

Introduction au magnétisme

Tutorat n°2 de Thermodynamique statistique avril 2004

On considère un ensemble de N particules indépendantes portant chacune un moment magnétique permanent μ (un tel système est dit *paramagnétique*) : par exemple, N électrons de spin $S = \hbar / 2$ dans un matériau dont les couches internes ne sont que partiellement remplies, comme le fer, le cobalt ou le nickel. Le moment élémentaire s'écrit alors : $\mu = e\hbar / 2m$ (où e et m désignent la charge et la masse de l'électron) et est appelé magnéton de Bohr. Dans un champ magnétique \mathbf{B} , le dipôle possède deux niveaux d'énergie ($-\epsilon = -\mu B$ et $+\epsilon = \mu B$), selon qu'il est orienté parallèlement ou antiparallèlement au champ. On notera \mathbf{M} l'aimantation totale.

Écrire l'énergie interne E du système. Exprimer le nombre de possibilités de réaliser une énergie E donnée. En déduire l'entropie S du système, et la représenter soigneusement en fonction de E .

Dans cette description dite microcanonique, où l'on dénombre le nombre de configurations accessibles d'un système, on définit une température (microcanonique) T : $\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E}$.

Calculer et représenter T en fonction de E . Quel est le signe de T ? Commenter.

La distribution de probabilité pour un système en équilibre thermique avec un thermostat qui fixe la température T est la distribution (dite canonique) de Boltzmann : la probabilité p_r que le système soit dans un état microscopique r donné ne dépend que de l'énergie E_r de cet état :

$$p_r = A e^{-\frac{E_r}{kT}},$$

où k est la constante de Boltzmann et A une constante de proportionnalité. L'inverse de A est appelé fonction de partition, notée Z .

Écrire l'expression de Z . Montrer que pour des particules indépendantes et discernables, on a : $Z = z^N$, où z est la fonction de partition moléculaire correspondant à une seule particule.

De la fonction de partition Z , déduire les principales fonctions thermodynamiques. Les tracer en fonction de la température. Calculer aussi la chaleur spécifique du système. Montrer qu'elle est liée aux fluctuations de l'énergie interne par la relation :

$$C = \frac{\overline{E^2} - \bar{E}^2}{kT^2}$$