

TD: La supersymétrie et sa brisure: le multiplet vectoriel

Jan Troost

October 30, 2006

Abstract

La supersymétrie est une symétrie entre bosons et fermions. Bien que certainement brisé à basse énergie, la supersymétrie joue un rôle important dans des extensions du modèle standard, dans les systèmes désordonnés, l'intégrabilité, etc. Nous étudierons des théories de champs quantiques en 4 dimensions, avec 4 supercharges, le superspace, la brisure spontanée de la supersymétrie, etc. Ce TD est fortement basé sur le livre [3].

1 Introduction

Un théorème de Coleman et Mandula [1] dit, à des conditions assez générales (qui sont plus ou moins (1) l'invariance Poincaré, (2) pour chaque masse $M > 0$, il y a un nombre fini de particules avec masse moins que M , (3) l'analyticité de la matrice S , (4) la non-trivialité de la matrice S , (5) que les générateurs du groupe de symétrie ont des noyaux qui sont des distributions dans l'espace des impulsions), que le seul groupe de symétrie bosonique (qui laisse donc invariant la matrice S) est un groupe de symétrie de la forme Poincaré $\times G_I$ (où G_I est donc un groupe de symétrie interne, commutant avec le groupe de Poincaré).

Donc, à ces conditions, on ne peut plus mélanger d'autre symétrie avec le groupe de Poincaré.

Néanmoins, il y a une autre possibilité. Haag, Lopuszanski et Sohnius [2] ont repris l'analyse de Coleman et Mandula, en permettant aussi des symétries qui mélangent les bosons et les fermions. Ils ont trouvé essentiellement une seule autre possibilité: la supersymétrie.

La supersymétrie est une symétrie entre bosons et fermions. La charge associée qui transforme les bosons en fermions et vice versa a un caractère spinoriel.

En quatre dimensions, le groupe de recouvrement du groupe de Lorentz est le groupe $SL(2, C)$. La théorie de représentation de ce groupe montre que les spineurs de dimension minimale sont des spineurs de Weyl, de deux dimensions complexes, où les spineurs de Majorana, à quatre composants réels. (Les deux ont la moitié des composants d'un spineur de Dirac, qui a quatre composants complexes.)

On choisira de travailler avec les spineurs de Weyl, et on indique ces index par $\alpha \in \{1, 2\}$. Le complex conjugué d'un spineur de Weyl est un spineur de Weyl de parité opposé et on le donnera des index $\dot{\alpha} \in \{1, 2\}$. (Une bonne raison pour se décider pour la représentation à deux composants est que la supersymétrie est fortement liée avec la géométrie complexe, et qu'il est donc plus naturelle de travailler avec des variables complexes.)

Les charges de supersymétries transformeront dans une représentation du groupe $SL(2, C)$, et on aura donc au moins quatre supercharges réels en quatre dimension. (C'est ce qu'on appelle $N = 1$ supersymétrie en $D = 4$.)

2 Conventions et formulaire

Pour calculer avec les spineurs de Weyl, il faut s'habituer à pas mal de règles de calcul. Donc, on commencera avec quelques exercices simples sur les spineurs à deux composants. On reviendra aux applications physiques dès qu'on est prêt.

Pour les conventions, nous copierons Wess-Bagger, appendix A et B. Il y a une métrique $(-, +, +, +)$ notée η^{mn} . On définit des spineurs de Weyl à deux composants, qui transforme de façon linéaire par rapport à la représentation standard de $SL(2, C)$ (avec matrices M):

$$\begin{aligned}\psi'_\alpha &= M_\alpha{}^\beta \psi_\beta \\ \psi'^\alpha &= M^{-1}{}^\alpha{}_\beta \psi^\beta \\ \bar{\psi}'_{\dot{\alpha}} &= M^*{}_{\dot{\alpha}}{}^{\dot{\beta}} \bar{\psi}_{\dot{\beta}} \\ \bar{\psi}'^{\dot{\alpha}} &= (M^*)^{-1}{}^{\dot{\alpha}}{}_{\dot{\beta}} \bar{\psi}^{\dot{\beta}}.\end{aligned}\tag{1}$$

On note que le spineur $\bar{\psi}_{\dot{\alpha}}$ est le conjugué complexe du spineur ψ_α . On utilisera les matrices de Pauli standard σ^a pour $a = 1, 2, 3$ et aussi $\sigma^0 = -1$. Donc, ces matrices sont:

$$\begin{aligned}\sigma^0 &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ \sigma^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma^2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma^3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.\end{aligned}\tag{2}$$

Les matrices, dans la notation pour les représentations introduite, ont des index: $\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}{}^m$ où m est la notation de Wess-Bagger pour l'index vectoriel de Lorentz. Autrement dit, les matrices σ enlacent entre une représentation spinorielle de parité plus, une de parité moins, et une représentation vectorielle.

On introduit des tenseurs anti-symétriques $\epsilon^{\alpha\beta}$ et $\epsilon_{\alpha\beta}$ qui prennent des valeurs $\epsilon^{12} = 1$ et $\epsilon_{12} = -1$, et qui sont des invariants de Lorentz. On a:

$$\begin{aligned}\psi^\alpha &= \epsilon^{\alpha\beta} \psi_\beta \\ \psi_\alpha &= \epsilon_{\alpha\beta} \psi^\beta.\end{aligned}\quad (3)$$

Démontrez que:

$$\begin{aligned}\psi^1 &= \psi_2 \\ \psi^2 &= -\psi_1.\end{aligned}\quad (4)$$

Démontrez qu'on a: $\epsilon_{\alpha\beta} \epsilon^{\beta\gamma} = \delta_\alpha^\gamma$.

On définit aussi les matrices σ avec les index élevés:

$$\bar{\sigma}^{m\dot{\alpha}\alpha} = \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \epsilon^{\alpha\beta} \sigma^m_{\beta\dot{\beta}}. \quad (5)$$

En multipliant des matrices σ , on peut dériver:

$$\begin{aligned}(\sigma^m \bar{\sigma}^n + \sigma^n \bar{\sigma}^m)_{\alpha}{}^{\beta} &= -2\eta^{mn} \delta_{\alpha}{}^{\beta} \\ (\bar{\sigma}^m \sigma^n + \bar{\sigma}^n \sigma^m)^{\dot{\alpha}}{}_{\dot{\beta}} &= -2\eta^{mn} \delta^{\dot{\alpha}}{}_{\dot{\beta}}.\end{aligned}\quad (6)$$

On introduit la notation:

$$\begin{aligned}\psi\chi &= \psi^\alpha \chi_\alpha = \epsilon^{\alpha\beta} \psi_\beta \chi_\alpha \\ &= -\psi_\beta \epsilon^{\beta\alpha} \chi_\alpha = -\psi_\beta \chi^\beta \\ &= +\chi^\beta \psi_\beta = \chi\psi \quad (WB, A.21)\end{aligned}$$

où on a utilisé que les composants des spineurs anti-commutent. On a aussi par définition:

$$\bar{\psi}\bar{\chi} = \bar{\psi}_{\dot{\alpha}} \bar{\chi}^{\dot{\alpha}}. \quad (WB, A.21)$$

Pour calculer les conjugués complexes de certaines expressions, on utilisera les formules suivantes:

$$\begin{aligned}(\chi\psi)^* &= \bar{\chi}\bar{\psi} \quad (WB, A.22). \\ (\chi\sigma^m\bar{\psi})^* &= \psi\sigma^m\bar{\chi} \quad (WB, p.24) \\ (\chi\sigma^m\bar{\sigma}^n\psi)^* &= \bar{\psi}\bar{\sigma}^n\sigma^m\bar{\chi} \quad (WB, p.24)\end{aligned}$$

et on a l'identité:

$$\chi\sigma^n\bar{\psi} = -\bar{\psi}\bar{\sigma}^n\chi \quad (WB, p.24).$$

Les formules (WB B.6, B.7 et B.12) seront aussi utiles:

$$\begin{aligned}(\sigma^{mn}) &= \frac{1}{4}(\sigma^m \bar{\sigma}^n - \sigma^n \bar{\sigma}^m) \\ (\bar{\sigma}^{mn}) &= \frac{1}{4}(\bar{\sigma}^m \sigma^n - \bar{\sigma}^n \sigma^m) \quad (WB, B.6) \\ (\sigma^{mn})_{\alpha\beta} &= (\sigma^{mn})_{\beta\alpha} \quad (WB, B.7) \\ \sigma^a \sigma^b \bar{\sigma}^c - \bar{\sigma}^c \sigma^b \sigma^a &= -2i\epsilon^{abcd} \bar{\sigma}_d \\ \sigma^a \bar{\sigma}^b \sigma^c - \sigma^c \bar{\sigma}^b \sigma^a &= 2i\epsilon^{abcd} \sigma_d \quad (WB, B.12)\end{aligned}$$

On a aussi l'identité de Fierz:

$$(\psi\phi)\bar{\chi}_{\dot{\beta}} = -\frac{1}{2}(\phi\sigma^m\bar{\chi})(\psi\sigma_m)_{\dot{\beta}} \quad (WB, B.19).$$

Exercise: démontrez qu'on a:

$$\sigma^{mn}\sigma^k = -\frac{1}{2}\eta^{kn}\sigma^m + \frac{1}{2}\eta^{mk}\sigma^n - \frac{i}{2}\epsilon^{nkml}\sigma_l. \quad (7)$$

Exercise: suivez le calcul:

$$\begin{aligned} \left((\sigma^{mn})_{\alpha\beta}\xi^{\beta}\right)^{\dagger} &= \bar{\xi}^{\dot{\beta}}((\sigma^{mn})_{\alpha\beta})^{\dagger} \\ &= \frac{1}{4}\bar{\xi}^{\dot{\beta}}\left(\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^m(\bar{\sigma}^n)^{\dot{\alpha}}_{\beta} - \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^n(\bar{\sigma}^m)^{\dot{\alpha}}_{\beta}\right)^{\dagger} \\ &= \frac{1}{4}\bar{\xi}^{\dot{\beta}}\left(\bar{\sigma}_{\dot{\beta}}^{n\alpha}\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^n - \dots\right) \\ &= -\bar{\xi}^{\dot{\beta}}\bar{\sigma}_{\dot{\beta}\dot{\alpha}}^{mn} \\ &= +\bar{\xi}\bar{\sigma}_{\dot{\alpha}}. \end{aligned} \quad (8)$$

On a utilisé que σ^m est hermitien, et on a donc:

$$\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^m = (\sigma_{\beta\dot{\alpha}}^m)^* = (\sigma_{\alpha\dot{\beta}}^m)^{\dagger}. \quad (9)$$

3 Un Lagrangien supersymétrique

On donnera la preuve que certains Lagrangiens ont une symétrie qui échange les bosons et les fermions. On considère une collection de champs appelée un multiplet vectoriel: un champs vectoriel v_m (avec son champ électromagnétique $v_{mn} = \partial_m v_n - \partial_n v_m$), un spineur de Weyl λ , et un champs auxiliaire réel D . (Un champ auxiliaire est un champ qui n'aura pas de terme cinétique au Lagrangien. C'est un champ non-dynamique.) Voir l'appendice de cet énoncé pour les conventions (qui sont prises du livre de Wess et Bagger [3]) avant de commencer ce TD.

Une théorie de jauge supersymétrique

Étudions le Lagrangien:

$$\mathcal{L}_V = -\frac{1}{4}v^{mn}v_{mn} - i\lambda\sigma^m\partial\bar{\lambda} + \frac{1}{2}D^2, \quad (10)$$

et regardons la transformation de supersymétrie:

$$\begin{aligned} \delta_{\xi}v_m &= i\xi\sigma_m\bar{\lambda} + i\bar{\xi}\bar{\sigma}^n\lambda \\ \delta_{\xi}\lambda &= i\xi D + \sigma^{mn}\xi v_{mn} \\ \delta_{\xi}D &= -\xi\sigma^m\partial_m\bar{\lambda} + \bar{\xi}\bar{\sigma}^m\partial_m\lambda. \end{aligned} \quad (11)$$

Montrez que l'action est invariante. (Le Lagrangien est invariant à une dérivée totale près.)

Donc, ceci est une extension supersymétrique du Lagrangien pour l'électromagnétisme pure, donc une théorie de jauge supersymétrique $U(1)$.

4 Le superspace

Il y a un formalisme adapté aux calculs dans les théories supersymétriques. On définit une représentation des supercharges sur un espace, dite superspace, avec des coordonnées $z = (x^m, \theta_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}})$, où les variables de Grassman $\theta_\alpha, \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$ ont chacune deux composants:

$$\begin{aligned} Q_\alpha &= \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} - i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}{}^m \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \partial_m \\ Q^{\dot{\alpha}} &= \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}} - i\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\beta}}{}^m \epsilon^{\dot{\beta}\dot{\alpha}} \partial_m. \end{aligned} \quad (12)$$

Les règles de calcul pour les variables de Grassman anti-commutantes sont les mêmes que pour les fermions. Calculez l'algèbre de supercharges:

$$\begin{aligned} \{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}\} &= \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} (i\theta^\beta \sigma_{\beta\dot{\alpha}}{}^m \partial_m) + (-) \frac{\partial}{\partial \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}} (-i\sigma_{\alpha\dot{\beta}}{}^m \bar{\theta}^{\dot{\beta}} \partial_m) \\ &= 2i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}{}^m \partial_m \\ \{Q_\alpha, Q_\beta\} &= 0 \\ \{\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Calculez aussi l'algèbre des dérivées supercovariantes:

$$\begin{aligned} D_\alpha &= \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} + i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}{}^m \bar{\theta}^{\dot{\alpha}} \partial_m \\ \bar{D}_{\dot{\alpha}} &= -\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}_{\dot{\alpha}}} - i\theta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}{}^m \partial_m. \end{aligned} \quad (14)$$

Calculez les commutateurs des dérivées supercovariantes et des supercharges.

Les superchamps

Les superchamps F sont des champs fonctions de toutes les coordonnées du superspace $F(x, \theta, \bar{\theta})$. Les composants de θ et $\bar{\theta}$ sont des variables de Grassman, et on a donc le développement:

$$\begin{aligned} F(x, \theta, \bar{\theta}) &= f(x) + \theta \chi_1(x) + \bar{\theta} \bar{\chi}_2(x) + \theta \theta m_1(x) \\ &\quad + \bar{\theta} \bar{\theta} \bar{m}_2(x) + \theta \sigma^m \bar{\theta} v_m(x) + \theta \theta \bar{\theta} \bar{\lambda}_1(x) + \bar{\theta} \bar{\theta} \theta \lambda_2(x) \\ &\quad + \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} d(x). \end{aligned} \quad (15)$$

Par définition, les superchamps ont une transformation de supersymétrie:

$$\begin{aligned} \delta_{\xi, \bar{\xi}} F(x, \theta, \bar{\theta}) &= \delta_\xi f(x) + \theta \delta_\xi \chi_1(x) + \bar{\theta} \delta_\xi \bar{\chi}_2(x) + \theta \delta_\xi \theta m_1(x) \\ &\quad + \bar{\theta} \delta_\xi \bar{\theta} \bar{m}_2(x) + \theta \sigma^m \bar{\theta} \delta_\xi v_m(x) + \theta \theta \bar{\theta} \delta_\xi \bar{\lambda}_1(x) + \bar{\theta} \bar{\theta} \theta \delta_\xi \lambda_2(x) \\ &\quad + \theta \theta \bar{\theta} \bar{\theta} \delta_\xi d(x) \\ &\equiv (\xi Q + \bar{\xi} \bar{Q}) F. \end{aligned} \quad (16)$$

Montrez que la somme de superchamps est un superchamp, et que le produit de superchamps est un superchamp.

5 Le multiplet vectoriel

La supersymétrie est représentée sur les 16 composants d'un superchamps générique. Pour trouver des représentations plus petites, on analyse des contraintes covariantes sur les superchamps.

Mettons la contrainte suivante sur le superchamp vectoriel V :

$$V = V^\dagger. \quad (17)$$

En composant la contrainte est résolue par:

$$\begin{aligned} V(x, \theta, \bar{\theta}) = & C + i\theta\chi - i\bar{\theta}\bar{\chi} + \frac{i}{2}(M + iN) - \frac{i}{2}\bar{\theta}\bar{\theta}(M - iN) \\ & - \theta\sigma^m\bar{\theta}v_m + i\theta\bar{\theta}\bar{\theta}(\bar{\lambda} + \frac{i}{2}\bar{\sigma}^m\partial_m\chi) - i\bar{\theta}\bar{\theta}\theta(\lambda + \frac{i}{2}\sigma^m\partial_m\bar{\chi}) \\ & + \frac{1}{2}\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\bar{\theta}(D + \frac{1}{2}\square C), \end{aligned} \quad (18)$$

avec C, D, M, N réels. Montrez que ce champs est bien réel. On a maintenant un superchamp vectoriel et on voudrait trouver une transformation de gauge pour ce champs (en utilisant un champ scalaire). On prend un champ scalaire Φ (dites chiral) on définit la combinaison réelle:

$$\begin{aligned} \Phi + \Phi^\dagger = & A + A^* + \sqrt{2}(\theta\psi + \bar{\theta}\bar{\psi}) + \theta\theta F + \bar{\theta}\bar{\theta}F^* + i\theta\sigma^m\bar{\theta}\partial_m(A - A^*) \\ & + i/\sqrt{2}\theta\bar{\theta}\bar{\sigma}^m\partial_m\psi + i/\sqrt{2}\bar{\theta}\theta\sigma^m\partial_m\bar{\psi} \\ & + \frac{1}{4}\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\bar{\theta}\square(A + A^*). \end{aligned} \quad (19)$$

(Un champ chiral est un champ scalaire qui obéit une contrainte de chiralité: $\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi = 0$.)

Définissons la transformation de gauge:

$$V \rightarrow V + \Phi + \Phi^\dagger. \quad (20)$$

Trouvez les transformations de gauge des composants du champ V . Quels sont les champs invariants de gauge ?

On peut choisir un gauge où $C = 0 = \chi = 0 = M = 0 = N$. C'est un choix qui brise la supersymétrie. Il permet encore des transformations de gauge ordinaires (bosoniques). Le gauge s'appelle gauge de Wess-Zumino. Trouvez dans ce gauge les puissances du champs V :

$$V = \dots \quad (21)$$

$$V^2 = \dots$$

$$V^3 = \dots \quad (22)$$

On note que λ et $\bar{\lambda}$ sont les composants les plus bas invariants de gauge. Ils sont aussi les champs les plus bas dans les superchamps:

$$\begin{aligned} W_\alpha &= -\frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}D_\alpha V \\ \bar{W}_{\dot{\alpha}} &= -\frac{1}{4}DD\bar{D}_{\dot{\alpha}} V. \end{aligned} \quad (23)$$

On note que W_α est chiral, $\bar{D}_\beta W_\alpha = 0$. (Pourquoi ?) En plus W_α est invariant de jauge:

$$\begin{aligned}\delta_\Phi W_\alpha &= -\frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}D_\alpha(\Phi + \Phi^\dagger) \\ &= 0,\end{aligned}\tag{24}$$

parce que $\Phi^\dagger$ est anti-chiral, et Φ est chiral et $\bar{D}$ commute avec $\bar{D}D + D\bar{D}$ etc.

Pour calculer les composants de W_α dans le jauge Wess-Zumino, il est commode d'introduire des nouveaux outils. On fait une transformation de coordonnées sur le superspace:

$$\begin{aligned}y^m &= x^m + i\theta\sigma^m\bar{\theta} \\ \theta &= \theta \\ \bar{\theta} &= \bar{\theta}.\end{aligned}\tag{25}$$

Pour trouvez la logique derrière la transformation, calculez:

$$\begin{aligned}\bar{D}_\alpha(y^m) &= \dots \\ \bar{D}_\alpha(\theta) &= \dots\end{aligned}\tag{26}$$

Donc, une fonction quelconque des variables (y^m, θ) est chirale.

Dans le jauge WZ on a:

$$V = -\theta\sigma^m\bar{\theta}v_m(y) + i\theta\theta\bar{\theta}\bar{\lambda}(y) - i\bar{\theta}\bar{\theta}\theta\lambda(y) + \frac{1}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}(D(y) - i\partial_m v^m(\mathfrak{Y}))$$

En utilisant ces propriétés de chiralité et des composants de V dans le jauge WZ on peut calculer W_α dans le jauge de WZ. Prouvez qu'on obtient:

$$W_\alpha = -i\lambda_\alpha(y) + \theta_\alpha D(y) - \sigma_\alpha^{m\dot{\beta}}\theta\theta\partial_m\bar{\lambda}_{\dot{\beta}} - \frac{i}{2}(\sigma^m\bar{\sigma}^n - \sigma^n\bar{\sigma}^m)_\alpha^\beta\theta_\beta v_{mn}$$

Notez que W_α est chiral et que le composant $\theta\theta$ de $W^\alpha W_\alpha$ se transforme (sous la transformation de supersymétrie) dans une dérivée totale. Donc, c'est un bon Lagrangien supersymétrique (mais complexe en général). On peut prouver que le Lagrangien supersymétrique avec lequel on a commencé le TD est de ce type:

$$W^\alpha W_\alpha|_{\theta\theta} + c.c. = \dots\tag{28}$$

(On ne cherche pas à démontrer ceci.) Le Lagrangien est bien supersymétrique.

La transformation (revisitée)

Calculez, en utilisant la définition générale des transformations pour les superchamps, la transformation de supersymétrie des composants invariants de jauge du champs vectoriel V . Trouvez donc:

$$\begin{aligned}\delta_\xi \lambda &= \dots \\ \delta_\xi v_m &= \dots \\ \delta_\xi D &= \dots\end{aligned}\tag{29}$$

Montrez que ce sont bien les transformations avec lesquelles on a commencé le TD.

Le superspace est une façon commode pour coder les Lagrangiens supersymétriques et les transformations de supersymétries.

6 Lagrangiens supersymétriques

Prouvez que le composant le plus haut d'un superchamp générale (donc le coefficient de $\theta\theta\theta\theta$ dans l'expansion du superchamp) se transforme toujours dans une dérivée totale. (Utilisez la définition générale de la transformation supersymétrique, la forme des supercharges, et, le fait qu'il s'agit du plus haut composant du superchamp.)

Donc, on conclut que pour construire un Lagrangien supersymétrique, on pourra aussi utiliser comme Lagrangien le plus haut composant de n'importe quel superchamp: l'action sera un invariant de supersymétrie.

7 Une brisure spontanée de la supersymétrie

Le D-terme [5] qui correspond à le plus haut composant du superchamp vectoriel V est un invariant de jauge, et donne une action supersymétrique:

$$\mathcal{L}_{FI} = \kappa D. \quad (30)$$

Comme on a que $H = \frac{1}{4}(\bar{Q}_1 Q_1 + Q_1 \bar{Q}_1 + \bar{Q}_2 Q_2 + Q_2 \bar{Q}_2)$, on a que l'énergie du vide est zéro quand, et seulement quand le vide est annihilé par les supercharges, et donc invariant supersymétrique. Donc un vide avec énergie positive brise la supersymétrie spontanément.

Montrez que si on ajoute le D-terme (dites de Fayet-Iliopoulos) au Lagrangien, l'énergie du vide sera non-zéro.

Dès que D obtient une valeur dans le vide, on trouve que λ et $\bar{\lambda}$ transforment de façon non-linéaire (i.e. avec une constante proportionnelle à κ) et que ces spineurs deviennent des Goldstinos (i.e. des fermions de Goldstone associés à la supersymétrie brisée spontanément).

References

- [1] S. R. Coleman and J. Mandula, Phys. Rev. **159** (1967) 1251.
- [2] R. Haag, J. T. Lopuszanski and M. Sohnius, Nucl. Phys. B **88** (1975) 257.
- [3] J. Wess and J. Bagger, Supersymmetry and Supergravity, Princeton University Press.
- [4] L. O'Raifeartaigh, Nucl. Phys. B **96** (1975) 331.
- [5] P. Fayet and J. Iliopoulos, Phys. Lett. B **51** (1974) 461.