Exercice 1 - Ondes progressives

Parmi les fonctions suivantes, indiquer celles qui représentent une onde progressive :

1. $y(x,t) = A\sin(Ax^2 - bt)$ **2.** $y(x,t) = A(x+bt)^3$ **3.** $y(x,t) = A\cos(ax+bt)^2$

4. $y(x,t) = Ae^{-\alpha(x-bt)^2}$ **5.** $y(x,t) = \dfrac{1}{b+\alpha(t-ax)^2}$ **6.** $y(x,t) = A\sin^2\left(\pi(t-\frac{x}{v})\right)$

7. $y(x,t) = Ae^{-\alpha t}\sin(ax-bt)$ **8.** $y(x,t) = A\cos(\omega t+\phi).\sin(kx+\psi)$

Indiquer la célérité dans le cas où l'onde est progressive.

Exercice 2 - Onde progressive sinusoïdale

Soit une onde représentée par $y(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$ où la grandeur A est une constante.

9. Donner l'amplitude et la phase de l'onde.

10. Déterminer sa période temporelle T, sa période spatiale λ. Quelles sont les formes des surfaces d'ondes ?

11. Montrer que $y(x,t)$ n'est solution de l'équation d'onde que si ω et k vérifient une relation que l'on déterminera (relation de dispersion).

12. Tracer $y(x,t)$ aux temps t_1, $t_1 + T/4$, $t_1 + T$.

13. A quelle vitesse et dans quelle direction doit se déplacer un observateur pour que la phase lui paraisse constante ? Comment appelle-t-on alors cette vitesse ?

Exercice 3 - Ecriture de la formule d'une onde

Une onde sinusoïdale progressive se propage à 25m/s dans la direction des x négatifs. La période est de 20m/s.
A $x = 0$ et $t = 0$ la vitesse d'une particule est de -2m/s et son déplacement vertical est de 3mm. Ecrire la fonction d'onde $y(x,t)$.

Exercice 4 - Propagation d'une impulsion

A $t = 0$ une impulsion est représentée par : $y(x,0) = \frac{2{,}5}{0{,}5+x^2}$

14. Quelle est la fonction qui la décrit à un instant quelconque sachant qu'elle se déplace dans la direction des x positifs à $3m/s$.

15. Dessiner l'impulsion à $t = 0$, $t = 1$s, $t = 2$s.

Problème 1 - Effet Doppler

Un radar ultrason émet un signal de fréquence $\nu = 80$ kHz qui se propage à la vitesse $c = 340$m/S

1. Le radar est immobile et reçoit le signal réfléchi par un objet : ce signal a une fréquence $\nu_r = 81$kHz. L'objet s'approche-t-il ou s'éloigne-t-il du radar ? Quelle est sa vitesse ?

2. Le radar se déplace maintenant à une vitesse de $7,2$ m/h dans le sens du signal émis. Il reçoit, d'un objet, un signal réfléchi de $80,5$kHz. Dans quel sens et à quelle vitesse se déplace l'objet ?

Problème 2 - Ondes planes longitudinales dans un fluide

Les ondes élastiques dans un fluide compressible résultent des variations de pression dans le fluide. À l'équilibre, la pression P_0 et la masse volumique ρ_0 sont les mêmes en tout point du fluide.
On note $p(x,t) = P(x,t) - P_0$ la supression ou pression acoustique au moint d'abscisse x du fluide ; $u(x,t)$ et $u(x+dx,t)$ les déplacements respectifs des sections A, d'abscisse x, et B, d'abscisse $x+dx$ à l'instant t.

1. Rappeler l'équation différentielle reliant $u(x,t)$ et $p(x,t)$, ainsi que les équations de propagation de ces deux grandeurs.

2. Donner l'expression de la célérité d'une onde acoustique en fonction du cœfficient de compressibilité isentropique $\chi = \frac{1}{p}\frac{\Delta V}{V_0}$ et de la densité volumique ρ.

3. Le fluide compressible est un gaz parfait : montrer que la vitesse de propagation de l'onde acoustique est $c = \sqrt{\gamma\frac{RT}{M}}$, où $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$. Pour l'air, $\gamma = 1.4$ à température ambiante, $M = 29\text{g.mol}^{-1}$, et $R = 8.3\text{J.K}^{-1}$. Calculer c.

4. Le fluide est maintenant de l'eau. Calculer c sachant que $\chi = 5.10^{-10}$ Pa^{-1}.

5. On considère une solution sinusoïdale de l'équation de propagation. Calculer la longueur d'onde λ pour une onde progressive de fréquence $\nu = 1$kHz dans l'air et dans l'eau.

Problème 3 - Énergie dans une onde progressive

On considère l'onde progressive sinusoïdale de déplacement $u(x,t) = a\cos(\omega t - kx)$, se propageant dans un fluide de masse volumique ρ à l'équilibre et de cœfficient de compressibilité adiabatique χ.

1. Donner l'expression de l'énergie cinétique δE_c du volume élémentaire $\delta\tau = S\delta x$ en fonction du temps.

2. L'énergie potentielle de cete élément de volume s'écrit $\delta E_P = \frac{1}{2\chi}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 S\delta x$. Donner son expression en fonction du temps.

3. Donner l'expression de la densité volumique d'énergie e et de sa valeur moyenne $\bar{e}$ dans le temps.

4. On note $J(x,t)$ la puissance transportée par unité de surface d'onde, $J(x,t) = p(x,t)v(x,t)$. Donner son expression pour l'onde considérée et montrer que $J(x,t) = ce$.

5. On définit l'intensité acoustique I comme la puissance moyenne qui traverse une unité de surface normale à la direction de propagation. Calculer I.

Problème 4 - Décibels

On "rappelle" l'expression de l'intensité acoustique I en fonction de la supression p : $I =< p.v >=< p^2/Z >$, avec $Z = \rho c$

1. Donner les noms et unités des lettres impliquées dans les formules qui précèdent. Le niveau d'intensité sonore IL est exprimé en dB par la relation $IL = 10log_{10}\frac{I}{I_0}$, où I_0 est une intensité de référence correspondant au seuil d'audibilité d'une oreille normale. On prend habituellement comme référence un son sinusoïdal de fréquence 1 kHz et d'intensité $I_0 = 10^{-12}$W.m^{-2}.

2. Calculer l'amplitude p_0 de la surpression acoustique correspond à l'intensité de référence dans l'air à 0C à la pression normale, où $\rho = 1.3$ SI.

3. Quelle est l'amplitude de la surpression pour un niveau sonore de 60 dB.

4. Calculer dans ce dernier cas l'amplitude de déplacement et la vitesse maximale des tranches d'air.

Problème 5 - Réflexion et transmission à l'incidence normale

1. Le plan $x = 0$ sépare 2 milieux différents (ρ_{1_2}, χ_{1_2}). Une onde acoustique progressive plane et sinusoïdale se propage dans le milieu (1) dans la direction Ox vers les x croissants. Elle est en partie réfléchie et en partie transmise à l'interface entre les deux milieux. On notera donc :

$$u_1(x,t) = \alpha_1 \cos(\omega t - k_1 x) + \beta_1 \cos(\omega t + k_1 x)$$

$$u_2(x,t) = \alpha_2 \cos(\omega t - k_2 x)$$

2. Écrire l'équation de propagation de l'onde élastique longitudinale dans chaque milieu. Préciser les relations de dispersion ainsi que les vitesses de propagation correspondantes.

3. Déterminer l'expression des vitesses particulaires $v_{1_2}(x,t)$, ainsi que celles des surpressions $p_{1_2}(x,t)$ pour chaque milieu.

4. Préciser les conditions aux limites vérifiées par le déplacement, la vitesse particulaire et la pression acoustique à la surface de éparation entre les deux milieux. En déduire les cœfficients de réflexion $r = \frac{\beta_1}{\alpha_1}$ et de transmission $t = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$ pour les amplitudes de déplacement.

5. Quelles sont les intensités I_{α_1}, I_{β_1}, I_{α_2} des ondes acoustiques incidente, réfléchie et transmise ? En déduire les cœfficients de réflexion $R = \frac{I_{\beta_1}}{I_{\alpha_1}}$ et de transmission $T = \frac{I_{\alpha_2}}{I_{\alpha_1}}$ en énergie. Montrer que $R + T = 1$. Commenter.

Application numérique :

6. Calculer R et T à l'interface air $\rightarrow$ eau. Donner les valeurs correspondantes des niveaux sonores en prenant comme intensité de référence l'intensité de l'onde incidente. Pour l'air $\rho_1 = 1.2$ kg.m^{-3}, $c_1 = 340$ m.s^{-1} et pour l'eau $\rho_2 = 10^3$ kg.m^{-3}, $c_2 = 1400$ m.s^{-1}. Même question pour l'interface eau $\rightarrow$ air.