempés à l'air. Ils sont ensuite recuits pendant au moins 300 heures à 270 °C (10 °C au-dessous de la température de fusion) sous atmosphère inerte afin d'améliorer leur homogénéité. Après découpage par étincelage en lames ou en barreaux, on enlève les traces résiduelles d'oxydation par un décapage chimique léger (huit parts d'acide acétique 90 % pour deux parts d'eau oxygénée 30 %) où même brutal (mélange équimoléculaire) pour obtenir une surface brillante ayant une faible capacité de piégeage.

**Tableau 2.** Les propriétés physiques de nos échantillons. Les valeurs sont données pour  $T = 4,2$  K, sauf l'échantillon 6 où  $T = 1,9$  K.

[Physical parameters of the samples. Data are given for  $T = 4.2$  K, but for sample 6 for which  $T = 1.9$  K.]

| échantillon                   | 1                                     | 2                                     | 3                                     | 4                                     | 5     | 6           |
|-------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|-------|-------------|
| matériau                      | Pb <sub>0,82</sub> In <sub>0,18</sub> | Pb <sub>0,82</sub> In <sub>0,18</sub> | Pb <sub>0,82</sub> In <sub>0,18</sub> | Pb <sub>0,91</sub> In <sub>0,09</sub> | Nb    | V           |
| $w$ (mm)                      | 6,10                                  | 5,9                                   | 6,0                                   | 5,8                                   | 6,0   | 6,7         |
| $d$ (mm)                      | 1,22                                  | 4,1                                   | 0,30                                  | 2,0                                   | 0,19  | 1,0         |
| $s$ (mm)                      | 39,5                                  | 40                                    | 40                                    | 40                                    | 25    | 50          |
| $T_c$ (K)                     | 6,95                                  | 6,95                                  | 6,95                                  | 7,05                                  | 9,27  | 5,3         |
| $\varrho_n$ ( $\mu\Omega$ cm) | 10,4                                  | 10,4                                  | 10,4                                  | 5,55                                  | 0,66  | 0,97        |
| $B_{c_2}$ (T)                 | 0,290                                 | 0,290                                 | 0,290                                 | 0,174                                 | 0,380 | $\sim 0,40$ |

Pour tester la généralité de nos résultats, nous avons aussi effectué des mesures sur des échantillons de vanadium et de niobium industriels (Johnson Matthey, 99,8 %). Au total, nous avons travaillé sur une vingtaine d'échantillons ; nous nous limitons ici aux mesures les plus significatives, qui portent sur les 6 échantillons dont les propriétés physiques sont résumées dans le tableau 2.

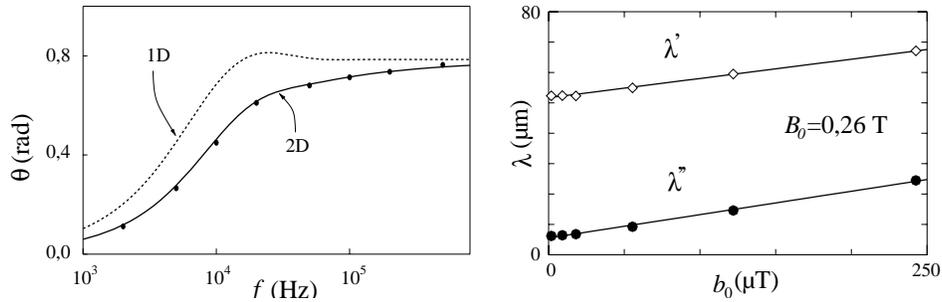
## 2.2. La calibration

Chaque mesure commence avec la détermination du régime linéaire ainsi que la calibration de la phase. À titre d'exemple, nous détaillons ci-dessous la procédure appliquée à nos échantillons PbIn.

Un test de linéarité typique est présenté sur la figure 23 à droite, il est réalisé près de  $B_{c_2}$  où les non linéarités sont *a priori* plus critiques. Les premières déviations sont des termes quadratiques pour le flux (linéaires pour  $\Delta\lambda_{ac}$ ), d'intensités comparables sur les parties réelles et imaginaires du signal ; comme par ailleurs  $\lambda'' \ll \lambda'$  à basse fréquence, ces non-linéarités sont d'abord visibles sur la phase au-delà de  $b_0 \sim 1 \mu\text{T}$  (10 mG). Notons qu'une expérience opérant à plus bas champ, et sensible uniquement au module de  $\lambda_{ac}$ , pourrait conclure à la persistance du régime linéaire jusqu'à quelques dixièmes de Gauss.

Strictement, il conviendrait de mesurer chaque point à plusieurs niveaux d'excitation, pour ensuite faire une extrapolation  $b_0 \rightarrow 0$ . En pratique, nous avons utilisé un champ fixe,  $b_0 \sim 1 \mu\text{T}$  (10 mG), tel que les termes nonlinéaires restent toujours négligeables.

S'agissant d'un problème d'ancrage, on s'attend à ce que le paramètre contrôlant la linéarité soit le déplacement  $u_{max}$  des vortex et non le champ exciteur. De la relation de Josephson  $E = -i\Omega\omega u$ , on déduit que  $|u| \lesssim |\lambda_{ac}|b_0/\omega \sim 1 \text{ \AA}$  pour  $b_0 \lesssim 1 \mu\text{T}$  correspondant au régime linéaire du PbIn (Fig. 23). C'est donc le champ électrique qui est critique, et nous n'avons effectivement pas trouvé de non-linéarité dans les échantillons de niobium de très faible résistivité pour la même gamme de champs excitateurs.



**Figure 23.** À gauche une comparaison entre un calcul à une dimension de l'état normal (en tirets) avec un calcul à deux dimensions (trait plein) ainsi qu'avec l'expérience (points) pour l'échantillon n° 2. À droite un exemple de la dépendance du signal en amplitude du champ exciteur  $b_0$  (échantillon n° 1). Les non linéarités, manifestées ici par des variations quasi linéaires de  $\lambda'$  et  $\lambda''$  avec  $b_0$ , n'affectent pas la précision du signal mesuré pour des excitations  $b_0 \lesssim 1 \mu\text{T}$ .

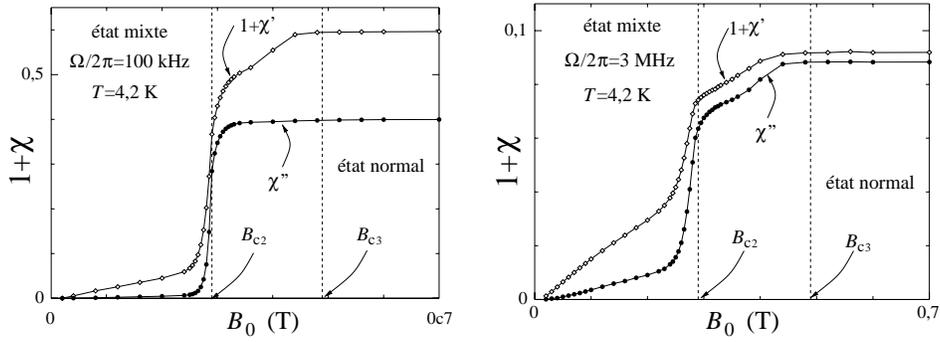
[Left, measurement (sample No. 2) and modelisation of the normal-state response. The 2D calculation in equation (4.6) is necessary for an accurate phase calibration at intermediate frequencies; in the 1D calculation we take an effective width  $w + d$ . Right, non-linear effects at high excitation levels (sample No. 1). The quasi-linear variations of  $\lambda'$  and  $\lambda''$  with  $b_0$  can be neglected in our experimental range  $b_0 \lesssim 1 \mu\text{T}$ .]

Finalement, un test de fiabilité de la mesure consiste à comparer les deux calibrations de phase décrites au paragraphe 1.2. Une telle comparaison est montrée sur la figure 23 à gauche, où la phase a été fixée à l'aide du parasite. On voit sur la figure que l'équation (4.6) modélise parfaitement la phase du signal dans l'état normal. Le trait en pointillé est la phase qu'on obtient dans une approximation à une dimension (*cf.* paragraphe 1.2), qui s'avère clairement insuffisante. On évalue la précision absolue de la phase (de l'ordre de  $0,5^\circ$ ) par l'écart entre les points et la courbe théorique de la figure 23. Soulignons que cette courbe théorique ne contient pas de paramètre ajustable, parce que les cotes de l'échantillon et sa résistivité  $\rho_n$  sont connues (*cf.* Tab. 2). Notons qu'un léger réajustement de  $\rho_n$  par rapport à sa valeur nominale suffirait à améliorer considérablement l'accord de phase.

### 2.3. La dépendance en champ

La figure 24 montre la réponse alternative de l'état Meißner à l'état normal en passant par les transitions supraconductrices de volume ( $B_{c2}$ ) et de surface ( $B_{c3}$ ) ; ceci pour deux fréquences caractéristiques haute et basse de notre gamme de mesure.

Ici, la mesure est indépendante de l'histoire du champ, comme l'est d'ailleurs la densité de vortex dans ces matériaux de forts  $\kappa$ . En principe, on peut s'attendre à des effets d'hystérésis et de métastabilité ; de tels effets sont de nature à nuire à la reproductibilité d'un état mixte sur laquelle repose la qualité de nos spectres de fréquence. Dans PbIn, ils sont inobservables, mais ce n'est pas le cas du niobium



**Figure 24.** Une mesure de la réponse alternative en fonction du champ magnétique à deux fréquences différentes (échantillon n° 2) en champ perpendiculaire.

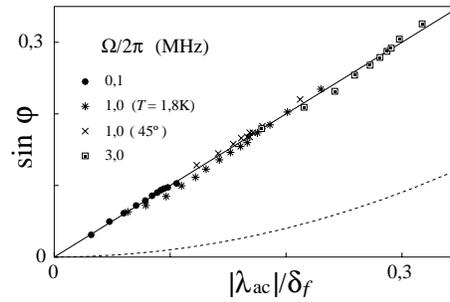
[Magnetic-field dependence of the ac susceptibility,  $\chi = -1 + 2\lambda_{ac}/d$ , at low and high frequencies (resp. left and right) in sample No. 2.]

et du vanadium, qui sont des métaux purs de faible  $\kappa$ , pour lesquels l'aimantation et son irréversibilité correspondent à une fraction significative du champ appliqué  $B_0$  et donc du nombre de vortex. En pareil cas, on peut rétablir une densité de vortex reproductible, correspondant à la valeur d'équilibre, en appliquant un courant surcritique transitoire. Cette méthode est efficace, mais alourdit beaucoup la procédure expérimentale ; par ailleurs elle implique l'ajout d'amenées de courant, elle n'est donc mise en œuvre qu'en cas de nécessité.

Sur la figure 24, on reconnaît bien la transition à  $B_{c2}$ . Son caractère abrupt à basse fréquence témoigne de la bonne qualité de nos échantillons. Au-dessus de  $B_{c2}$ , on ne récupère pas immédiatement le signal de l'état normal, à cause de courants non-dissipatifs dans la couche supraconductrice de surface. C'est le signal normal, au-delà de  $B_{c3}$ , qu'on utilise pour la calibration ; dans les alliages la magnétorésistance normale est faible et le signal est indépendant du champ appliqué. À 3 MHz, où  $\delta_n = 96 \mu\text{m} \ll d = 1220 \mu\text{m}$ , sa phase est proche de  $45^\circ$ , alors qu'à 100 kHz ( $\delta_n = 525 \mu\text{m}$ ) l'effet de taille est bien visible ( $\chi'' < 1 + \chi'$ ). Au-dessous de  $B_{c2}$ , on trouve le régime Campbell à 100 kHz où l'angle de pertes  $\chi''/(1 + \chi')$  est très faible, mais cependant accessible grâce à notre résolution expérimentale. La pénétration  $\lambda' = (1 + \chi')d/2$  varie à peu près linéairement de 0 à  $30 \mu\text{m}$  entre 0 et  $0,9B_{c2}$ . À 3 MHz, on est proche de la fréquence de piégeage  $\Omega_p$ , et les pertes se font fortement sentir.

En ce qui concerne l'état mixte, nous pouvons déjà faire une première confrontation théorique sans même varier la fréquence. Pour cela, on utilise le fait que dans PbIn la résistivité flux flow  $\rho_f$  est parfaitement connue (Fig. 4). D'après les équations (2.5, 3.42), l'angle de pertes  $\varphi_{ac} = \arctan(\lambda''/\lambda')$  suit une loi universelle en fonction du rapport  $|\lambda_{ac}|/\delta_f$ , caractéristique du modèle. Plus précisément, on déduit de l'équation (2.5) que

$$\sin(2\varphi_{ac}) = 2 \frac{|\lambda_{ac}|^2}{\delta_f^2} \quad (\text{ancrage en volume}), \quad (4.10)$$



**Figure 25.** Une mesure de l'angle de pertes pour quelques fréquences, orientations du champ ( $90^\circ$  par défaut) et températures ( $T = 4,2$  K par défaut) avec l'échantillon n° 1, avec le champ magnétique comme paramètre variable. Tous les points ont été mesurés à un champ suffisamment fort pour que  $\mu_r \simeq 1$ .

[A phase-amplitude (normalized to  $\delta_f$ ) plot of the linear response (sample No. 1); the variable is the magnetic field  $B_0$ ; unless specified,  $B_0$  is perpendicular to the slab and  $T = 4.2$  K.]

alors que l'équation (3.42) amène à la simple droite

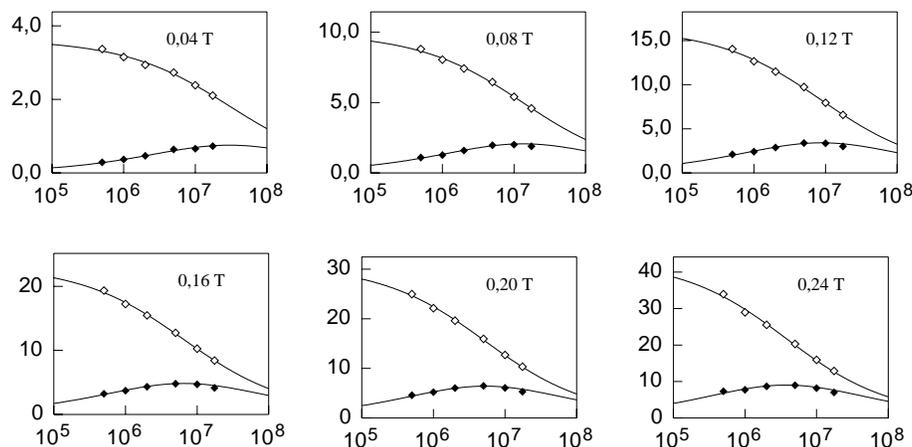
$$\sin(\varphi_{ac}) = \frac{|\lambda_{ac}|}{\mu_r \delta_f} \quad (2 \text{ modes}). \quad (4.11)$$

Nous avons reporté les données concernant l'état mixte de la figure 24 sur la figure 25, où nous avons également tracé les courbes des deux équations (4.10, 4.11). Nous avons aussi ajouté deux autres séries de données qui ont été mesurées sur le même échantillon, mais dans des conditions différentes (température, orientation, fréquence).

Comme les deux courbes se distinguent nettement (par un facteur de l'ordre de 5 à 10), il s'agit ici d'un test expérimental assez sévère. La précision avec laquelle les points expérimentaux tombent sur la courbe (4.11) ne laisse aucun doute sur la validité de notre modèle, et corrélativement sur la non-pertinence des modèles à un mode.

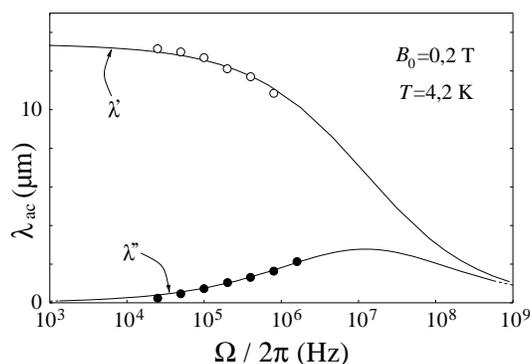
## 2.4. Les spectres de fréquence

Comme nous l'avons plusieurs fois rappelé, la signature principale de la dynamique des vortex réside dans le spectre de fréquence d'un état donné ( $\omega$ ,  $T$ , orientation fixées). Pour obtenir les spectres, nous avons fait des balayages en champ magnétique comme celui illustré sur la figure 24 pour une série de fréquences. Avec un montage donné, on peut couvrir deux à trois décades de fréquences : on est limité à basse fréquence par des problèmes de résolution (le signal brut est linéaire en  $\Omega$ ), et vers les hautes fréquences par les fuites capacitatives dans les câbles. Nous calculons  $\lambda_{ac}$  à l'aide de l'équation (4.2), et nous réarrangeons ensuite les résultats de façon à obtenir les spectres  $\lambda_{ac}(\Omega)$  pour chaque champ magnétique  $B_0$ . Nous avons donc à la fin une série de spectres, un par champ magnétique.



**Figure 26.** Une mesure typique des spectres de la réponse linéaire pour plusieurs champs, mesurée à  $T = 4,2$  K en champ oblique. Les abscisses sont en Hz, les ordonnées en  $\mu\text{m}$ , les losanges blancs représentent  $\lambda'$ , les losanges noirs  $\lambda''$ . Les traits pleins sont un ajustement de l'équation (3.42) aux données (échantillon n° 2).

[Examples of spectra  $\lambda_{ac}(f)$  (sample No. 2,  $T = 4.2$  K, oblique field). Frequencies are in Hz, penetration depths ( $\diamond$  for  $\lambda'$ , and  $\blacklozenge$  for  $\lambda''$ ) in  $\mu\text{m}$ , and fields are indicated in tesla. Solid lines are fits to the data with equation (3.42),  $L_S$  and  $\delta_f$  being the adjustable parameters.]

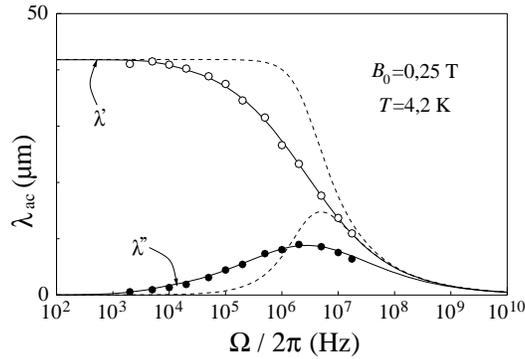


**Figure 27.** Autre exemple de spectre dans PbIn (échantillon n° 1, champ perpendiculaire).

[Another example of frequency spectrum in PbIn (sample No. 1, normal field).]

Un exemple typique est présenté sur la figure 26, où on a sélectionné 6 champs représentatifs parmi 20 qui recouvrent l'état mixte. Les lignes continues sont les courbes théoriques de  $\lambda_{ac}$  données par l'équation (3.42), où on a ajusté les valeurs de  $L_S$  et  $\mu_r \delta_f$ . L'accord entre la théorie et l'expérience est très bon ; il est représentatif de tous les spectres (quelques centaines) qui ont été mesurés au cours de ce travail. Un autre exemple sur un autre échantillon (n° 1) est donné sur la figure 27.

La qualité de l'accord permet de conclure sans ambiguïté à la pertinence de l'électrodynamique à deux modes, qui soutient l'équation (3.42). Une conséquence



**Figure 28.** Spectre large bande de la profondeur de pénétration linéaire  $\lambda_{ac} = \lambda' + i\lambda''$  d'un réseau de vortex ancré dans  $\text{Pb}_{0,82}\text{In}_{0,18}$ . Les lignes en tirets et en traits pleins sont les prédictions en champ moyen pour un ancrage en volume et en surface respectivement.

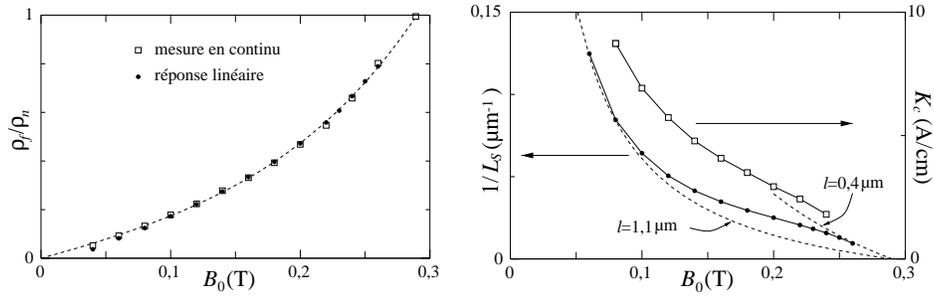
[Broad-band spectrum of the linear penetration depth  $\lambda_{ac} = \lambda' + i\lambda''$  of a pinned vortex array in  $\text{Pb}_{0,82}\text{In}_{0,18}$ . Dashed and solid lines are mean-field predictions for bulk and surface pinning respectively.]

directe de ce résultat, qui se voit immédiatement sur la figure 26, est que le changement de régime autour de  $\Omega_p$  s'étale sur une large gamme de fréquences (4 décades). C'est la signature la plus qualitative de cette dynamique. Pour autant, d'un point de vue expérimental cette circonstance nous contraint à adopter une procédure particulière pour couvrir tout le spectre.

Le spectre présenté sur la figure 28 a été obtenu en faisant deux mesures indépendantes sur le même échantillon (n° 2), une fois avec une bobine de mesure à 180 spires pour les basses fréquences, et une fois avec 4 spires seulement pour les hautes fréquences. Cette procédure est d'une part assez contraignante, et d'autre part assujettie à la stricte reproductibilité des paramètres d'ancrage d'un refroidissement à l'autre. Nous ne l'avons donc pas appliquée systématiquement. L'accord entre théorie et expérience a non seulement résisté, mais s'est même encore amélioré. Pour comparaison, on a donné en tirets sur la figure le spectre (2.5) des modèles à un mode. Le contraste est très significatif. En relation directe avec l'élargissement de la transition, la hauteur du maximum de  $\lambda''$  est plus faible et égale à  $0,207\lambda_{ac}(0)$ , conformément à l'équation (3.42) ; elle est donc sensiblement inférieure à la valeur  $0,272\lambda_{ac}(0)$  prescrite par l'équation (2.5).

Pour souligner le caractère remarquable de ce spectre, on peut le comparer à d'autres spectres typiques de systèmes physiques. Le plus simple qui vient à l'esprit, et qui ressemble qualitativement aux figures ci-dessus, est la transition vers l'effet de peau dans un métal ordinaire à une dimension ( $w \ll d$ ), conformément à l'équation (4.3). Avec une hauteur de  $0,42\lambda'(0)$  du pic de  $\lambda''$ , ce spectre est encore plus étroit. En conclusion, nous pensons que l'observation du spectre (3.42) est une signature très probante de la dynamique d'un réseau de vortex ancré en surface.

Revenons un instant sur l'interprétation,  $L_S \approx l\omega/\mu_0\varepsilon$ , que nous donnons de  $\lambda'(0)$ . Ce n'est pas la profondeur de pénétration du champ alternatif puisqu'il y a deux modes. En particulier, cette longueur n'a aucun rapport avec l'interprétation que donnent les théories de piégeage collectif faible en termes de la longueur de Larkin (2.14), et qui est souvent exploitée dans la littérature. Elle est reliée à la



**Figure 29.** À gauche une comparaison des valeurs de  $\rho_f$  tirées d'une mesure en continu avec les valeurs qu'on déduit de la réponse linéaire (le trait en tirets est un guide pour l'œil), à droite une comparaison entre les valeurs de  $1/L_s$  et  $K_c = I_c/2w$ . Sur la figure à droite, les traits pleins sont des guides pour l'œil, et ceux en tirets deux estimations théoriques basées sur l'expression (3.41) et le calcul de  $\varepsilon$  (3.9) près de  $B_{c2}$ , avec  $l = 0,4 \mu\text{m}$  et  $l = 1,1 \mu\text{m}$ .

[Comparison between dc and ac measurements of the flux-flow (left) and pinning (right) parameters in  $\text{Pb}_{0.82}\text{In}_{0.18}$ . In the later figure, dashed lines are theoretical estimations of  $1/L_s(B_0)$  using equations (3.41, 3.9) with the indicated values of the phenomenological surface-pinning length  $l$ .]

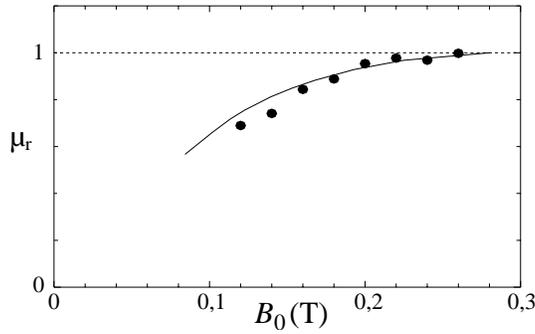
tension de ligne  $\varepsilon$  et surtout à la longueur phénoménologique  $l$ . Au paragraphe suivant nous discutons sa dépendance en champ.

## 2.5. Comparaison avec les mesures en continu

En ajustant l'équation (3.42) aux données expérimentales, on obtient les deux paramètres  $L_s$  et  $\mu_r \delta_f$ , qu'on peut comparer utilement au courant critique  $K_c = I_c/2w$  et à la résistivité  $\rho_f$  tirés d'une mesure en continu.

Dans le PbIn on a d'une part,  $\rho_f = \mu_0 \Omega \delta_f^2 / 2$  (avec  $\mu_r \approx 1$ ), et d'autre part on peut accéder directement à  $\rho_f$  en continu. Le résultat de la comparaison est illustré sur la figure 29 à gauche. L'accord entre ces deux mesures témoigne de la précision d'une mesure de  $\rho_f$  en alternatif. On dispose donc d'un moyen fiable d'extraire  $\rho_f$ , propriété d'un réseau idéal, à partir de la réponse linéaire d'un réseau ancré. Cette méthode sera exploitée au chapitre 6 pour étudier la dynamique des vortex aux très basses températures dans des conditions où les mesures en continu sont extrêmement difficiles pour des raisons de dissipation.

Une comparaison entre  $1/L_s$  et  $K_c$  ne peut être que qualitative, parce que la relation (3.43) entre l'angle critique  $\theta_c$ , propriété de l'état critique, et le paramètre  $l$  qui détermine la réponse linéaire à l'équilibre n'est pas stricte. Malgré tout, on a superposé sur la figure 29 les dépendances en champ caractéristiques de  $1/L_s$  et  $K_c$  du même échantillon. L'ordre de grandeur de la longueur  $l$  peut être obtenu en utilisant l'expression (3.9) de  $\varepsilon$ . Avec  $\kappa = 3,5$  on trouve des valeurs raisonnables  $l = 0,4-1,1 \mu\text{m}$  (Fig. 29). Le produit  $L_s K_c$  est de l'ordre de 10 mA et donc assez proche de la valeur 14 mA qu'on estime pour un champ typique 0,14 T à partir de



**Figure 30.** Nos mesures de la  $jj$  perméabilité  $\mu_r$  sur un échantillon de Nb à 4,2 K (points), et le résultat de Finnemore *et al.* (ligne continue) [55].  
 [The “perméability”  $\mu_r(B)$  of pure Nb at 4.2 K. Dots are deduced from our high-frequency data, the solid line is an independent estimation from the reversible magnetization data by Finnemore *et al.* [55].]

l'équation (3.43).  $1/L_S$  est donc une estimation assez fiable de  $K_c$ . À nouveau, la réponse linéaire peut s'avérer précieuse pour l'étude de l'ancrage quand la présence même d'un courant critique est susceptible de perturber le système. C'est le cas de l'effet de pic, actuellement à l'étude au laboratoire.

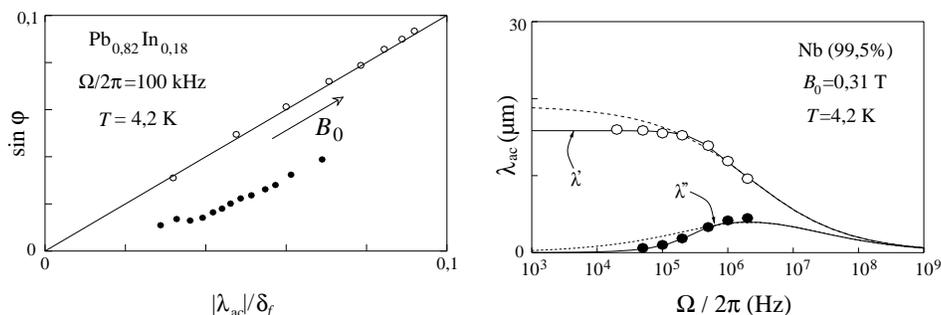
### 3. Mesures dans Nb, V, $\text{Pb}_{0,91}\text{In}_{0,09}$ , et effets de taille

#### 3.1. L'effet de $\mu_r$ dans le Nb

Une mesure de la réponse alternative ne donne pas directement accès à la résistivité flux-flow  $\varrho_f$ , mais seulement au paramètre  $\mu_r \delta_f = (\mu_r 2\varrho_f / \mu_0 \Omega)^{1/2}$ . Il faut donc en principe connaître  $\mu_r$  pour déduire  $\varrho_f$  d'une mesure de la réponse linéaire. Heureusement, les effets de  $\mu_r$  sont généralement négligeables sauf à très faible champ  $B_0 \lesssim B_{c1}$ .

En revanche, si la résolution expérimentale permet d'apprécier les effets de  $\mu_r$ , et qu'on connaît déjà  $\varrho_f$  par ailleurs, on peut en profiter pour mesurer  $\mu_r$ , et de là remonter au paramètre thermodynamique  $\varepsilon$ . Le niobium très pur se prête particulièrement bien à ce genre de mesures parce qu'il a un champ critique inférieur  $B_{c1}$  assez élevé (0,14 T à 4,2 K), d'où résultent des valeurs de  $\mu_r$  nettement inférieures à 1 sauf près de  $B_{c2}$ .

La figure 30 montre les valeurs de  $\mu_r$  que nous déduisons de nos mesures en continu et en alternatif. Pour comparaison, nous avons aussi tracé sur la figure 30 la courbe déduite des mesures directe d'aimantation de Finnemore *et al.* [55]. Même si nos mesures souffrent de plusieurs sources d'erreurs et d'imprécisions — on connaît mal la densité des vortex dans l'échantillon, on mesure mal la résistivité en continu, et on ne corrige pas de la magnétorésistance — il y a néanmoins un accord très satisfaisant. Il démontre qu'une mesure d'aimantation réversible à partir de la réponse linéaire est possible.



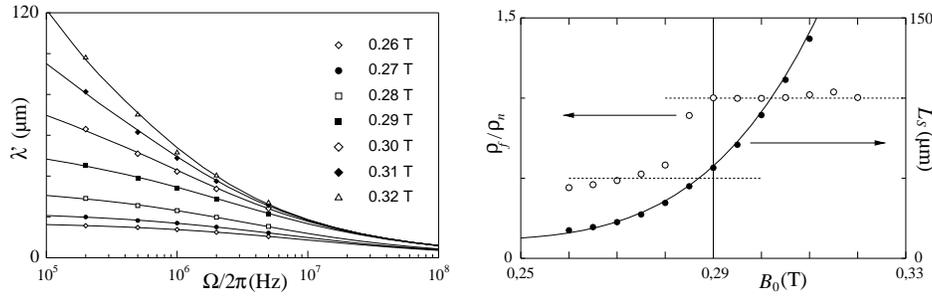
**Figure 31.** À gauche des mesures de l'angle de pertes sur un échantillon épais ( $n^\circ 2$ ,  $\circ$ ) et un échantillon mince ( $n^\circ 3$ ,  $\bullet$ ) en champ perpendiculaire ; à droite le spectre en fréquence d'un échantillon Nb ( $n^\circ 5$ ), avec en traits pleins un ajustement de l'équation (3.42) et en tirets le spectre (3.42) calculé dans la limite épaisse  $\delta_f \ll d$  avec les mêmes paramètres  $\rho_f$  et  $L_S$ .

[Deviations from the universal behavior observed in thick slabs. In the phase-amplitude diagramme (left), the response of a thin sample (slab No. 3,  $\bullet$ ) deviates strongly from the universal line (slab No. 2,  $\circ$ ). Same thing for the low frequency spectrum (right: sample Nb No. 5); here solid lines are fits to equation (3.50) which takes into account the finite thickness,  $d = 0.19$  mm, of the sample. Dashed lines is the same spectrum corrected for the finite size effect.]

### 3.2. La signature géométrique de l'électrodynamique à deux modes

Une particularité de notre modèle à deux modes, est l'existence d'un mode profond sur une longueur  $\delta_f \gg \lambda'$ , la profondeur de pénétration apparente. Ce dernier point mérite l'examen expérimental. Il suffit pour cela d'opérer sur un échantillon suffisamment mince pour que la condition  $\lambda'(0) \ll d \ll \delta_f$  soit réalisée. Si  $\lambda'(0)$  est une vraie longueur d'écrantage, la réponse ac doit être inchangée. Dans un modèle à deux modes, le passage de l'épaisseur  $d$  en dessous de la profondeur  $\delta_f$  a des conséquences dramatiques sur la réponse linéaire ; en particulier, il supprime les pertes puisque la lame devient alors transparente pour le mode profond. Cet effet est observé sur la figure 31.

La partie gauche de la figure montre deux mesures de l'angle de pertes pour deux échantillons préparés de la même manière, qui se distinguent uniquement par leur épaisseur. Le premier (échantillon  $n^\circ 1$ ) est en limite épaisse ( $d > 3\delta_f$ ), et montre la réponse universelle de la figure 25. Le deuxième (échantillon  $n^\circ 3$ ) a une épaisseur  $d \approx 0,3$  mm et montre une suppression considérable des pertes, alors même que  $d > 10\lambda'(0)$ . Notons qu'un accord quantitatif entre l'équation (3.50) et l'expérience est difficile à réaliser parce que l'équation (3.50) a été écrite avec l'hypothèse que les deux faces sont parfaitement identiques, et que seule la solution paire (3.50) apparaît dans la lame ; il suffit que les deux faces soient localement asymétriques pour que la solution impaire (3.52) contribue, ce qui change fortement les pertes.



**Figure 32.** Transition état mixte, supraconductivité de surface (échantillon n° 1, 4,2 K). La géométrie du champ oblique permet d'explorer continûment la réponse linéaire au passage à  $B_{c2}$ . On n'observe aucune continuité, que ce soit sur le spectre de fréquence (à gauche) ou sur l'intensité  $L_S$  de l'ancrage de surface (à droite) ; seule la résistivité flux-flow (à droite) est discontinue, à cause de l'anisotropie de l'état mixte qui disparaît à  $B_{c2}$ .

[Transition between the mixed-state and the surface-superconductivity regimes (sample No. 1, 4.2 K). The oblique-field geometry allows for a continuous investigation of the linear response across  $B_{c2}$ . No discontinuity is observed in the frequency spectra (left) or in the pinning strength  $L_S$  (right); only the flux-flow resistivity (right) is discontinuous at  $B_{c2}$  due to the vanishing of the mixed-state anisotropy.]

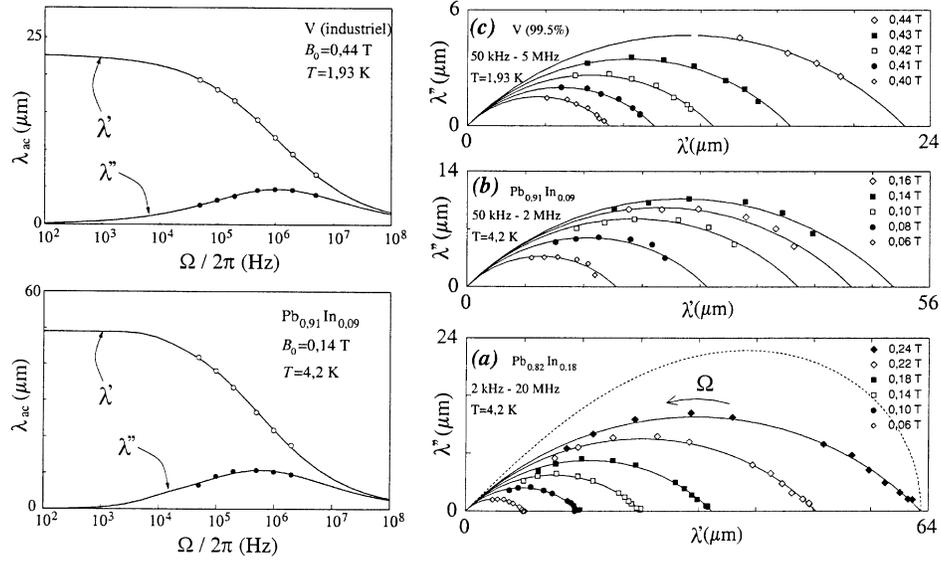
La partie droite de la figure 31 montre la manifestation de l'effet de taille sur le spectre de fréquence dans un échantillon Nb (n° 5). Elle se caractérise par l'apparition d'un troisième régime basse fréquence  $f < 0,3$  MHz où les pertes commencent à chuter rapidement. Corrélativement,  $\lambda'$  sature sur un plateau qui est égal à  $(1/L_S + 2/d)^{-1}$ .

Si on ne prend pas garde à manipuler sur des échantillons très épais ( $d \gtrsim 3\delta_n$ ), on peut être amené à des conclusions erronées sur l'interprétation du spectre. Ce problème est spécialement important dans  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ , où les échantillons sont en général de petite taille, alors que la résistivité est assez élevée.

### 3.3. Le régime de supraconductivité de surface

Une dernière confirmation de notre modèle repose sur les mesures que nous avons effectuées dans la gamme de champs magnétiques entre  $B_{c2}$  et  $B_{c3}$ , où l'échantillon est dans l'état normal dans le volume, alors que persiste un état mixte dans une couche d'épaisseur  $\xi$  à la surface, avec des vortex  $\parallel$  en crête  $\perp$  qui contribuent à la réponse alternative. Comme le deuxième mode vit lui-même seulement dans cette couche superficielle, le seul changement qui a lieu à  $B_{c2}$  concerne le premier mode, qui devient simplement le mode  $\lambda_n$  de l'état normal. On s'attend donc à mesurer le même spectre (3.42) au-dessus de  $B_{c2}$ .

Nous avons testé cette idée sur l'échantillon n° 1, avec  $B_0$  orienté à  $45^\circ$  par rapport aux surfaces. Les résultats sont présentés sur la figure 32. On observe effectivement le même spectre (3.42) de part et d'autre de  $B_{c2}$ . Le paramètre de



**Figure 33.** À gauche, spectres de fréquence dans  $\text{Pb}_{0.91}\text{In}_{0.09}$  (échantillon n° 4, en bas) et du vanadium (échantillon n° 6, en haut) ; les traits pleins sont un ajustement des données à l'équation (3.42). À droite, diagrammes d'Argand de la réponse ac  $\lambda_{ac}(\Omega)$  (échantillons n° 2 (a), 4 (b) et 6 (c) en champ oblique). Les quarts de cercle sont des ajustements des données à l'équation (3.42) à l'aide du seul paramètre  $L_S$  (intersection avec l'abscisse). Sur le même diagramme, la réponse d'un réseau ancré en volume (tirets), est nettement différente.

[Left, frequency spectra in  $\text{Pb}_{0.91}\text{In}_{0.09}$  (sample n° 4, lower), and vanadium (sample No. 6, upper); solid lines are fits to equation (3.42). Right, Argand diagrams of the ac response  $\lambda_{ac}(\Omega)$  (samples Nos. 2 (a), 4 (b) and 6 (c) in oblique field). Quarter circles are fits to equation (3.42) using  $L_S$  as the only adjustable parameter (real axis intercept). On the same diagramme, the bulk pinning response (dashes), is quite contrasted.]

piégeage de surface  $L_S$  est continu à la transition comme il se doit. En revanche, la résistivité fait un saut de  $\rho_f = \rho_n/2$  à  $\rho_n$ , conformément à la disparition de l'anisotropie de la résistivité de flux-flow à  $B_{c2}$ .

### 3.4. L'universalité de la réponse alternative

Afin d'établir la généralité des spectres observés, nous avons reproduit nos mesures dans d'autres matériaux standards, comme par exemple le vanadium et le niobium commercial ainsi qu'un alliage PbIn de plus faible concentration. La partie gauche de la figure 33 montre que les spectres sont de la même nature, et que l'ancrage en surface n'est pas une propriété du seul alliage  $\text{Pb}_{0.82}\text{In}_{0.18}$ . La forme universelle des spectres d'impédance est bien illustrée dans le diagramme d'Argand  $\lambda''(\lambda')$  de la partie droite de la figure 33. Nous y avons rassemblé des mesures sur deux alliages de PbIn (échantillon n° 2 et 4) et sur le vanadium (échantillon n° 6). On observe

bien le quart de cercle caractéristique qu'on obtient par inversion de la droite  $\lambda_{ac}^{-1}$  décrite par l'équation (3.42) (en variant la fréquence). Deux caractéristiques, bien observées sur la figure, méritent d'être mentionnées : la dépendance linéaire,  $\lambda' + \lambda'' = \lambda'(0)$ , à basse fréquence, qui contraste avec la verticale prévue pour l'ancrage en volume (en tirets sur la Fig. 33a à droite) ; et, comme nous l'avons déjà remarqué, l'amplitude du maximum de  $\lambda''$  qui est 30 % inférieur à la valeur du piégeage en volume.



## YBaCuO : un supraconducteur à haute $T_c$

---

On ne peut pas discuter les questions d'ancrage sans considérer les supraconducteurs à haute  $T_c$  (HTC) qui ont été incontestablement les plus étudiés, tant au niveau théorique qu'au niveau expérimental, dans les dix dernières années.

La grande nouveauté de l'état mixte des HTC est l'existence d'une phase purement dissipative à haute température, au-dessous de la ligne  $B_{c2}$ . Elle se caractérise par l'absence de courant critique et de métastabilité. La perspective d'une variété de phases de vortex, se distinguant soit par l'organisation du réseau de vortex soit par la structure même des vortex, a ouvert un nouveau domaine de la physique connu sous le nom de matière vortex *ii*. À cet égard, la réponse linéaire est un outil expérimental de choix à la fois pour caractériser les phases (dynamique et ancrage) et pour étudier les transitions avec un minimum de perturbation (voir Chap. 2).

Notre intérêt se porte sur  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  qui est un matériau anisotrope mais malgré tout tridimensionnel, et récemment disponible sous forme de monocristaux de bonne qualité. Certains de ces cristaux sont aussi de grande taille ( $\text{mm}^3$ ), et permettent la mise en œuvre des techniques d'impédance de surface (paragraphe 3).

Les expériences présentées dans ce chapitre sont le fruit d'une collaboration avec le CRISMAT de Caen (Pautrat, Goupil et Simon) et l'ISTEC de Tokyo (Rykov et Tajima).

### 1. Propriétés physiques et diagramme de phase

Les HTC sont des cuprates où la supraconductivité est assurée par des plans de  $\text{CuO}_2$  entre lesquels sont intercalés d'autres plans faiblement conducteurs dont la composition chimique est spécifique du matériau. Les fortes températures critiques impliquant de faibles longueurs de cohérence, il s'agit sans exception de supraconducteurs de type II. Les HTC montrent une richesse de phénomènes plus ou moins bien compris, que nous résumons ici en nous restreignant au seul composé  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ .

La température critique dépend fortement du dopage en oxygène et culmine à 92 K au dopage optimum  $\delta \approx 0,07$ . Comme presque tous les HTC, il s'agit d'un matériau anisotrope : la résistivité dans les plans  $\text{CuO}_2$  est beaucoup plus faible que celle perpendiculaire aux plans. Dans les monocristaux non maclés

on observe même une anisotropie dans le plan due à l'orthorhombicité. Suivant les conventions, nous appelons  $\hat{c}$  la direction perpendiculaire aux plans,  $\hat{b}$  la direction de plus faible résistivité, et  $\hat{a}$  la troisième direction.

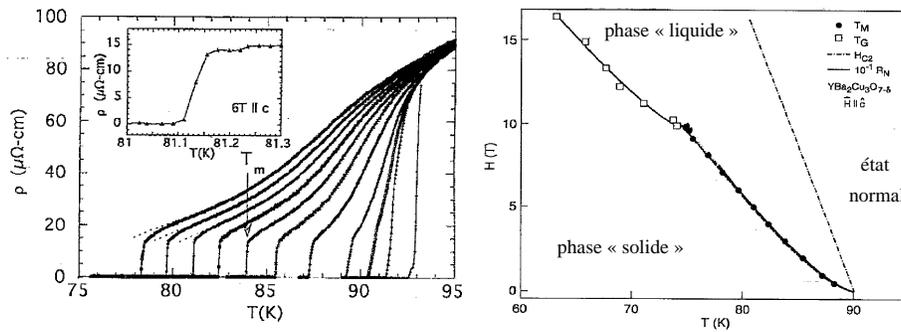
Pour tenir compte de l'anisotropie modérée d' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ , il suffit de remplacer le facteur  $1/m$  dans l'équation (1.1) par un tenseur de masse, qui a les valeurs principales  $1/m_c < 1/m_a < 1/m_b$  le long des axes indiqués par les indices. Toutes les grandeurs dont la définition contient la masse électronique sont donc anisotropes et notées avec un indice correspondant<sup>1</sup>. Le facteur d'anisotropie  $\gamma_{ab} = \sqrt{m_a/m_b} = 1,23$  dans le plan  $\hat{a}\hat{b}$  est suffisamment faible pour qu'on puisse admettre dans une première approximation que  $m_a = m_b$ . En revanche l'anisotropie entre les directions  $\hat{b}$  et  $\hat{c}$ ,  $\gamma_{bc} = \sqrt{m_c/m_b} \approx 8,9$ , ne peut donc jamais être négligée [56]. Ces valeurs s'appliquent aux monocristaux non maclés. La plupart des échantillons contiennent une grande densité de plans de macles, de part et d'autre desquels les orientations  $\hat{a}$  et  $\hat{b}$  s'intervertissent. Ces plans sont parallèles à  $\hat{c}$  et à  $45^\circ$  des directions  $\hat{a}$  et  $\hat{b}$ . Ils restaurent l'isotropie en moyenne dans les plans. Nous ne considérons pas ici ce type de matériaux.

Comme  $\kappa$  est proportionnel à  $T_c$ ,  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  est un supraconducteur de type II assez marqué ( $\kappa \sim 20-30$  selon les auteurs), et le champ critique  $B_{c2}$  n'est malheureusement pas accessible avec les champs magnétiques disponibles aujourd'hui. À  $T = 0$ , on a typiquement  $B_{c2} \sim 100$  T le long de l'axe  $\hat{c}$ , alors que  $B_{c1} \sim 0,03$  T prend des valeurs standard.

La figure 34 montre l'évolution typique de la transition supraconductrice sous champ. La transition nette qu'on observe sur la résistance  $R(T)$  à champ nul s'élargit fortement sous le champ ; l'état de tension nulle n'apparaissant qu'à beaucoup plus basse température. Pour cette raison, le champ critique supérieur  $B_{c2}$  est assez difficile à identifier, ce qui explique qu'on ne dispose pas encore de valeurs fiables de  $B_{c2}$ ,  $\xi$  et  $\kappa$ .

La nature du passage du régime dissipatif ( $R \neq 0$ ,  $I_c = 0$ ) au régime non-dissipatif ( $R = 0$ ,  $I_c \neq 0$ ) dépend surtout de la qualité de l'échantillon. Dans les échantillons de très haute qualité, ce changement de régime est assez brutal, accompagné non seulement d'une chute de la résistance  $R(T)$  à zéro (cf. Fig. 34) [57], mais aussi d'une discontinuité de l'aimantation  $\Delta(\mu_0 M) \lesssim 10^{-4}$  T [58] et d'une chaleur latente  $\Delta S \sim 0,5 k_B$  par vortex et par plan  $\text{CuO}_2$  [59]. Ceci suggère l'existence d'une transition de phase (premier ordre) au sein même de l'état mixte, que les théories interprètent comme une fusion du réseau de vortex ; d'où la notation  $B_m(T)$  (ou  $T_m(B)$ ), l'indice  $m$  faisant allusion au terme anglais *melting*. Selon cette théorie, la phase non-dissipative serait donc un cristal de vortex (ou verre de Bragg), alors que la phase dissipative serait un liquide, dans lequel les vortex seraient désordonnés, voire mutuellement enchevêtrés.

1. Dans le cas de  $\lambda$  l'indice se rapporte à la direction du courant. Un vortex perpendiculaire aux plans  $\hat{a}\hat{b}$  a par exemple un cœur ellipsoïdal avec le grand rayon  $\xi_a$  parallèle à  $\hat{a}$  et le petit rayon  $\xi_b$  parallèle à  $\hat{b}$ . Le courant qui circule autour de lui forme une ellipse orientée dans le même sens ( $\lambda_b < \lambda_a$ ).



**Figure 34.** À gauche la dépendance en température de la résistance continue d'un échantillon  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  d'après Kwok *et al.* [57] (avec la permission de l'American Physical Society, 2000), montrant l'élargissement de la transition supraconductrice sous champ et la transition brutale à  $T_m(B)$ . À droite le diagramme de phase d' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  tiré d'une mesure de résistance (d'après Safar *et al.* [60]) ; le trait pointillé est la ligne  $H_{c2}(T)$ .

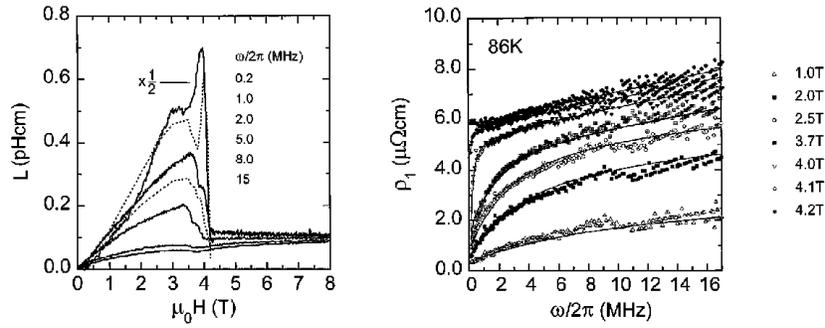
[Left, broadening of the superconducting transition under magnetic field ( $B = 0-8$  T) in  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  after Kwok *et al.* [57]. Resistance vanishes at a lower temperature  $T_m(B) < T_c$ . Right, main lines of the phase diagram of  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  after Safar *et al.* [60].]

Le passage du régime dissipatif au régime non-dissipatif ne prend l'aspect d'une transition du premier ordre que dans les cristaux de très bonne qualité. Dans la plupart des échantillons de qualité moindre, les transitions du premier ordre que nous venons de décrire ne sont pas observées. Comme nous avons vu au chapitre 2, on attribue en général un rôle assez important aux désordre cristallin de l'échantillon, qui serait de nature à détruire la périodicité à grande échelle du réseau de vortex même dans sa phase dite  $\text{ii}$  solide  $\text{ii}$ . Par analogie avec les verres de spin, on assimile la phase solide à un verre de vortex, et on considère la transition de cette phase vitreuse vers la phase liquide comme une transition vitreuse, en la notant  $B_g(T)$  ou  $T_g(B)$ .

Comme l'effet du désordre croît avec le champ, on s'attend à trouver les deux types de transition (transition vitreuse et fusion) dans le même échantillon. C'est l'interprétation donnée par Safar *et al.* au diagramme de phase de la figure 34, où le changement de pente dans la ligne de transition, s'accompagne de la disparition de discontinuité et marque l'existence d'un point critique (Fig. 34).

Nous n'avons retenu ici que les lignes les mieux établies du diagramme de phase d' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  ; certains auteurs rapportent l'existence de lignes supplémentaires plus ou moins bien confirmées par la suite.

Nous verrons au paragraphe 3 que le scénario d'une fusion du réseau de vortex n'est pas fermement établi expérimentalement. Certaines expériences ne sont pas compatibles avec ce modèle, et on peut trouver dans la littérature des interprétations alternatives au scénario de fusion [61].



**Figure 35.** Impédance haute fréquence d'un cristal d' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  d'après Wu *et al.* [62] : l'inductance  $L(H)$  (à gauche) montre une discontinuité à la transition  $\mu_0 H = 4$  T ; en dessous de la transition, les spectres de résistivité (à droite) présentent une forte dispersion.

[High-frequency impedance of an  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  crystal after Wu *et al.* [62] : the inductance  $L(H)$  (left) has a discontinuity at the melting field  $\mu_0 H = 4$  T ; below the transition, resistivity spectra (right) are highly dispersive.]

## 2. Quelques mesures récentes à haute fréquence

Il y a paradoxalement assez peu de mesures directes de la réponse haute fréquence en régime linéaire dans  $\text{YBaCuO}$ . Celles-ci sont, pour la plupart, des tentatives d'observation des lois d'échelle à la transition vitreuse (*cf.* paragraphe 1.4, Chap. 2), et sont généralement cantonnées dans les films minces assez désordonnés ; elles ne sont donc pas directement pertinentes pour notre problème de localisation des sources d'ancrage. Nous discutons ci-dessous deux expériences faites à plus basse température, qui nous semblent assez représentatives de l'état de l'art sur la réponse ac dans  $\text{YBaCuO}$ .

### 2.1. Résistance RF d'un cristal d' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$

Le travail de Wu *et al.* est un exemple typique des difficultés liées à la mesure de résistivité complexe [62]. Wu *et al.* font des mesures de résistance complexe dans une gamme de fréquences 100 kHz–16 MHz dans un cristal  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  démaclé, avec les dimensions  $1,5 (s) \times 0,5 (w) \times 0,055 (d) \text{ mm}^3$  [63] (l'axe  $\hat{c}$  et  $\mathbf{B}_0$  sont parallèles à l'épaisseur). Ils utilisent une technique où l'échantillon est inséré dans un câble coaxial, ce qui permet de mesurer la transmission d'un signal haute fréquence, et d'en déduire son impédance. En faisant l'hypothèse d'une distribution uniforme du courant dans leur plaquette, ils en tirent une résistivité complexe  $\varrho_{ac} = \varrho' - i\Omega\mathcal{L}$ , dont les dépendances en champ et en fréquence sont reproduites sur la figure 35. Leur motivation est d'étudier la transition  $B_m(T)$ , située à  $B_0 = 4,1$  T à  $T = 86$  K, et de mettre en évidence une discontinuité en s'appuyant sur leur modèle décrit au paragraphe 1.5 du chapitre 2.

Wu *et al.* tirent deux conclusions de leurs mesures. D'une part, ils y voient une confirmation expérimentale de leur modèle de la réponse linéaire détaillé au paragraphe 1.5 du chapitre 2 ; et d'autre part, ils tirent de l'ajustement du modèle aux données expérimentales, une dépendance en champ du module de cisaillement  $c_{66}$  qui présente un saut à  $B_m(T)$ . Cette discontinuité est de nature à appuyer le scénario d'une fusion du réseau sous forme d'une transition de phase du premier ordre.

Leur analyse des données expérimentales présente de nombreuses difficultés qui sont détaillées en référence [52] ; en particulier, compte tenu de la géométrie de leur expérience, l'hypothèse d'une distribution uniforme du courant de transport qui sous-tend leur analyse est peu crédible ; que ce soit à bas champ pour des longueurs de Campbell petites devant l'épaisseur de la plaquette, ou à haute fréquence à cause de l'effet de peau.

En fait, une fois prises en compte les spécificités géométriques de l'expérience de Wu *et al.*, on constate que les dépendances observées sur les figures 35, y compris la chute de  $\mathcal{L}$ , ne sont pas des signatures fortes d'une dynamique particulière des vortex et peuvent s'expliquer avec les concepts classiques de fréquence de piégeage.

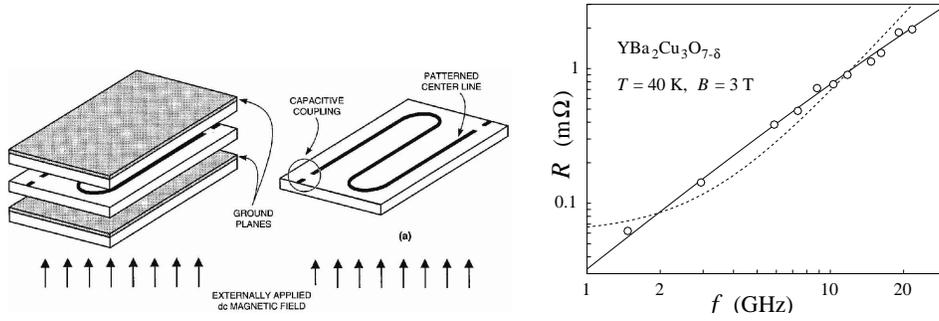
Nos propres mesures sur des échantillons de même qualité, mais de plus grande taille, vont permettre de conclure à l'absence d'ancrage en volume dans des échantillons de même nature (*cf.* paragraphe 3).

## 2.2. Impédance micro-onde d'un film d' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$

Belk *et al.* utilisent les modes de résonance d'une ligne planaire pour mesurer l'impédance d'un film épitaxié d' $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  à très haute fréquence [64, 65] ; nous avons reproduit leur dispositif expérimental sur la figure 36. Les différents modes permettent de couvrir une gamme de fréquences assez large 1,2–22 GHz, ce qui est exceptionnel à ces fréquences, et d'étudier ainsi la dynamique des vortex à basse température (entre 5 et 55 K), où la fréquence de piégeage  $\Omega_p$  est assez élevée. Par les variations des pertes et des fréquences de résonance, ils remontent à l'impédance de surface complexe. Les échantillons sont des films  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  gravés pour constituer l'âme du résonateur. Ils ont une épaisseur typique de  $0,58 \mu\text{m}$ , ce qui est limite mais suffisant pour réaliser l'effet de peau.

Un résultat typique est présenté sur la figure 36, qui montre la résistivité de surface  $R_Z$  en fonction de  $\Omega$ . Les auteurs observent une loi de puissance  $R_Z \propto \Omega^{1,2}$ , avec un exposant indépendant de la température. Ils montrent qu'un ajustement des paramètres du modèle de Coffey et Clem ne donne pas d'accord satisfaisant avec leurs mesures. D'ailleurs, ils ne trouvent pas la dépendance exponentielle en température suggérée par ce modèle. Les auteurs concluent que le modèle de Coffey et Clem n'est pas compatible avec leurs mesures. Ils reprennent et modifient donc le modèle de Koshelev et Vinokur, et interprètent la loi de puissance comme une signature d'une dynamique vitreuse.

Nous avons essayé nous-mêmes d'ajuster l'expression (2.21) de Koshelev et Vinokur aux données de la figure 36, mais nous avons obtenu des paramètres plus ou moins absurdes ( $\rho_f < 1 \text{ n}\Omega \text{ cm}$ ,  $U_c < k_B T$ ). Nous soupçonnons donc que



**Figure 36.** À gauche : schéma du résonateur  $ij$  stripline  $i\tilde{i}$  de Belk *et al.* [65] (avec la permission de l’American Physical Society, 2000). À droite : dépendance en fréquence de la résistance de surface. En tirets un ajustement du modèle de Coffey et Clem ( $\lambda_C = 89$  nm,  $\varrho_f = 0,25$   $\mu\Omega$  cm,  $U_c/k_B = 330$  K), en trait plein un ajustement de notre modèle ( $L_S = 70$  nm,  $\varrho_f = 0,4$   $\mu\Omega$  cm).

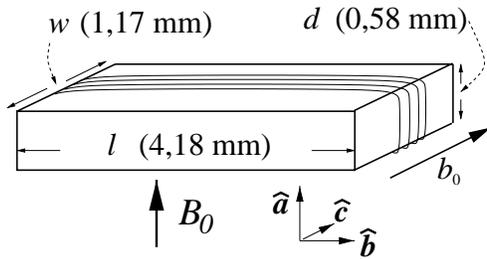
[Left, the “stripline” resonator used by Belk *et al.* [65] for microwave impedance measurements. Right, the surface resistance, the best fit to equation (2.9) for the Coffey and Clem model (dashed line, Eq. (2.9) with  $\lambda_C = 89$  nm,  $\varrho_f = 0.25$   $\mu\Omega$  cm,  $U_c/k_B = 330$  K), and a better fit with equation (3.42) (solid line,  $L_S = 70$  nm,  $\varrho_f = 0.4$   $\mu\Omega$  cm).]

l’accord mis en avant par Belk *et al.* tient à leur interprétation un peu personnelle de la théorie de Koshelev et Vinokur, qui traite la fonction de distribution des barrières  $\zeta_{2n}$  plus ou moins comme une fonction ajustable (*cf.* paragraphe 1.3).

Sur la figure 36, on a également présenté un ajustement du résultat (3.42) de notre modèle à deux modes aux données, qui semble satisfaisant. On en tire des valeurs  $L_S$  et  $\varrho_f$  du bon ordre de grandeur. Avec ces chiffres, nous trouvons que  $\delta_f$  varie entre 0,2 et 0,7  $\mu\text{m}$ , ce qui est raisonnablement proche de la limite de lame épaisse, et justifie notre ajustement. Nous pensons donc que l’électrodynamique à deux modes s’applique à  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ , ce qui est d’ailleurs confirmé par nos propres mesures discutées au paragraphe 3.

### 3. Résultats expérimentaux

Dans ce paragraphe, nous résumons les résultats d’une série de mesures que nous avons réalisées au CRISMAT de Caen sur des cristaux en provenance de l’ISTEC de Tokyo. Comme le temps et le matériel disponibles pour cette expérience étaient limités, nous n’avons pas pu perfectionner le montage autant que nous voulions. Par conséquent, les données n’ont pas la même qualité que celles des paragraphes précédents. S’agissant d’une première expérience sur  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ , notre but était surtout de démontrer que nos résultats reproduisent bien l’allure générale du spectre (3.42) prédit par notre modèle, avec un changement de régime de piégeage étendu sur quatre décades de fréquences. Pour le reste nous ne ferons pas de discussion quantitative sur les paramètres  $\varrho_f$  et  $L_S$ .



**Figure 37.** Les dimensions de l'échantillon  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  et la géométrie expérimentale.

[Geometry of the  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  crystal.]

Nos résultats ne laissent aucun doute sur le fait que la réponse linéaire d'un échantillon  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  de bonne qualité est entièrement régie par la surface, et que le piégeage en volume n'intervient pas dans le problème.

### 3.1. L'échantillon et la géométrie expérimentale

Notre échantillon a été fabriqué à l'ISTEC par Rykov. Il fait partie d'une nouvelle génération d'échantillons démaclés et de très bonne qualité, de ceux qui ont permis de démontrer que la fusion du réseau de vortex est une transition du premier ordre (*cf.* paragraphe 3). Mis à part la qualité, ce sont surtout les dimensions  $4,18(\hat{b}) \times 1,17(\hat{c}) \times 0,58(\hat{a}) \text{ mm}^3$  (Fig. 37) qui rendent l'échantillon exceptionnel, car elles nous ont permis d'atteindre l'effet de peau au-dessus de 1 MHz dans l'état normal, et de 0,1 MHz dans l'état mixte.

La géométrie expérimentale que nous avons utilisée est présentée sur la figure 37. Le champ principal  $B_0 = 0-6 \text{ T}$  est orientable dans le plan  $\hat{a}\hat{c}$ , et le champ excitateur est aligné sur l'axe  $\hat{c}$  de sorte que les courants d'écrantage circulent dans le plan  $\hat{a}\hat{b}$  de faible résistivité. Dans les conditions de l'effet de peau, le flux pénètre dans l'échantillon par les grandes faces perpendiculaires à l'axe  $\hat{a}$ , avec des courants qui circulent le long de l'axe  $\hat{b}$ . Comme précédemment, on néglige la pénétration par les bords (faces perpendiculaires à l'axe  $\hat{b}$ ), où la force de Lorentz exercée sur les vortex par un courant parallèle est nulle. Le régime d'effet de peau sera donc obtenu selon le critère habituel  $\delta_f \lesssim d/3$ . Au-dessus de 100 kHz, cette condition est réalisée quand  $\rho_f$  est inférieur à  $1,6 \mu\Omega \text{ cm}$  (respectivement  $16 \mu\Omega \text{ cm}$  au-dessus de 1 MHz).

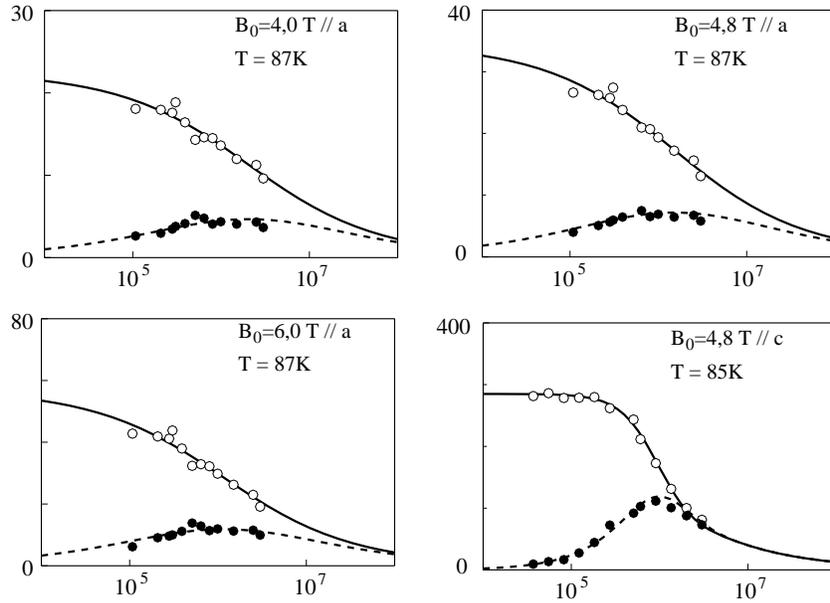
Les paramètres importants pour notre expérience ont été mesurés soigneusement à l'ISTEC [56]. Nous avons déjà mentionné les paramètres d'anisotropie  $\gamma_{ab} = 1,23$ ,  $\gamma_{bc} = 8,9$  au paragraphe 1. La résistivité  $\rho_{n,b} = 30 \mu\Omega \text{ cm}$  le long de l'axe  $\hat{b}$  juste au-dessus de  $T_c$  est déduite d'une mesure en continu ; cette valeur a d'ailleurs été trouvée par d'autres auteurs [66] et semble devenir une valeur de référence pour les échantillons  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  de très bonne qualité. On en déduit que  $\rho_{n,a} = 45 \mu\Omega \text{ cm}$  et  $\rho_{n,c} = 2400 \mu\Omega \text{ cm}$ . L'échantillon a été réoxygéné pendant 48 h à  $880 \text{ }^\circ\text{C}$  avant nos mesures ; il est légèrement surdopé, avec une température critique  $T_c = 91,8 \text{ K}$ . Il est essentiellement démaclé, à l'exception de quelques paires de macles de taille nanométrique, qui sont détectées en lumière polarisée.

Revenons sur les conditions de l'effet de peau. D'après les ordres de grandeur, il est exclu de travailler avec le courant parallèle à l'axe  $\hat{c}$ , et d'utiliser la géométrie naturelle d'un champ exciteur parallèle au grand axe  $\hat{b}$  de l'échantillon. Par ailleurs, les conditions les plus favorables vis-à-vis de l'effet de peau sont réalisées si  $\mathbf{B}_0 \parallel \hat{a}$ , de sorte que  $\rho_f$  est le plus faible à cause de l'anisotropie  $\gamma_{bc}$ . On estime  $\rho_f/B_0 \approx \rho_n/\gamma_{bc}B_{c2} \approx 0,3 \mu\Omega \text{ cm/T}$ , avec  $B_{c2} \approx 10 \text{ T}$  (le champ critique le long l'axe  $\hat{c}$ ) à  $T = 87 \text{ K}$ . Dans ces conditions, on reste en régime d'effet de peau jusqu'à 6 T. Pour ces raisons, nous avons finalement effectué la plupart de nos mesures dans la géométrie de la figure 37 ; quelques mesures ont cependant été effectuées avec les deux champs  $\mathbf{b}_0$  et  $\mathbf{B}_0$  parallèle à l'axe  $\hat{c}$  afin de pouvoir atteindre la phase dite  $\parallel$  liquide  $\perp\perp$ . Toujours à cause de la forte anisotropie de résistivité de l'état normal, l'étalonnage standard, module et phase à partir de la réponse normale est hasardeux. Nous lui avons préféré un étalonnage en deux temps : dans un premier temps, on calibre l'amplitude du flux parasite ( $B = 0$ ,  $T \ll T_c$ ) en le comparant avec à la pénétration totale du champ dans l'état normal l'échantillon ( $T > T_c$ , basse fréquence), ensuite on utilise ce signal qui est indépendant de la fréquence comme référence pour les mesures.

### 3.2. Le montage

La canne et le montage ont été fabriqués sur mesure pour le cryostat du CRISMAT de Caen que nous avons utilisé. Il comprend strictement les mêmes éléments que le montage de l'ENS et ne sera donc pas discuté dans la suite. Il est plus léger et plus mince que le montage de l'ENS, et il est équipé d'une sonde de température, qui est une résistance de platine branchée sur une régulation de température du type LakeShore DRC-91CA. Le cryostat est fabriqué par Oxford et contient deux bobines supraconductrices de 12 T en position de  $\parallel$  Helmholtz  $\perp\perp$ , ce qui donne un champ magnétique maximal de 6 T dans un grand volume d'homogénéité. Dans ce volume s'insère un contre-cryostat à température variable de 4 K à environ 200 K. Le montage peut être tourné sur son axe, de manière à orienter l'échantillon dans le champ magnétique.

L'utilisation de forts champs magnétiques est à l'origine d'un certain nombre de problèmes que nous n'avons malheureusement pas toujours réussi à résoudre de manière satisfaisante. L'électronique de mesure, qui est sensible au champ magnétique, doit être éloignée du cryostat. Mais le problème principal vient des effets microphoniques dus aux vibrations. En dépit d'efforts considérables pour immobiliser tous les fils, nous n'avons pas pu les éliminer complètement. Les vibrations donnent une série de pics de résonance distribués sur une large gamme de fréquences jusqu'à environ 200 kHz. On peut identifier dans l'état normal les gammes de fréquences les plus polluées pour les exclure de la mesure ; la contribution résiduelle des vibrations est finalement éliminée en moyennant le signal sur une série de fréquences voisines.



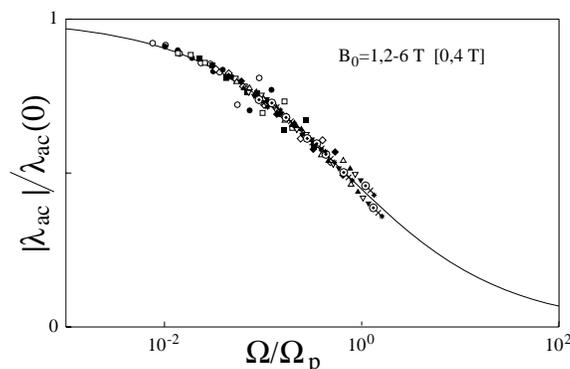
**Figure 38.** Quelques spectres obtenus avec un échantillon  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ . Les fréquences en abscisse sont en Hz, les profondeurs  $\lambda'$  (○) et  $\lambda''$  (●) en ordonnée sont en  $\mu\text{m}$ . Les lignes sont un ajustement de l'équation (3.50).

[A few spectra  $\lambda_{ac}(f)$  measured in the mixed state of a large  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  crystal with the field perpendicular to the  $c$ -axis. Frequencies, in abscissa, are in Hz; depths  $\lambda'$  (○) et  $\lambda''$  (●) are in  $\mu\text{m}$ . Lines are fits to equation (3.50).]

### 3.3. Les spectres de fréquence pour $\mathbf{B}_0 \parallel \hat{c}$ et $\mathbf{B}_0 \parallel \hat{a}$

En orientant  $\mathbf{B}_0$  parallèle à l'axe  $\hat{c}$ , et donc aussi parallèle au champ excitateur  $b_0$ , on peut observer la ligne d'irréversibilité. La figure 38 (en bas à droite), montre un spectre au-dessus de  $T_m$ . C'est une réponse idéale, avec  $\lambda'(0) = d/2$ , et une transition vers l'effet de peau autour de 1 MHz. La figure montre clairement que l'effet de taille domine dans cette géométrie au-dessous de 1 MHz et affecte l'analyse quantitative du spectre en dessous de  $T_m$ . Pour cette raison, nous avons concentré nos efforts sur la géométrie  $\mathbf{B}_0 \parallel \hat{a}$ .

En champ parallèle à  $\hat{a}$ , on est toujours en régime d'ancrage parce que  $B_m \simeq B_{c2} \gg 6 \text{ T}$  à  $T = 87 \text{ K}$ . Quelques exemples de spectres  $\lambda'(\Omega)$ ,  $\lambda''(\Omega)$ , sont montrés sur la figure 38, de même que leur ajustement à l'équation (3.42) de notre modèle. On a utilisé comme paramètre ajustable  $L_S$  et  $\Omega_p$ . L'accord est très bon, et montre clairement un changement de régime de piégeage sur quatre décades, caractéristique de l'ancrage en surface. Nous en concluons donc que notre modèle reste valable même dans  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ , pourvu que l'échantillon soit d'une qualité suffisamment bonne, et qu'une interprétation de nos mesures en termes de la théorie de piégeage collectif en volume n'est pas justifiée.



**Figure 39.** Le module réduit  $|\lambda_{ac}|/\lambda_{ac}(0)$  de  $\lambda_{ac}$  en fonction de la fréquence réduite  $\Omega/\Omega_p$  pour la gamme de champs 1,2–6,0 T (au pas de 0,4 T) [67]. La ligne continue est la courbe théorique tirée de l'équation (3.42).

[Scaling of the frequency spectra  $\lambda_{ac}(B, f)$  in  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$  ( $B = 1.2\text{--}6.0$  T by step of 0.4 T) [67]; lengths and frequencies have been normalized to the quasistatic penetration depth  $\lambda_{ac}(B, 0)$ , and to the pinning frequency  $\Omega_p(B)$  respectively. The solid line is the theoretical curve deduced from equation (3.42).]

La figure 39 montre la dépendance universelle de  $|\lambda_{ac}|/\lambda_{ac}(0)$  en fonction de  $\Omega/\Omega_p$  pour tous les champs entre 1,2 T et 6 T, de même que la courbe théorique tirée de l'équation (3.42).

### 3.4. Discussion des résultats

Notre résultat est moins banal qu'il n'en a l'air. Pour ce qui est de la phase dissipative  $T > T_m$  ( $\mathbf{B}_0 \parallel \hat{\mathbf{c}}$ ), il confirme que dans cette phase les vortex sont strictement dépiégés, et non dans un régime thermiquement activé (où on devrait observer le spectre prédit par Coffey et Clem).

Pour ce qui est de la phase non-dissipative  $T < T_m$  ( $\mathbf{B}_0 \parallel \hat{\mathbf{a}}$ ), il s'agit à notre connaissance de la première expérience qui permet de localiser les sources d'ancrage dans les HTC. L'ancrage en volume est un ingrédient des théories de la  $\text{jj}$  matière vortex  $\text{ii}$  et surtout de la  $\text{jj}$  fusion du réseau de vortex  $\text{ii}$ . Son absence, démontrée ici, est un élément important, qui suggère fortement que la notion du  $\text{jj}$  solide de vortex  $\text{ii}$  où du  $\text{jj}$  verre de vortex  $\text{ii}$  n'est pas nécessairement pertinente, et que le réseau de vortex dans la phase  $\text{jj}$  solide  $\text{ii}$  est plutôt un réseau d'Abrikosov ordinaire.

Mentionnons dans ce contexte les mesures de Pautrat *et al.*, qui portent sur la phase dissipative [68]. D'avis général, la phase dissipative est un  $\text{jj}$  liquide de vortex  $\text{ii}$  où les vortex sont complètement désordonnés et enchevêtrés [69] et peuvent en plus se couper. Dans le cadre du modèle de la  $\text{jj}$  matière vortex  $\text{ii}$ , l'enchevêtrement est un ingrédient nécessaire pour expliquer l'amplitude du saut d'entropie observé à la  $\text{jj}$  fusion du réseau de vortex  $\text{ii}$ . Dans un tel liquide de vortex enchevêtrés la relation de Josephson (1.15) devrait être fortement violée ;

cependant, les expériences de Pautrat *et al.* montrent clairement que la relation de Josephson reste valable dans la phase dissipative jusqu'au voisinage de  $T_c$ , où les fluctuations du paramètre d'ordre commencent à jouer. On en déduit donc que le réseau d'Abrikosov persiste dans la phase dissipative.

Puisqu'on ne peut confirmer expérimentalement ni le  $\text{ii}$  solide  $\text{ii}$  ou  $\text{ii}$  verre  $\text{ii}$  de vortex, ni le  $\text{ii}$  liquide  $\text{ii}$ , il est naturel de mettre en question le scénario dit  $\text{ii}$  fusion du réseau de vortex  $\text{ii}$  qui sépare ces deux phases. Un des arguments les plus forts en faveur d'une fusion, qui a en fait motivé ce modèle, est la disparition abrupte du module de cisaillement  $c_{66}$  qu'elle prédit. Une disparition abrupte de  $c_{66}$  revient à passer d'un régime vitreux, où les vortex sont piégés en paquets de taille  $V_c$ , à un régime liquide sans aucune cohérence entre les vortex, où chaque vortex est thermiquement dépiégé ; la fusion explique donc aisément la disparition abrupte du courant critique dans le cadre de la  $\text{ii}$  matière vortex  $\text{ii}$ . En mettant en évidence la validité de notre modèle, qui néglige  $c_{66}$  complètement, nous démontrons que  $c_{66}$  n'a pas un rôle direct sur les propriétés de transport de l'état mixte, et que l'argument principal pour la fusion n'est pas fondé expérimentalement. Sur ce point, nous sommes donc en contradiction avec l'interprétation de Ong et Wu (paragraphe 1.5, Chap. 2).



## UPt<sub>3</sub> : des vortex exotiques

---

Les supraconducteurs à fermions lourds sont de bons candidats pour démontrer l'existence d'une supraconductivité non-conventionnelle, c'est-à-dire non basée sur l'onde-*s* classique. Le cas d'UPt<sub>3</sub> est particulièrement bien établi grâce à la multiplicité de ses phases supraconductrices : trois phases mixtes sous champ magnétique et deux phases homogènes à champ nul (Fig. 41). On pense aujourd'hui, sur la base de mesures microscopiques, que le paramètre d'ordre est bidimensionnel, et de symétrie  $E_{2u}$  :  $\Delta(\mathbf{k}_F) \propto \{k_z(k_x^2 - k_y^2), 2k_z k_x k_y\}$ .

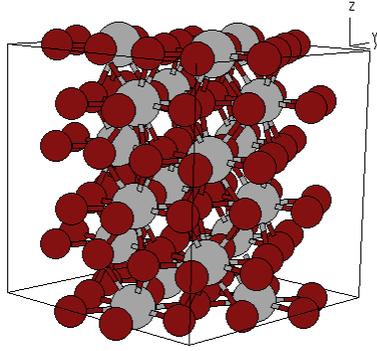
Dans ce chapitre, nous considérons l'effet d'une symétrie réduite de l'état supraconducteur sur la dynamique des vortex. Incidemment, nous montrons que la technique d'impédance de surface, qui implique de très faibles dissipations, s'adapte bien à l'étude des vortex à très basses températures.

Parmi les propriétés nouvelles observées, notons d'une part, l'allure singulière en champ magnétique de la résistivité flux flow, avec une magnétorésistance  $d\rho_f/dB$  anormalement forte à champ faible ; celle-ci est une conséquence directe de la présence de nœuds dans le gap. D'autre part, à la différence de ce qu'on a systématiquement observé sur les matériaux conventionnels de qualité comparable, les spectres de fréquence présentent de forts écarts à la loi (3.42) de l'ancrage en surface. Ces déviations s'expliquent par l'existence d'une contribution importante de l'ancrage en volume, elle-même liée à la structure complexe du paramètre d'ordre. Cette structure joue donc ici un double rôle : au niveau microscopique, elle modifie la façon dont les vortex dissipent, voire même la structure des cœurs de vortex ; au niveau macroscopique, elle introduit un mécanisme de piégeage en volume associé à des parois de domaines.

Les expériences présentées dans ce chapitre ont fait l'objet d'une collaboration avec le Département de Recherche Fondamentale sur la Matière Condensée du CEA-Grenoble et le Laboratoire des Basses Températures de l'Université de Technologie de Helsinki.

### 1. Propriétés physiques et diagramme de phase

Les composés de  $\text{U}$  fermions lourds  $\text{Uu}$  sont ainsi dénommés à cause de leur grande masse effective électronique, de l'ordre de 100 fois la masse libre. Le représentant



**Figure 40.** La structure cristalline d'UPt<sub>3</sub> (U en clair, Pt en sombre).

[Crystal structure of UPt<sub>3</sub> (U in clear, Pt in dark).]

le plus connu, et aussi le mieux caractérisé, est le composé UPt<sub>3</sub>, auquel nous nous limitons ici.

UPt<sub>3</sub> a une structure hexagonale (Fig. 40). Chaque atome d'uranium est entouré de 6 atomes de platine dans les plans  $\hat{x}\hat{y}$  et forme une couche compacte de sphères avec les atomes d'uranium voisins, selon l'empilement  $ABABAB\dots$  dans la direction  $\hat{z}$ . Suivant la tradition, nous noterons  $\hat{c}$  la direction  $\hat{z}$  et  $\hat{a}$  et  $\hat{a}^*$  les directions dans le plan  $\hat{x}\hat{y}$ . UPt<sub>3</sub> est faiblement anisotrope (uniaxial) et idéalement assez pur ; nos échantillons ont des résistivités résiduelles faibles ( $T \leq 0,8$  K)

$$\begin{aligned}\varrho_{n,a} &\approx \varrho_{n,a^*} \approx 0,52 + 1,44T^2 + 0,02B^2 \mu\Omega \text{ cm} \\ \varrho_{n,c} &\approx 0,17 + 0,53T^2 \mu\Omega \text{ cm}\end{aligned}$$

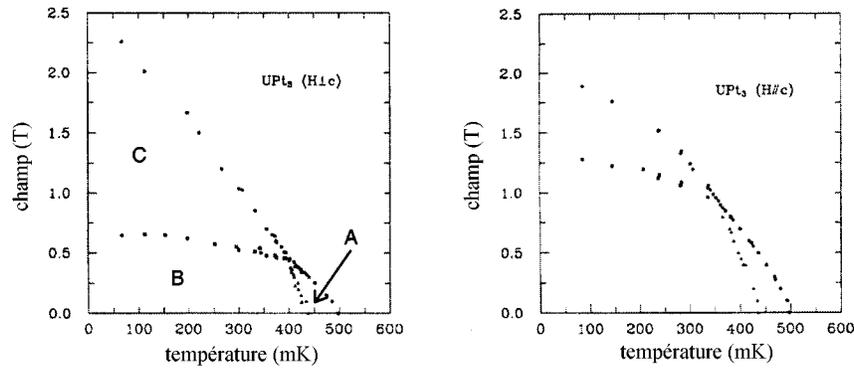
avec  $T$  en kelvin et  $B$  en tesla.

Le libre parcours moyen  $l_p$  est de l'ordre de 500 nm (dans la direction  $\hat{a}$ ) ; avec une vitesse de Fermi  $v_f \sim 3000$  m/s ( $E_f \sim 30$  K), le temps de relaxation électronique est  $\tau \sim 10^{-10}$  s [70]. Comme  $\Delta \sim T_c \approx 500$  mK, nos échantillons correspondent à la limite moyennement propre définie par  $\Delta \gg \hbar/\tau \gg \Delta^2/E_f$  [12].

En dessous d'une température de Néel  $T_N = 5$  K, UPt<sub>3</sub> devient légèrement antiferromagnétique, avec un moment magnétique local,  $\mu_{af} \sim 0,02\mu_B$  (2 % du magnéton de Bohr), orienté dans le plan  $\hat{a}\hat{a}^*$  ; en dessous de 0,5 K l'antiferromagnétisme coexiste avec l'état supraconducteur.

Du fait des fortes masses effectives le coefficient de Ginzburg-Landau  $\kappa \propto m^*$  est grand, d'où les faibles champs critiques inférieurs ( $B_{c_{1,a}}(0) \approx 3$  mT) et forts champs critiques supérieurs ( $B_{c_{2,a}}(0) = 2,8$  T). Le facteur d'anisotropie, tiré de l'anisotropie de  $B_{c_2}$  près de  $T_c$  ( $\gamma = \xi_a/\xi_c \simeq 0,64$  [71]) le rapport de masses effectives  $m_c/m_a = \gamma^2 = 0,41$ . Ce chiffre est proche du rapport des résistivités normales,  $\varrho_{n,c}/\varrho_{n,a} \simeq 0,33-0,37$ , ce qui suggère une faible anisotropie des temps de relaxation électroniques. On note sur les figures 41 que les champs critiques à basse température dévient de la simple loi  $B_{c_{2,a}} = \gamma B_{c_{2,c}}$  ; ceci est dû à la limitation paramagnétique de  $B_{c_2}$  en champ  $\mathbf{B} \parallel \hat{c}$ .

Le diagramme de phase d'UPt<sub>3</sub> possède deux transitions supplémentaires et se divise donc en trois phases différentes (Figs. 41). Ces lignes convergent vers un point tétra-critique situé à 0,95 T pour  $\mathbf{B} \parallel \hat{c}$  et 0,47 T pour  $\mathbf{B} \perp \hat{c}$ . De plus,



**Figure 41.** Le diagramme de phase de l'état supraconducteur de UPT<sub>3</sub> selon Adenwalla *et al.* [72]. À basse température, le liquide de Fermi condense en trois phases supraconductrices différentes notées A, B et C.

[The phase diagram of UPT<sub>3</sub> after Adenwalla *et al.* [72]. At low temperature, the Fermi liquid condensates into three different superconducting phases denoted A, B and C.]

on remarque une discontinuité de la dérivée des pentes  $dB_{c2}/dT$  dans la configuration  $\mathbf{B} \perp \hat{c}$ , qui est nettement estompée pour  $\mathbf{B} \parallel \hat{c}$ . Suivant la nomenclature en vigueur, nous notons A la phase à haute température, B la phase basse température – bas champ, et C la phase basse température – fort champ. Les deux lignes supplémentaires s'observent par différentes techniques, dont l'atténuation du son [72, 73], la chaleur spécifique [74] et la dilatation thermique [75]. Celles-ci ont en commun de sonder directement la structure électronique à la surface de Fermi et en particulier le gap dans le spectre d'énergie des électrons. Les mesures que nous présentons dans la suite sont une première tentative d'étudier le diagramme de phase par le truchement de la dynamique haute fréquence des vortex.

## 2. Le paramètre d'ordre d'UPT<sub>3</sub>

La complexité du diagramme de phase d'UPT<sub>3</sub> est une indication forte pour une supraconductivité  $d$  non-conventionnelle  $d_{xy}$ , où les paires de Cooper possèdent une structure interne (moment orbital et/ou de spin). Un tel diagramme multiphase échappe à une théorie Ginzburg-Landau classique ; il ne s'explique simplement qu'à l'aide d'un paramètre d'ordre multicomposantes (modèles bidimensionnels [76–78]), ou encore par la coexistence de plusieurs paramètres d'ordre scalaires [79, 80]. Ces questions n'étant pas définitivement établies, nous nous restreignons ici à un modèle spécifique qui est générique de la phénoménologie nouvelle concernant la physique des vortex ; c'est le modèle  $E_{2u}$  proposé simultanément par Hess *et al.* [76, 77] et par Machida et Ozaki [78].

## 2.1. Un paramètre d'ordre à deux composantes

Dans les supraconducteurs classiques, la fonction de corrélation de paires  $\Delta(\mathbf{k})$  est isotrope et les deux partenaires d'une paire de Cooper forment un état singulet ( $S_c = 0$ ). Dans les matériaux propres, la fonction  $\Delta(\mathbf{k})$  peut acquérir une légère anisotropie, à l'image de la surface de Fermi elle-même. Cependant, il ne s'agit là que d'un cas particulier, car la seule contrainte sur  $\Delta(\mathbf{k})$  est la symétrie du réseau. On en déduit que  $\Delta(\mathbf{k})$  s'écrit en général sous la forme suivante :

$$\Delta(\mathbf{k}) = d(\mathbf{k})i\sigma_y \quad (S_c = 0) \quad (6.1)$$

$$\Delta(\mathbf{k}) = [\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{d}(\mathbf{k})]i\sigma_y \quad (S_c = 1) \quad (6.2)$$

où les fonctions  $\mathbf{d}(\mathbf{k})$  et  $d(\mathbf{k})$  sont une combinaison linéaire des fonctions de base pour chaque représentation irréductible du groupe ponctuel.

Sauf dégénérescence accidentelle, il n'y a qu'une seule représentation irréductible minimisant l'énergie du système, compte tenu de la nature et la symétrie des interactions ; c'est elle qui détermine la symétrie du gap supraconducteur. Dans les matériaux conventionnels c'est simplement la représentation triviale,  $d(\mathbf{k}) \propto 1$ . Selon ce schéma, il est nécessaire de considérer une représentation irréductible à plusieurs dimensions pour expliquer l'existence d'un diagramme multi-phase [77, 81].

Ainsi le modèle de Hess *et al.* [76] est basé sur la représentation bidimensionnelle  $E_{2u}$  :

$$\mathbf{d}(\mathbf{k}) = \eta_1 k_z \mathbf{z} (k_x^2 - k_y^2) + \eta_2 2k_z k_x k_y \mathbf{z}. \quad (6.3)$$

Les préfacteurs  $\eta_1$  et  $\eta_2$  sont les poids respectifs des deux fonctions de bases. Notons qu'avec cette symétrie, les paires de Cooper acquièrent un (pseudo-) moment cinétique orbital  $L = 2$ ,  $L_z = \pm 2$  (appariement en onde- $f$ ).

L'énergie libre se développe sur le paramètre d'ordre vectoriel  $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \eta_2)$ , sous la forme [77, 81] :

$$F(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{a}) = \int d^3r \left[ \alpha(T)(\boldsymbol{\eta} \cdot \boldsymbol{\eta}^*) + \tilde{\beta}_1 (\boldsymbol{\eta} \cdot \boldsymbol{\eta}^*)^2 + \tilde{\beta}_2 |\boldsymbol{\eta} \cdot \boldsymbol{\eta}|^2 + \frac{1}{2\mu_0} (\nabla \times \mathbf{a})^2 \right. \\ \left. + \kappa_1 (D_i \eta_j)(D_i \eta_j)^* + \kappa_2 (D_i \eta_i)(D_j \eta_j)^* + \kappa_3 (D_i \eta_j)(D_j \eta_i)^* + \kappa_4 (D_z \eta_j)(D_z \eta_j)^* \right], \quad (6.4)$$

avec  $\tilde{\beta}_1 > 0$  et  $D_i = [\partial/\partial x_i + i(2e/\hbar)a_i]$ . La nature de la phase supraconductrice à champ nul, solution uniforme de l'équation (6.4), dépend du signe de  $\tilde{\beta}_2$ . Pour  $\tilde{\beta}_2 > 0$ , on trouve les deux solutions dégénérées,  $\eta_1 = \pm i\eta_2$ , correspondant à un moment cinétique respectivement parallèle et antiparallèle à l'axe hexagonal  $\hat{\mathbf{c}}$ . Selon Hess *et al.*, cette solution  $(1, \pm i)$  s'applique à la phase  $B$ . La dégénérescence conduit à l'existence de défauts topologiques sous la forme de parois de domaines séparant les régions  $L_z = +2$  et  $L_z = -2$ .

Le champ magnétique ( $\mathbf{B} \parallel \hat{\mathbf{c}}$ ) lève cette dégénérescence et conduit à un mono domaine à l'équilibre thermodynamique. Cependant, la composante minoritaire

intervient à nouveau dans la structure des cœurs de vortex. À faible champ, quand la distance intervortex est grande, elle se manifeste par une surstructure de rayon caractéristique  $\tilde{\xi} = \xi \sqrt{\tilde{\beta}_1/\tilde{\beta}_2} \gtrsim \xi$  au voisinage des singularités de cœur [77, 81]. À fort champ (phase *C*), les termes en gradient dominant partout et il n'y a plus, à proprement parler, de composante majoritaire. Par contre on s'attend à des transitions structurales du réseau de vortex [81].

Au voisinage de  $T_c$ , le faible couplage avec l'antiferromagnétisme contribue ; il est suffisant pour briser l'isotropie dans le plan, et le paramètre d'ordre prend alors la forme (1, 0). C'est l'interprétation proposée pour la phase *A*.

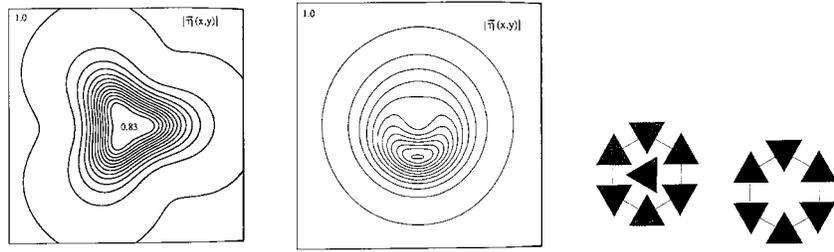
## 2.2. Parois de domaines

Avec  $\tilde{\beta}_2 > 0$ , les deux solutions d'équilibre  $\eta_1 = +i\eta_2$  et  $\eta_1 = -i\eta_2$  du paramètre d'ordre, correspondant à un moment cinétique parallèle et antiparallèle à l'axe  $\hat{c}$ , sont dégénérées. Par contre, l'énergie d'un vortex dépend de son orientation par rapport à  $L_z$ , et si on arrive à préparer l'échantillon dans un état bien déterminé (disons  $\eta_2 = i\eta_1$ ), on observera une variation de  $B_{c1}$  selon l'orientation du champ. Cet effet est petit, son observation suppose l'obtention d'une phase homogène, et l'absence de métastabilité par ancrage des vortex. En pratique, on pense qu'il s'établit plutôt dans l'échantillon une structure en domaines, avec des parois plus ou moins ancrées sur les défauts métallurgiques, où le moment cinétique orbital des paires de Cooper change de signe [82].

Sigrist *et al.* ont fait une étude théorique de l'interaction d'un vortex avec les parois de domaines parallèles à l'axe  $\hat{c}$  et prédisent de nombreux effets nouveaux [83]. D'abord, la phase du paramètre d'ordre tourne de  $\pi$  au passage d'une paroi de domaine, mais elle est libre de choisir la direction et peut donc tourner soit de  $\vartheta$  à  $\vartheta + \pi$ , soit de  $\vartheta$  à  $\vartheta - \pi$ . Si les deux cas sont réalisés, alors il s'établit sur la paroi des régions différentes qui se distinguent par le sens dans lequel la phase tourne. Ces régions sont séparées par des lignes qu'on peut assimiler à des vortex à quantum fractionnaire, puisque qu'il faut deux lignes voisines pour que la phase tourne de  $2\pi$ . Suivant les paramètres du matériau, il peut être énergétiquement favorable qu'un vortex ordinaire arrivant sur une paroi de domaine se décompose en deux vortex  $\frac{1}{2}$  fractionnaires  $\frac{1}{2}$ , d'où un effet de piégeage intrinsèque. Un effet analogue pourrait être imaginé pour des parois de domaines perpendiculaires à l'axe  $c$ , et/ou aux vortex.

## 2.3. Vortex exotiques

La signature la plus intéressante d'un paramètre d'ordre à deux composantes est l'existence de plusieurs types de vortex. Dans un supraconducteur conventionnel, la structure d'un vortex est déterminée de manière unique par un compromis entre l'énergie de condensation, représentée par le rapport  $\beta/\alpha$ , et l'énergie cinétique des électrons supraconducteurs, représentée par le terme en  $\nabla\psi$  dans l'équation (1.1). Or, dans un supraconducteur avec un paramètre d'ordre bidimensionnel on a affaire à plusieurs échelles d'énergie différentes, représentées par les coefficients  $\tilde{\beta}_1$ ,  $\tilde{\beta}_2$ ,



**Figure 42.** À gauche : un vortex  $\uparrow\downarrow$  triangulaire  $\downarrow\downarrow$  ; au milieu : un vortex  $\uparrow\downarrow$  en croissant  $\downarrow\downarrow$  ; à droite : le passage du réseau hexagonal au réseau en nid d'abeille selon Tokuyasu *et al.* [84] (avec la permission de l'American Physical Society, 2000).

[Examples of unconventional core structures and vortex arrangements after Tokuyasu *et al.* [84]: from left to right, the “triangular” vortex, the “crescent” vortex, and the “honeycomb” vortex array.]

$\kappa_1$ ,  $\kappa_2$ , etc. ; suivant le calcul de Tokuyasu *et al.*, au moins trois différents types sont alors possibles dans le cas particulier où le champ externe est parallèle à l'axe de symétrie  $\hat{c}$  (*cf.* Fig. 42) [84] :

- le vortex axisymétrique classique avec une singularité de phase au cœur ;
- le vortex  $\uparrow\downarrow$  triangulaire  $\downarrow\downarrow$ , qui, mis à part sa forme curieuse, se distingue par le fait que le module du paramètre d'ordre ne s'annule pas au cœur du vortex, mais reste très proche de la valeur d'équilibre hors du vortex  $|\eta(\infty)|$ . Un tel vortex est très caractéristique d'un paramètre d'ordre à plusieurs composantes : la phase de chaque composante de  $\eta$  tourne toujours d'un multiple de  $2\pi$  autour du vortex, mais les composantes peuvent s'annuler indépendamment dans l'espace, de sorte que le module total reste presque inchangé. Le vortex triangulaire peut apparaître si le moment cinétique des paires de Cooper est parallèle au champ appliqué ;
- le vortex  $\uparrow\downarrow$  en croissant  $\downarrow\downarrow$ , qui est l'analogue du vortex triangulaire pour une configuration où le champ appliqué est antiparallèle au moment cinétique des paires de Cooper.

Les deux dernières structures qui rompent la symétrie de résolution, sont stables pour  $\beta_2 \lesssim 0.25\beta_1$ .

Comme on l'a déjà indiqué, à fort champ les vortex interagissent et la structure des cœurs se reflète sur le réseau de vortex. Ainsi, Tokuyasu *et al.* considèrent une transition, pour des vortex  $\uparrow\downarrow$  triangulaires  $\downarrow\downarrow$ , entre le réseau hexagonal à basse densité et un réseau en  $\uparrow\downarrow$  nid d'abeille  $\downarrow\downarrow$  à haute densité (Fig. 42).

## 2.4. La résistivité flux flow

Suivant l'équation (6.3), le gap possède des zéros discrets sur l'axe  $\hat{c}$ , une ligne de nœuds dans le plan de base. La chaleur spécifique, la conductivité thermique

et les autres grandeurs physiques qui dépendent essentiellement des excitations électroniques de faibles énergies ne suivent plus une loi exponentielle en  $T$ , mais plutôt une loi de puissance. Qu'en est-il de l'effet des nœuds sur la résistivité flux flow ? La réponse à cette question n'est pas immédiate et suppose une étude détaillée des mécanismes dissipatifs en jeu, qui sort du cadre de cette revue. Nous en résumons ci-dessous les ingrédients principaux.

Au voisinage de  $B_{c_2}$ , l'approche classique est basée sur l'introduction de dépendances temporelles dans les équations de Ginzburg-Landau (1.3, 1.4) [85],

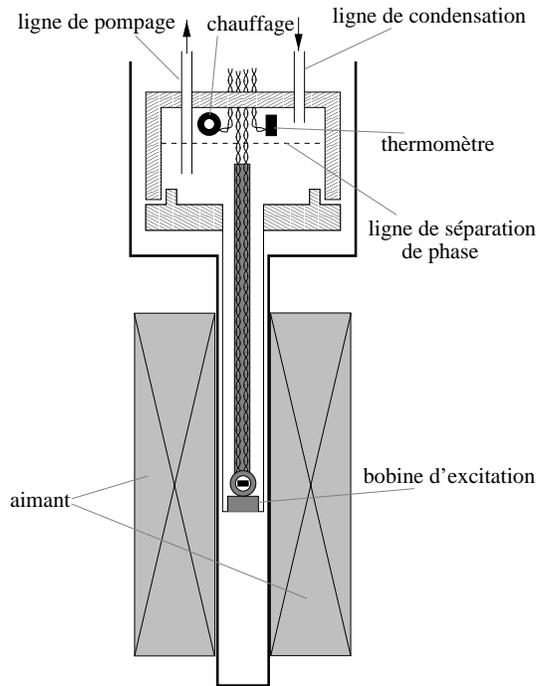
$$-\tau_R \left( \frac{\partial}{\partial t} - \frac{2ie\phi}{\hbar} \right) \sqrt{n_s} e^{i\psi} = \{\text{GL1}\} \quad \text{et} \quad \mathbf{j} = \sigma_n \left( -\nabla\phi - \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial t} \right) + \{\text{GL2}\}, \quad (6.5)$$

où  $\tau_R$  est un temps de relaxation caractéristique  $\sim \hbar/\Delta$ , et  $\phi$  le potentiel électrique introduit pour assurer l'invariance de jauge. Dans le cas d'un supraconducteur classique isotrope, {GL1} et {GL2} sont simplement les membres gauche des équations (1.3, 1.4). En partant de la carte du paramètre d'ordre, par exemple le réseau d'Abrikosov, on peut calculer une expression de  $\rho_f$  qui contient alors deux contributions ; l'une provient du terme en  $\phi$  du membre gauche de l'équation (6.5), et l'autre du terme en  $\partial\psi/\partial t$ , ce qui correspond bien aux mécanismes de Bardeen et Stephen et de Tinkham évoqués au paragraphe 3.2 du chapitre 1. Dans la limite sale  $\xi$ , la théorie [86] prédit la pente  $r_1 = 1,7$  observée sur la figure 4 à basse température, et  $r_1 = 2,5$  à  $T_c$  [85]. Ces calculs peuvent se généraliser aux matériaux non-conventionnels en adaptant les équations (6.5) [87] et la structure du paramètre d'ordre du réseau de vortex.

Plus caractéristique est la situation à bas champ dans la limite des vortex indépendants quand la résistivité est simplement proportionnelle à la densité de vortex. Pour des matériaux propres  $\xi$  comme UPt<sub>3</sub>, la dissipation provient de la relaxation des excitations électroniques localisées dans les cœurs. En effet la discrétisation des niveaux d'énergie due au confinement ( $l_p \gg \xi$ ) rend les cœurs relativement isolants et supprime ainsi la dissipation de Bardeen-Stephen par courants de Foucault. Il s'ensuit une plus faible friction visqueuse et donc une plus forte résistivité  $r_0 = \rho_f B_{c_2} / \rho_n \omega > 1$ . Le calcul de  $\rho_f$  dans ce régime relève d'une théorie microscopique tel que celui de Kopnin et Volovik pour  $T \ll T_c$  [13] en limite ultra-propre ou Kopnin et Lopatin [12] pour la limite propre. Dans ce dernier cas, la théorie prévoit

$$r_0 \simeq \frac{k_B T_c}{\Delta_{max}(T)} \frac{\Delta_{max}^2}{\Delta^2(\mathbf{k})}. \quad (6.6)$$

Le résultat essentiel est que la présence de nœuds dans le gap renforce encore la résistivité flux-flow, ce qui a été récemment observé dans UPt<sub>3</sub> en champ  $\mathbf{B} \perp \hat{c}$  par des mesures en continu près de  $T_c$  [88], et nos propres mesures haute fréquence [89].



**Figure 43.** La chambre de mélange du réfrigérateur à dilution.  
 [The mixing chamber of the dilution refrigerator.]

### 3. Résultats expérimentaux

#### 3.1. Dispositif expérimental

La faible température critique d' $\text{UPt}_3$  impose l'utilisation d'un réfrigérateur à dilution (RD) ; nous avons donc effectué les mesures au Laboratoire des Basses Températures (LTL) de l'Université de Technologie de Helsinki. Le RD que nous avons utilisé est un modèle simple (sans échangeur discret), construit exprès par Blaauwgeers. Sa température de base est de 40 mK, et sa puissance de refroidissement est de  $100 \mu\text{W}$  à 100 mK. Le dispositif expérimental que nous avons réalisé est présenté schématiquement sur la figure 43. L'échantillon se trouve à l'intérieur de la chambre de mélange. La partie inférieure de celle-ci consiste essentiellement d'un tube en acier inox, de diamètre 17 mm et de longueur 100 mm, raccordé par une bride et d'un joint d'indium à la partie supérieure de la chambre. L'enceinte du calorimètre se termine de la même manière avec un tube de 17 mm.

Le champ continu est créé par un solénoïde supraconducteur de champ maximum 5 T adapté au tube extérieur. Son homogénéité est de 0,13 % dans un volume de  $1 \text{ cm}^3$  en son centre. L'ensemble du montage est simplement immergé dans un bidon d'hélium, avec une autonomie d'environ cinq jours. La température est réglée à l'aide d'une sonde de rhodium-fer, dont la résistance varie suivant une loi de puissance entre  $2 \text{ k}\Omega$  à 500 mK et  $2 \text{ M}\Omega$  à 50 mK. La température absolue est déterminée par la mesure de  $B_{c2}$  à l'aide du diagramme de phase d' $\text{UPt}_3$  (Fig. 41).

La faible dissipation dans l'échantillon,  $Q = 2swRh^2 \lesssim 5 \text{ nW}$  dans l'état normal (avec  $R = \mu_0 \pi f \delta_n$ ,  $f = 1 \text{ MHz}$  et  $h \lesssim 1 \text{ A/m}$ ), préserve les conditions isothermes même aux plus basses températures.

Par ailleurs le montage est classique ; cependant, l'exiguïté de l'espace expérimental empêchant l'utilisation du blindage de cuivre, la bobine d'excitation est donc placée directement dans la chambre de mélange. Elle consiste en un enroulement de 10 spires de fil de NbTi, au pas de 0,5 mm, sur un mandrin d'araldite, longueur 10 mm, diamètre extérieur 8 mm et diamètre intérieur 5 mm. Les fils d'alimentation sont torsadés et collés sur une longueur d'environ 100 mm sur une fine baguette en araldite de manière à limiter les vibrations mécaniques. Les fils de mesure sont également torsadés et collés au verni GE. Les signaux sont extraits de la chambre de mélange par un connecteur étanche situé dans sa partie supérieure.

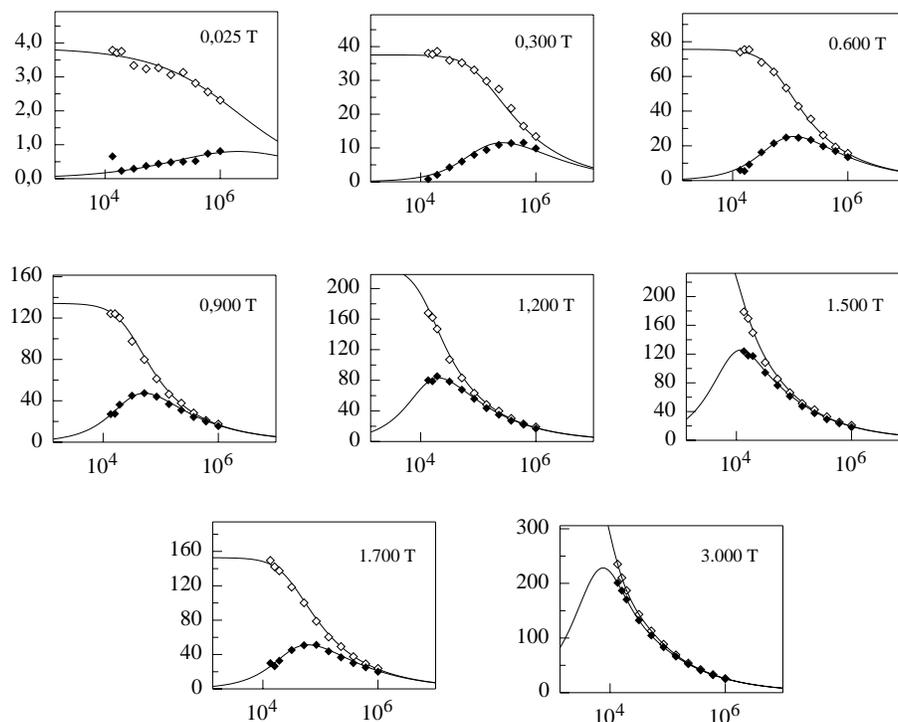
L'échantillon utilisé est une lame de dimensions  $1,16(d) \times 2,9(w) \times 5(s) \text{ mm}^3$  avec l'axe  $\hat{c}$  parallèle à l'épaisseur et l'axe  $\hat{a}^*$  parallèle à la longueur. Elle provient d'un cristal d'UPT<sub>3</sub> qui a été fabriqué à Grenoble par la méthode de Czochralski à partir d'uranium purifié par fusion de zones, et recuit sous ultra-vide pendant deux jours à 1200 °C. Il a été découpé par étincelage et recuit une deuxième fois sous ultra-vide à 950 °C pendant une semaine [70].

### 3.2. Les spectres de fréquence

Nous avons effectué des mesures dans la gamme 100–400 mK, en variant le champ magnétique de 0 à 3 T et la fréquence de 10 kHz à 1 MHz. Nous avons étudié deux orientations du champ principal  $\mathbf{B}_0$  (champ perpendiculaire  $\mathbf{B}_0 \parallel \hat{c}$  et champ oblique  $\angle(\mathbf{B}_0, \hat{c}) = 45^\circ$ ).

La première question est bien sûr de savoir si la réponse linéaire des vortex dans UPT<sub>3</sub> suit également la loi simple (3.42) que nous avons observée dans tous les autres matériaux. La réponse est *non* comme le montre l'examen des spectres de la figure 44. En fait, la forme même du spectre ne cesse d'évoluer en fonction du champ magnétique. Nous avons inclut la réponse de l'état normal à 3 T qui atteste de l'absence d'effet géométrique dans notre gamme de fréquences  $f \geq 10 \text{ kHz}$  ( $\delta_n \leq 400 \mu\text{m} < d/2 = 0,6 \text{ mm}$ ). Ces spectres correspondent donc bien à la réponse d'un demi-espace infini. Nos essais pour faire ajuster les données à l'équation (3.42), qui tient compte uniquement de l'ancrage en surface, n'ont d'ailleurs pas été satisfaisants. En fait, on voit déjà à l'œil que la montée des pertes avant le passage au régime de la réponse idéale est beaucoup plus raide que prévu, et le dépouillement confirme que, dans une large gamme de champs magnétiques intermédiaires,  $B_0 = 0,5\text{--}1,2 \text{ T}$  sur la figure 44, la réponse ressemble beaucoup au spectre d'ancrage en volume (2.5) prédit par Campbell il y a 30 ans.

Cet effet est d'autant plus remarquable que, parmi tous les échantillons étudiés au cours de notre travail, il n'est observé que dans UPT<sub>3</sub>. Il mériterait une étude plus systématique ; cependant, il nous semble que l'explication la plus plausible est un mécanisme de piégeage en volume tel qu'il a été conçu dans les années 1960. Nous reviendrons plus loin sur ce point.



**Figure 44.** Spectres typiques  $\lambda'(f)$  ( $\diamond$ ),  $\lambda''(f)$  ( $\blacklozenge$ ) pour différentes valeurs du champ magnétique perpendiculaire aux faces d'un cristal d' $\text{UPt}_3$  ( $T = 150$  mK, ( $B_{c_2} = 1,75$  T,  $f$  en Hz,  $\lambda'$  et  $\lambda''$  en  $\mu\text{m}$ ). Les traits pleins sont un ajustement de l'équation (3.54) aux données.

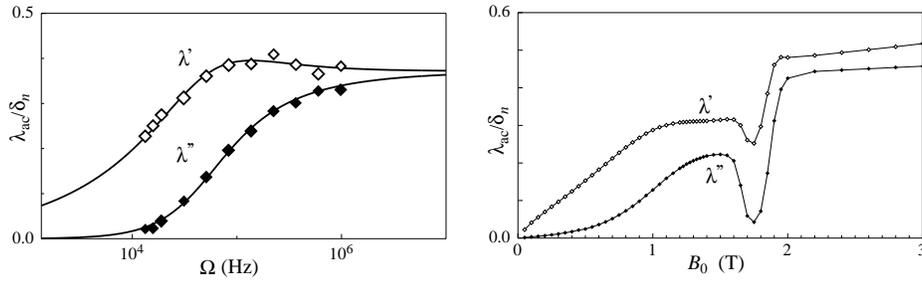
[Typical spectra  $\lambda'(f)$  ( $\diamond$ ),  $\lambda''(f)$  ( $\blacklozenge$ ) for a set of magnetic fields perpendicular to the  $\text{UPt}_3$  crystal surface ( $T = 150$  mK,  $B_{c_2} = 1.75$  T,  $f$  in Hz,  $\lambda'$  and  $\lambda''$  in  $\mu\text{m}$ ). Solid lines are fits to equation (3.54).]

Pour ce qui est du dépouillement de nos données, une première tentative de tenir compte de cet ancrage en volume consiste à utiliser l'équation (3.54) (avec  $\mu_r = 1$ ),

$$\frac{1}{\lambda_{ac}} = \frac{1}{L_S} + \sqrt{\frac{1}{\lambda_f^2} + \frac{1}{\lambda_C^2}}, \quad (6.7)$$

qui permet de séparer quantitativement les contributions de surface et de volume (respectivement  $1/L_S$  et  $1/\lambda_C$ ).

Comme nous mesurons une partie non-négligeable de nos points expérimentaux dans le régime haute fréquence, où il y a de toute façon très peu de piégeage, les valeurs de  $\delta_f$  que nous donnons sont relativement peu sensibles au type de dépouillement ; un ajustement des formules aux données normalisées à  $\delta_n$ , renforce encore le poids des mesures à haute fréquence. Un exemple typique est montré



**Figure 45.** À gauche  $\lambda_{ac}/\delta_n$  en fonction de la fréquence en champ perpendiculaire ( $B_0 = 0,65$  T,  $T = 150$  mK). À droite  $\lambda_{ac}/\delta_n$  en fonction du champ en champ oblique ( $f = 16,3$  kHz,  $T = 150$  mK) ; à  $B_0 = 3$  T, la courbe ne tend pas exactement vers 0,5, parce que on n'a pas correctement traité les effets de coin.

[Left, pinning-frequency in the normalized response  $\lambda_{ac}(f)/\delta_n$  at  $B_0 = 0.65$  T and  $T = 150$  mK, and the best fit to equation (3.54). Right, peak-effect in the low frequency data ( $f = 16.3$  kHz,  $T = 150$  mK, oblique field).]

sur la figure 45 (à gauche). Ayant obtenu de la sorte  $\delta_f$ , les paramètres d'ancrage sont obtenus par ajustement des spectres de  $\lambda_{ac}$  à la formule (6.7) ci-dessus.

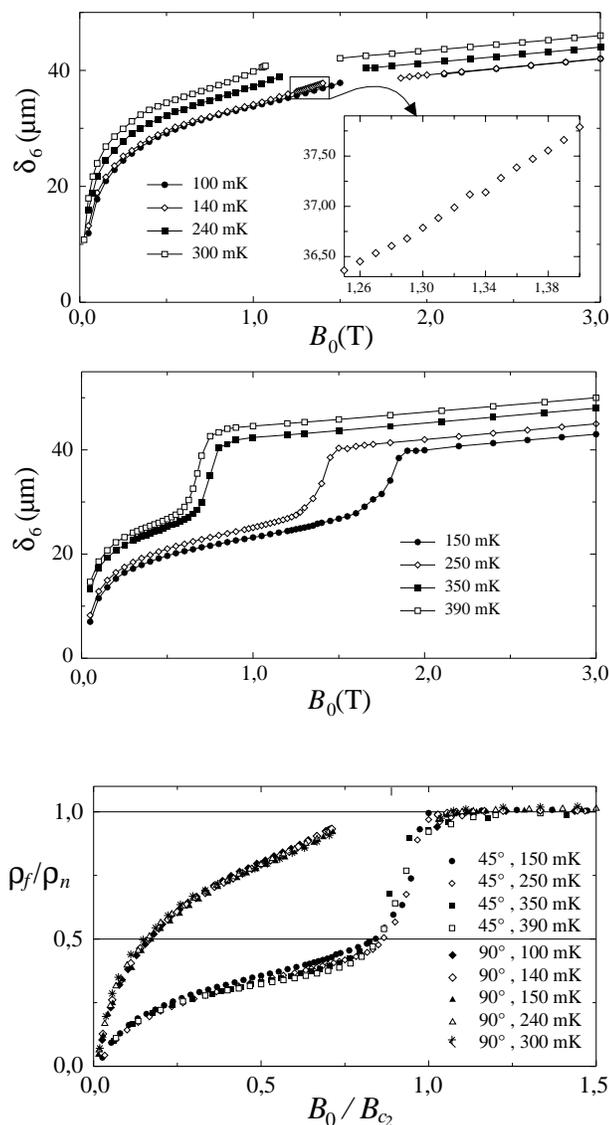
Près de  $B_{c_2}$  on observe à basse fréquence une inflexion (Fig. 45 à droite) qui correspond à un effet de pic comme dans les matériaux classiques en régime d'ancrage faible. Corrélativement à la faiblesse de l'ancrage, les longueurs de piégeage  $L_S$  et  $\lambda_C$  sont élevées, proches de l'épaisseur de l'échantillon, ce qui rend l'analyse du spectre assez imprécise ; en particulier, il est difficile de savoir si le pic est un effet d'ancrage en volume ou en surface.

### 3.3. Résistivité flux flow et paramètres d'ancrage

#### La résistivité flux flow

La figure 46 présente les valeurs de  $\delta_6 = \delta_f$  (1 MHz) (dans l'état mixte) respectivement  $\delta_6 = \delta_n$  (1 MHz) (dans l'état normal) que nous déduisons de nos mesures en champ perpendiculaire et oblique pour plusieurs températures. La figure 47 montre la courbe  $\varrho_f/\varrho_n$  en fonction de  $B_0/B_{c_2}$  qu'on en déduit après correction de la magnétorésistance de l'état normal.

Les valeurs de température indiquées sur les figures ne sont que des estimations que nous obtenons à partir du diagramme de phase de Adenwalla *et al.* [72] et des valeurs de  $B_{c_2}$  tirées de nos mesures. Il peut y avoir des différences appréciables entre l'échantillon de Adenwalla *et al.* et le nôtre, et en plus nos valeurs de  $B_{c_2}$  ne sont pas très précises à cause de la largeur finie de la transition à  $B_{c_2}$  ; nous ne savons donc pour le moment pas étudier en détail la dépendance de  $\varrho_f$  en température, et nous pouvons seulement confirmer qu'en général le paramètre  $\varrho_f/\varrho_n$  dépend très peu de  $T$  si on le présente en fonction du champ réduit  $B_0/B_{c_2}$ . Remarquons aussi qu'en champ perpendiculaire il existe une région autour de  $B_{c_2}$  où on ne peut pas savoir dans quelle mesure la pénétration sur les faces parallèles,



**Figure 46.** En haut  $\delta_6 \equiv \delta_f$  (1 MHz) en fonction du champ extérieur  $B_0$  en champ perpendiculaire ; l'encadré est un agrandissement de la région où devrait se situer la transition  $B \rightarrow C$ . En bas  $\delta_6 \equiv \delta_f$  (1 MHz) en fonction de  $B_0$  en champ oblique ( $45^\circ$ ), où  $\delta_6$  est alors réduit par un facteur  $\sqrt{2}$ .

[Top, the flux-flow skin depth  $\delta_6(B_0)$  at 1 MHz. A blowup of the  $B \rightarrow C$  transition region (inset) shows no discontinuity. Bottom, reduction of  $\delta_6$  in oblique field ( $45^\circ$ ) in the  $B$  and  $C$  phases, showing the anisotropy of the Lorentz force.]

**Figure 47.**  $\rho_f/\rho_n$  en fonction du champ extérieur réduit  $B_0/B_{c2}$  telle qu'on la déduit de la figure 46, en corrigeant de la magnétorésistance.

[Data of Figure 46 plotted in reduced units  $\rho_f/\rho_n(B_0/B_{c2})$ .]

qui est négligeable dans l'état mixte, mais bien présente dans l'état normal, contribue au signal. Les points mesurés dans cette région ne sont donc pas fiables et n'apparaissent pas sur la partie supérieure de la figure 46. Ce problème ne se pose pas en champ oblique, où le champ pénètre symétriquement sur les quatre faces.

Malgré toutes ces restrictions, on peut déjà faire quelques observations importantes. D'abord, les valeurs de  $\rho_f$  mesurées en champ oblique sont bien réduites par un facteur 2 par rapport à une mesure en champ perpendiculaire, comme il est prédit par la relation de Josephson ; un dépouillement exact montre que le facteur

est un peu plus grand que 2, mais cette différence tient sans doute à l'imprécision de l'alignement de l'échantillon. De cette anisotropie de la résistivité flux-flow, on déduit que les phases *B* et *C* correspondent bien à un état mixte de volume.

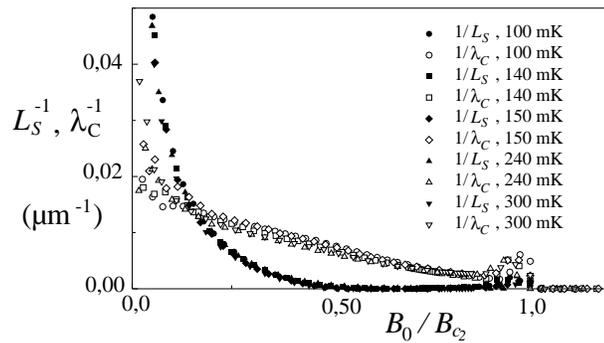
En revanche, la loi  $\rho_f/\rho_n(B_0)$  n'a rien en commun avec ce qu'on mesure dans les supraconducteurs conventionnels (*cf.* Figs. 4 et 29). Elle monte très rapidement à bas champ, reste toujours largement au-dessus de la ligne  $B_0/B_{c2}$  et atteint la valeur 0,8 à  $B_0 = B_{c2}/2$ . Comme cette forte augmentation de la dissipation n'est observée ni dans le PbIn (limite sale), ni dans le Nb très pur (limite propre), elle doit être liée au caractère non-conventionnel d'UPt<sub>3</sub>. Selon toute apparence, le calcul de Kopnin de la limite  $T \rightarrow T_c$  est au moins qualitativement pertinent pour une large gamme de températures. Cependant, il est tout aussi concevable que nous ayons affaire à des vortex non-conventionnels comme ceux décrits au paragraphe 2.3. La discussion détaillée des propriétés de flux-flow d'UPt<sub>3</sub> sort du cadre de cette revue, on trouvera des éléments de réponse à ces questions en référence [89].

Qu'en est-il de la transition  $B \rightarrow C$  sur la dynamique des vortex ? L'encadré de la figure 46 (en haut) montre un agrandissement de la courbe  $\delta_6(B_0)$  dans la région où devrait se situer cette transition. On constate que, à la limite de résolution de notre montage, aucune discontinuité n'est observable. Il peut y avoir trois raisons possibles pour lesquelles la transition nous échappe : d'abord, il se peut que la transition ne se manifeste pas dans la dynamique des vortex ; si ce n'est pas le cas, et en l'absence de prédiction théorique, on peut imaginer que la discontinuité de  $\rho_f$ , ou  $d\rho_f/dB$ , est trop faible pour être observée avec notre dispositif expérimental ; finalement, l'inhomogénéité chimique de l'échantillon est peut-être suffisante pour élargir la transition au point de la faire disparaître.

Étant donné que la transition est observée avec toutes les techniques qui sondent le gap, et qu'elle affecte donc très clairement la structure du gap, il nous paraît peu crédible qu'elle n'ait aucune influence sur la dynamique des vortex ; d'ailleurs, dans une situation comparable dans l'<sup>3</sup>He-B en rotation on observe bien une très faible anomalie dans la friction mutuelle à la transition entre vortex axisymétriques et non-axisymétriques [91]. En ce qui concerne la résolution de notre montage, on peut bien sûr envisager de passer à une technique résonnante pour l'améliorer, et nous le ferons si l'occasion se présente ; cependant, il nous paraît beaucoup plus plausible que l'homogénéité de notre échantillon soit insuffisante. Si la largeur de la transition  $B \rightarrow C$  est la même que celle de la transition à  $B_{c2}$ , qui est de l'ordre de 0,1-0,2T, alors il est clair que la discontinuité à la transition  $B \rightarrow C$  doit être importante pour être visible. La réponse à cette question passe donc par une qualité accrue des échantillons.

### *Les paramètres de piégeage*

Il reste cet effet de piégeage en volume assez curieux. La figure 48 montre une comparaison entre les valeurs de  $L_S$  et de  $\lambda_C$  que nous déduisons de nos mesures. La courbe de  $1/L_S$  est assez remarquable parce qu'elle décroît très rapidement et ne joue aucun rôle sauf à faible champ  $B_0 < B_{c2}/2$ , où elle diverge. En revanche,



**Figure 48.** Intensités respectives d'ancrage en surface ( $1/L_S$ ) et en volume ( $1/\lambda_C$ ) déduites de l'ajustement des spectres de profondeur de pénétration comme indiqué sur la figure 44.

[Respective intensities of surface and bulk pinning,  $1/L_S(B_0)$  and  $1/\lambda_C(B_0)$ , deduced from fits of the penetration depth spectra as shown in Figure 44.]

$\lambda_C$  suit une loi plus ou moins linéaire sur toute la gamme de champs magnétiques, d'où résulte une large gamme de champs magnétiques où le spectre est essentiellement du type  $\text{jj}$  Campbell  $\text{jj}$ . Comme cet effet est totalement absent des autres matériaux étudiés, y compris d'un échantillon de SnIn étudié dans ce même montage, il nous paraît peu probable qu'il s'agisse d'une simple interaction avec les défauts en volume. Un mécanisme intrinsèque d'ancrage des vortex aux parois de domaines tel qu'il a été prédit par Sigrist *et al.* est à notre avis l'explication la plus plausible de cet effet. En revanche, nous ne comprenons pas pour le moment pourquoi l'ancrage en surface, représenté par la longueur  $L_S$ , a une si forte décroissance en champ et s'annule dans la phase  $C$ .

L'absence d'ancrage de surface dans la phase  $C$ , alors que l'ancrage de volume y persiste, peut paraître étonnant dans la mesure où, selon le modèle discuté au paragraphe 2, la structure en domaines est une propriété de la phase  $B$ . Ceci montre qu'il reste encore beaucoup de questions ouvertes sur la nature de la phase  $C$ , et qu'il faut certainement poursuivre ces investigations expérimentales.

## Conclusion

---

Nous avons montré que le spectre complexe de la réponse linéaire haute fréquence d'un échantillon suffisamment massif est un indicateur fort de la dynamique d'un réseau de vortex ancré. Aux expressions classiques proposées depuis les années 60 pour l'ancrage en volume (ancrage élastique local, dynamique thermiquement activée, réponse vitreuse, ...) nous avons ajouté une formule nouvelle, l'équation (3.42), qui correspond à la réponse du réseau de vortex ancré en surface et dont les mouvements seraient libres dans la masse ; celle-ci s'appuie sur un modèle hydrodynamique à deux modes. Une telle approche s'avère nécessaire si on veut extraire les contributions de surface et de volume à l'ancrage, comme par exemple dans l'équation (3.54) où l'ancrage en volume est traité par un simple modèle élastique local. Cette préoccupation est importante pour l'interprétation de la réponse linéaire quasistatique, de ses dépendances en champ et en température ; en effet la phénoménologie des paramètres d'ancrage est très différente : dans un cas on interprète la profondeur de pénétration basse fréquence  $\lambda_{ac}(0)$  en terme de densité de force d'ancrage volumique  $\alpha_p(B, T)$ , et dans l'autre comme le résultat d'un jeu de conditions limites, réglé par une longueur de glissement de surface  $l(B, T)$ .

Nos mesures sur des matériaux classiques (alliages de PbIn, Nb, V), couvrant la large gamme de fréquences 1 kHz–10 MHz, permettent de vérifier avec une grande précision, la pertinence du modèle hydrodynamique, notamment le spectre (3.42) et les effets géométriques associés à l'électrodynamique à deux modes. À la précision expérimentale, l'ancrage en surface est exclusif ; pour le moins, on peut dire qu'il masque intégralement tout effet des impuretés et autres défauts de volume de ces échantillons. De manière plus surprenante, il en va de même de la réponse des vortex dans les cristaux d'YBaCuO non maclés, ceux-là même qui présentent une transition de fusion du premier ordre ; nos observations portent sur une large partie haute température du diagramme de phase recouvrant la transition de fusion. Finalement, c'est dans une situation hautement non-conventionnelle, à savoir la phase *C* du composé de fermions lourds UPt<sub>3</sub>, que nous avons pu observer le spectre (2.5) prédit dans les années 60 pour un réseau de vortex élastiquement ancré en volume. Par ailleurs, la phase *B* de ces cristaux est correctement décrite par un mélange des deux types d'ancrage selon l'équation (3.54).

Finalement nous avons montré, qu'au prix d'un protocole expérimental assez strict, on peut utiliser la réponse linéaire comme une sonde de l'état mixte des

supraconducteurs, comme c'est le cas de la matière ordinaire. Nous espérons que ce travail suscitera de nouvelles études expérimentales et stimulera de nouveaux développements théoriques, notamment ceux destinés à affiner les effets de volume qui sont, comme nous l'avons montré dans  $\text{UPt}_3$ , dorénavant accessibles à l'expérience.

---

*N. Lütke-Entrup, B. Plaçais, P. Mathieu et Y. Simon*

## Références

---

- [1] V.L. Ginzburg, L.D. Landau, Sov. Phys. JETP **20**, 1064 (1950).
- [2] A.A. Abrikosov, Sov. Phys. JETP **5**, 1174 (1957).
- [3] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, 2<sup>e</sup> éd. (McGraw-Hill International, 1996).
- [4] L.P. Gor'kov, Sov. Phys. JETP **9**, 1364 (1959).
- [5] P.G. de Gennes, *Superconductivity of Metals and Alloys* (W.A. Benjamin, New York, 1966).
- [6] W.H. Kleiner, L.M. Roth, S.H. Autler, Phys. Rev. A **133**, 1226 (1964).
- [7] D. Saint-James, E.J. Thomas, G. Sarma, *Type-II superconductivity* (Pergamon Press, Oxford, 1969).
- [8] P. Mathieu, Y. Simon, Europhys. Lett. **5**, 67 (1988).
- [9] B. Plaçais *et al.*, Phys. Rev. B **54**, 13083 (1996).
- [10] J.R. Clem, *Low temperature physics – LT14*, édité par M. Vuorio (North-Holland/American Elsevier, Amsterdam/New York, 1975), tome 2, p. 285.
- [11] B. Plaçais, Thèse de Doctorat d'État, Université Paris VI, 1990.
- [12] N.B. Kopnin, A.V. Lopatin, Phys. Rev. B **51**, 15291 (1995).
- [13] N.B. Kopnin, G.E. Volovik, Phys. Rev. Lett. **79**, 1377 (1997).
- [14] B. Rosenblum, M. Cardona, G. Fischer, RCA Rev. **25**, 491 (1964).
- [15] J.I. Gittleman, B. Rosenblum, Phys. Rev. Lett. **16**, 734 (1966).
- [16] J. le G. Gilchrist, P. Monceau, Phil. Mag. **18**, 237 (1968).
- [17] A.M. Campbell, J. Phys. C **2**, 1492 (1969).
- [18] P.W. Anderson, Y.B. Kim, Rev. Mod. Phys. **36**, 39 (1964).

- 
- [19] E.B. Sonin, A.K. Tangantsev, K.B. Traito, Phys. Rev. B **46**, 5830 (1992).
- [20] L.-W. Chen, M.C. Marchetti, Phys. Rev. B **50**, 6382 (1994).
- [21] C.J. van der Beek, V.B. Geshkenbein, V.M. Vinokur, Phys. Rev. B **48**, 3393 (1993).
- [22] N.-C. Yeh *et al.*, Phys. Rev. B **48**, 9861 (1993).
- [23] H. Vasseur *et al.*, Physica C **279**, 103 (1997).
- [24] M.W. Coffey, J.R. Clem, Phys. Rev. B **45**, 10527 (1992).
- [25] K. Yamafuji, F. Irie, Phys. Lett. **25**, 387 (1967).
- [26] P. Alais, Y. Simon, Phys. Rev. **158**, 426 (1967).
- [27] C.P. Bean, Phys. Rev. Lett. **8**, 250 (1962).
- [28] W. Dieterich, I. Peschel, W.R. Schneider, Z. Phys. B **27**, 177 (1977).
- [29] P. Martinoli *et al.*, Physica **165&166**, 1163 (1990).
- [30] M.W. Coffey, J.R. Clem, Phys. Rev. Lett. **67**, 386 (1991).
- [31] E.H. Brandt, Phys. Rev. Lett. **67**, 2219 (1991).
- [32] C.-J. Wu, T.-Y. Tseng, Phys. Rev. B **54**, 665 (1996).
- [33] Z.D. Wang, K.M. Ho, Phys. Rev. **51**, 6119 (1995).
- [34] F. Nad', P. Monceau, Phys. Rev. B **51**, 2052 (1995).
- [35] A.I. Larkin, Y.N. Ovchinnikov, J. Low Temp. Phys. **34**, 409 (1979).
- [36] E.H. Brandt, J. Low Temp. Phys. **26**, 709 (1977).
- [37] A.E. Koshelev, V.M. Vinokur, Physica C **173**, 465 (1991).
- [38] K.H. Fischer, T. Nattermann, Phys. Rev. B **43**, 10372 (1991).
- [39] T. Giamarchi, P. Le Doussal, Phys. Rev. Lett. **75**, 3372 (1995).
- [40] D.S. Fisher, M.P.A. Fisher, D.A. Huse, Phys. Rev. B **43**, 130 (1991).
- [41] N.P. Ong, H. Wu, Phys. Rev. B **56**, 458 (1997).
- [42] E.B. Sonin, Rev. Mod. Phys. **56**, 87 (1987).
- [43] J.P. Boon, X. Yip, *Molecular Hydrodynamics* (McGraw-Hill, New York, 1980).
- [44] P.G. de Gennes, Rev. Mod. Phys. **57**, 827 (1985).

- 
- [45] I.L. Bekarevich, I.M. Khalatnikov, Sov. Phys. JETP **13**, 643 (1961).
- [46] T. Hocquet, P. Mathieu, Y. Simon, Phys. Rev. B **46**, 1061 (1992).
- [47] B. Plaçais, P. Mathieu, Y. Simon, Solid State Commun. **71**, 17 (1989).
- [48] B. Plaçais, P. Mathieu, Y. Simon, Phys. Rev. B **49**, 15813 (1994).
- [49] B. Plaçais, P. Mathieu, Y. Simon, Phys. Rev. Lett. **70**, 1521 (1993).
- [50] F. Heslot *et al.*, Phys. Rev. E **49**, 4973 (1994).
- [51] N. Lütke-Entrup, Diplomarbeit, Universität Bonn, 1996.
- [52] N. Lütke-Entrup, Thèse de Doctorat de l'Université Paris VI, 1999.
- [53] D.E. Farrell, B.S. Chandrasekhar, H.V. Culbert, Phys. Rev. **177**, 694 (1969).
- [54] H.V. Culbert, D.E. Farrell, B.S. Chandrasekhar, Phys. Rev. B **3**, 794 (1971).
- [55] D.K. Finnemore, T.F. Stromberg, C.A. Swenson, Phys. Rev. **149**, 231 (1966).
- [56] T. Ishida *et al.*, Phys. Rev. B **58**, 5222 (1998).
- [57] W.K. Kwok *et al.*, Phys. Rev. Lett. **72**, 1092 (1994).
- [58] R. Liang, D.A. Bonn, W. Hardy, Phys. Rev. Lett. **76**, 835 (1996).
- [59] A. Schilling *et al.*, Phys. Rev. Lett. **78**, 4833 (1997).
- [60] H. Safar *et al.*, Phys. Rev. Lett. **70**, 3800 (1993).
- [61] G.E. Volovik, JETP Lett. **65**, 491 (1997).
- [62] H. Wu *et al.*, Phys. Rev. Lett. **78**, 334 (1997).
- [63] H. Wu *et al.*, communication privée, 1998.
- [64] S. Revenaz *et al.*, Phys. Rev. B **50**, 1178 (1994).
- [65] N. Belk *et al.*, Phys. Rev. B **53**, 3459 (1996).
- [66] K. Takenaka *et al.*, Phys. Rev. **50**, R6534 (1994).
- [67] A. Pautrat *et al.*, Phys. Rev. B **62** (to appear, 2000).
- [68] A. Pautrat *et al.*, Phys. Rev. B **59**, 199 (1999).
- [69] G.W. Crabtree, D.R. Nelson, Phys. Today **50**, 38 (1997).
- [70] A.D. Huxley *et al.*, Phys. Lett. A **209**, 365 (1995).
- [71] H. Suderow, J.P. Brison, A. Huxley, J. Flouquet, Phys. Rev. Lett. **80**, 165 (1998).

- 
- [72] A. Adenwalla, S.W. Lin, Q.Z. Ran, Phys. Rev. Lett. **65**, 2298 (1990).
- [73] G. Bruls *et al.*, Phys. Rev. Lett. **65**, 2294 (1990).
- [74] B. Bogenberger *et al.*, Physica B **186-188**, 248 (1993).
- [75] A. de Visser *et al.*, Physica B **186-188**, 212 (1993).
- [76] D. Hess, T. Tokuyasu, J.A. Sauls, J. Phys. Cond. Matt. **1**, 8135 (1989).
- [77] J.A. Sauls, Adv. Phys. **43**, 113 (1994).
- [78] K. Machida, M. Ozaki, J. Phys. Soc. Jap. **58**, 2244 (1989).
- [79] R. Joynt, V.P. Mineev, G.E. Volovik, M.E. Zhitormirsky, Phys. Rev. B **42**, 2014 (1990).
- [80] D.-C. Chen, A. Garg, Phys. Rev. Lett. **70**, 1689 (1993).
- [81] I.A. Luk'yanchuk, M.E. Zhitomirsky, Supercond. Rev. **1**, 207 (1995).
- [82] G.E. Volovik, L.P. Gor'kov, JETP Lett. **39**, 674 (1984).
- [83] M. Sigrist, T.M. Rice, K. Ueda, Phys. Rev. Lett. **63**, 1727 (1989).
- [84] T.A. Tokuyasu, D.W. Hess, J.A. Sauls, Phys. Rev. **41**, 8891 (1990).
- [85] A. Schmid, Phys. Kond. Mat. **5**, 302 (1966).
- [86] A.I. Larkin, Y.N. Ovchinnikov, *Nonequilibrium Superconductivity*, édité par D.N. Langenberg, A.I. Larkin (Elsevier, New York, 1986), p. 493.
- [87] N.B. Kopnin, J. Low Temp. Phys. **110**, 885 (1998).
- [88] S. Kambe, A. Huxley, P. Rodière, J. Flouquet, Phys. Rev. Lett. **83**, 1842 (1999).
- [89] N. Lütke-Entrup *et al.*, cond-mat/0009079.
- [90] B. Ellman, L. Taillefer, Phys. Rev. B **56**, R5767 (1997)
- [91] T.D.C. Bevan *et al.*, J. Low Temp. Phys. **109**, 423 (1997).