

TROISIÈME PRÉCEPTORAT DE PHYSIQUE STATISTIQUE: PARAMAGNÉTISME DE SPIN

En mécanique quantique, on peut montrer que le moment cinétique \vec{J} d'une particule est quantifié en unité de $\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ J s}^{-1}$. D'une part, si on effectue la mesure de \vec{J}^2 , on obtient:

$$\vec{J}^2 = j(j+1)\hbar^2 \quad j \in \mathbb{N}.$$

Les orbitales atomiques d'un électron s,p,d,f correspondent ainsi respectivement à $j = 0, 1, 2, 3$. D'autre part, si on considère un électron sur une orbite j et qu'on effectue la mesure de la projection du moment cinétique \vec{J} selon un axe z , on obtient:

$$J_z = m\hbar \quad j \in \mathbb{Z} \quad -j \leq m \leq j.$$

On peut facilement démontrer qu'un moment magnétique

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m}\vec{J}$$

est associé au moment cinétique orbital \vec{J} .

L'électrodynamique quantique (théorie quantique des interactions électromagnétiques) prédit qu'en plus de leur moment cinétique orbital, les électrons possèdent un moment cinétique intrinsèque (*spin* en anglais), $S_z = \pm\hbar/2$. La relation entre moment cinétique et moment magnétique reste valable pour le spin, à un facteur multiplicatif près, appelé facteur de Landé:

$$\vec{\mu} = -g\frac{e}{2m}\vec{S}.$$

L'électrodynamique quantique prédit que le facteur de Landé de l'électron est très proche de 2, autrement dit que le moment magnétique lié au spin vaut $\mu_z = \pm\mu_B = \pm\frac{e\hbar}{2m}$.

On considère un ensemble de N électrons (de spin 1/2) que l'on peut distinguer, par exemple par leur position, plongés dans un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e}_z$.

1. Rappelez l'expression de l'énergie potentielle d'un moment magnétique $\vec{\mu}$ plongé dans un champ uniforme \vec{B} .
2. Que vaut l'énergie associée aux configurations $S_z = \pm\hbar/2$?
3. Un microétat du système est défini par l'ensemble des valeurs $e_i = \pm 1$ décrivant la valeur des N spins. Combien y a-t-il d'états?
4. Que vaut l'énergie du système?
5. Donner l'expression de la fonction de partition canonique du système. On introduira $z = \exp(\beta\mu_B B)$.
6. Rappeler l'expression de l'entropie canonique S du système. Tracer $S(T)$, et discuter le sens physique des variations de S .

7. On appelle $M = \mu_B \sum_1^N e_i$ l'aimantation du système. Calculer $M(T)$.
8. Calculer la susceptibilité magnétique

$$\xi(T) = \left. \frac{\partial M}{\partial B} \right|_T.$$

Démontrer qu'à haute température:

$$\xi(T) = \frac{C}{T}.$$

Ce résultat est appelé loi de Curie. Que vaut la constante C pour un sel paramagnétique typique?

9. Combien d'états correspondent à une valeur donnée de l'énergie? Ré-écrire la fonction de partition sous la forme d'une somme sur les différentes valeurs possibles de l'énergie du système, et retrouver l'expression du 5.