

THERMODYNAMIQUE STATISTIQUE

TD n°5: Transitions de phase. Théorie de Landau.

On distingue deux types de transition de phase:

- les transitions avec chaleur latente (dites du 1^{er} ordre) pendant lesquelles le système devient inhomogène (il y a plusieurs phases en présence).
- les transitions sans chaleur latente (dites du 2nd ordre) pour lesquelles le système reste homogène macroscopiquement.

Landau proposa (en 1937) de décrire ces transitions de manière phénoménologique dans le cadre de la thermodynamique.

Ces transitions apparaissent en général à une température précise appelée température ‘critique’ T_c , en deçà de laquelle l’énergie d’interaction entre particules devient dominante par rapport à leur énergie cinétique ($E_c \sim \frac{1}{2}k_B T$ décroît avec T). Ces interactions mettent le système dans un état plus ordonné.

L’idée est donc d’associer à chaque transition de phase un ‘paramètre d’ordre’ P (e.g. aimantation, polarisation, ...) qui reste nul dans la phase stable à haute température ($P = 0$ pour $T > T_c$), et qui devient non nul à $T < T_c$.

À T donnée (pour l’ensemble canonique), correspond $P(T)$ (réel, complexe, vecteur, ...). Landau proposa d’écrire phénoménologiquement l’énergie libre $F \equiv F(T, P)$ comme fonction de T et de P , avec $F_{\text{eq}} = F(T, P(T))$, c’est-à-dire:

$$\left. \frac{\partial F}{\partial P} \right|_{T, P(T)} = 0 \quad \text{et} \quad \left. \frac{\partial^2 F}{\partial P^2} \right|_{T, P(T)} \geq 0$$

Au voisinage de la transition, on peut donc faire un développement limité de F en fonction de P :

$$F = F_0 + AP + BP^2 + CP^3 + DP^4 + \dots$$

Supposons que cette transition corresponde à la brisure de symétrie suivante: milieu isotrope ($P = 0$) \rightarrow apparition d’une aimantation ou d’une polarisation ($P \equiv \vec{P} \neq \vec{0}$). Comme toutes les orientations de \vec{P} sont équivalentes, F ne peut que dépendre de P^2 , et le développement limité devient alors:

$$F = F_0 + \frac{\alpha}{2}P^2 + \frac{\gamma}{4}P^4 + \frac{\delta}{6}P^6 + \dots$$

C’est cette dernière expression que l’on va étudier dans ce TD.

1. Transition du 2nd ordre

On suppose que le développement précédent s'arrête à l'ordre 4.

- Discuter la dépendance de α et de γ avec T en s'appuyant sur des graphes $F(T,P)$ à T fixée.
- Calculer $P(T < T_c)$.

2. Transition du 1^{er} ordre

On suppose que γ est une constante négative près de T_c .

- Montrer qu'il faut rajouter le terme d'ordre 6 au développement limité. Quel est son signe?
 - Tracer l'allure des courbes $F(T,P)$ à T fixée et discuter la physique qu'elles pourraient modéliser.
 - Calculer T_1 , la température d'apparition de domaines où $P \neq 0$.
 - Calculer T_c , la température de transition de phase.
 - Vérifier que la chaleur latente de transition est non nulle.
-